

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМНОЙ ДЕФОРМАЦИИ ЗУБЬЕВ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПРЯМОЗУБЫХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

Онищенко В.П., Гураль Б.С., Москаленко Е.Г.

(ДонГТУ, г.Донецк, Украина)

При решении задач моделирования зацепления зубчатых передач с изношенными зубьями возникает необходимость в определении податливости зубьев непосредственно в процессе функционирования модели. Так, в геометрических и кинематических моделях зацепления информация о податливости зубьев позволяет более адекватно оценить распределение нагрузки в двух парном зацеплении, а исследование динамики зацепления зубьев без учета податливости зубьев практически не возможно.

Податливость зубьев в результате их объемной деформации (наряду с контактной) является одной из важнейших характеристик, определяющих перемещение зоны приложения силы в зацеплении зубьев.

С целью более объективной оценки определения объемной деформации зуба задача решалась двумя независимыми методами -классическим (на основе применения теоремы Кастильяно) и методом конечных элементов.

При использовании классического метода профиль зуба, описанный функцией  $Y=Y(X)$ , заменялся равнобокой трапецией, вписанной в профиль зуба (рис. 1).

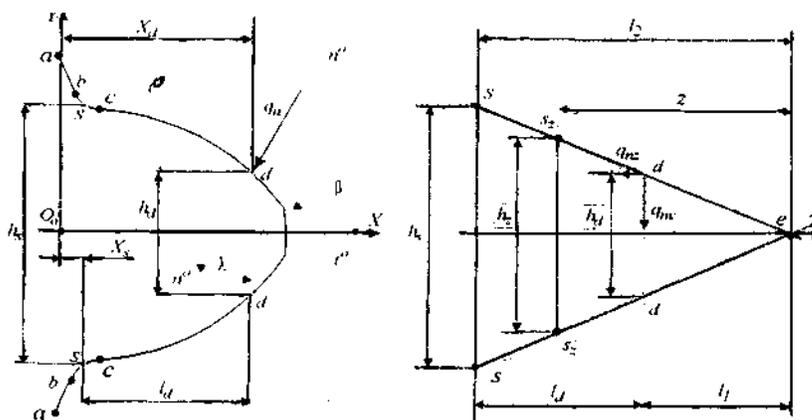


Рис. 1. Модель упруго деформируемого зуба  
а) торцевое сечение зуба, б) торцевое сечение модели зуба

Зуб в торцевом сечении нагружен силой  $q_m$  действующей по нормали  $n^\circ-n^\circ$  к профилю в точке  $d$ , с ординатой  $X_d$ . Нормаль  $n^\circ-n^\circ$  составляет с отрезком  $d-d$  угол  $\lambda$ , определяемый в функции угла наклона касательной  $t^\circ-t^\circ$  (то есть угла  $\beta$ ) -  $\lambda = \pi - \beta = \pi - \arctg(Y(X_d))$ .

Модель нагружена составляющими полной погонной нагрузки  $q_n$ :

$$\left. \begin{aligned} q_{ny} &= q_n \cos \lambda \\ q_{nz} &= q_n \sin \lambda \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

В соответствии с теоремой Кастильяно, перемещение точки приложения силы по направлению линии ее действия равно частной производной от потенциальной энергии по этой силе. Для плоской системы, пренебрегая влиянием на величину перемещений осевых сил, потенциальная энергия упругой модели определяется суммой потенциальной энергии изгибной деформации и потенциальной энергии при сдвиге:

$$U = U_{из} + U_{сд} = \int_{l_1}^{l_2} \frac{M^2(z) dz}{2EJ} + \int_{l_1}^{l_2} k \frac{Q^2(z) dz}{2GA} \quad (2)$$

Применяя правило дифференцирования по параметру  $q_m$ , находим перемещение в направлении перпендикуляра к оси симметрии зуба:

$$\delta V_y = \delta V_{из} + \delta V_{сд} = \frac{\partial U_{из}}{\partial q_m} + \frac{\partial U_{сд}}{\partial q_m} = \int_{l_1}^{l_2} \frac{M(z) dz}{EJ} \frac{\partial M(z)}{\partial q_m} + \int_{l_1}^{l_2} k \frac{Q(z) dz}{GA} \frac{\partial Q(z)}{\partial q_m} \quad (3)$$

где  $M(z) = -q_{ny}(z - l_1) + (q_{ny}tg\lambda) \frac{h_d}{2}$  - внутренний изгибающий момент в сечении,

$Q(z) = q_{ny}$  - внутренняя поперечная сила,

$k$  - коэффициент формы поперечного сечения, для прямоугольника  $k=1.2$ ,

$E$  и  $G$  - модули упругости материала зуба первого и второго рода,

$J = \frac{1}{12} h_z^3 = \frac{1}{12} \left( \frac{h_z - h_d}{l_d} z \right)^3$  - момент инерции поперечного сечения балки единичной длины,

$A = l \cdot h_z = \frac{h_z - h_d}{l_d} z$  -

площадь поперечного сечения балки.

Для моделирования деформированного состояния зуба была использована лицензионная компьютерная технология PRO-MES 4.3 фирмы «PRO-SOFT», предоставленная кафедрой «Механика роботов и машин» Силезского технического университета (Польша).

Модель зуба формировалась путем вырезания зуба из зубчатого колеса двумя плоскостями, проведенными через середины соседних впадин и ось вращения. Полученный сектор отсекался плоскостью, перпендикулярной оси симметрии зуба на расстоянии от его основания, равном примерно двум модулям зацепления, что меньше минимальной рекомендуемой толщины обода зубчатого колеса.

Модель зуба содержит 585 восьмигранных элементов и насчитывает 896 узлов, из которых 128 являются опорными. Распределенная нагрузка, разложенная на составляющие, прикладывалась в 16 узлах линии контакта по длине зуба. Было заложено 8 вариантов нагружения, соответствующих последовательному приложению распределенной нагрузки по высоте зуба.

Численный эксперимент по сравнительной оценке деформации зубьев при применении двух описанных методов был выполнен для зубчатой передачи ( $m=8$ мм,  $z=16$  зубьев,  $b=78$ мм), нагруженной моментом 1594Нм. Характер изменения перемещений по высоте зуба представлен на рис. 2.

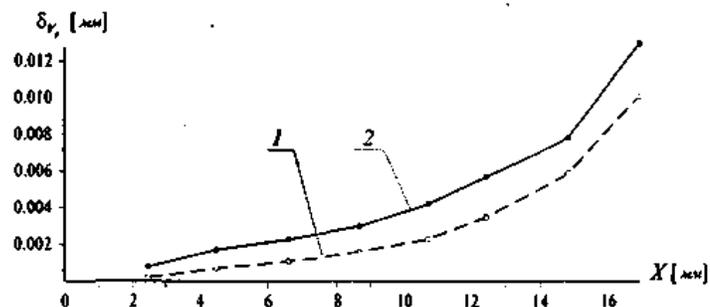


Рис. 2. Характер объемной деформации зуба по его высоте 1 - аналитический метод, 2 - метод конечных элементов

Анализ результатов определения объемной деформации зуба, полученной двумя независимыми методами с учетом того, что эта деформация соизмерима с контактной деформацией зубьев, позволяет сделать вывод, что оба метода с погрешностью порядка 10% дают практически одинаковые результаты.

Однако метод конечных элементов имеет ряд существенных недостатков: высокая стоимость лицензии, лицензионная привязка к конкретному персональному компьютеру и др. В связи с этим при разработке программного обеспечения для исследования изношенных профилей зубьев предпочтение следует отдать классическому методу определения объемной деформации зуба зубчатого колеса.