

УДК 621.313.32

## МЕТОД РАСЧЕТА ГРУППОВОГО ВЫБЕГА СИНХРОННОЙ НАГРУЗКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Сивокобыленко В.Ф., Лебедев В.К., Кукуй К.А.

Донецкий национальный технический университет

Svf@elf.dgtu.donetsk.ua

### Abstract

The mathematical model of a node of a synchronous load of an electrical system on a base complete differential equalization of its units is surveyed. The expressions for definition of voltages in node of the calculated circuit are obtained. The model allows to calculate modes of starting, group running out, self-start, short closure, synchronous and out-of-phase cut-in of synchronous drives.

Известно [1], что синхронная нагрузка электрических систем оказывает значительное влияние на характер протекания переходных процессов, вызванных короткими замыканиями (к. з.), переключением питания с одного источника на другой при работе устройств АВР, АПВ и др. Существуют [2] методы расчета токов подпитки места к. з. от синхронных двигателей (СД), группового самозапуска после перерывов питания, однако для расчета группового выбега СД используются в основном приближенные методы, основанные на результатах экспериментов [3] или на грубых допущениях [4, 5] и отсутствуют уточненные методы, позволяющие определить взаимный обмен энергией между отдельными СД, частоту вращения каждого из них, величину и частоту напряжения в узле нагрузки после потери питания, а также ударные значения токов и моментов после повторной подачи питания.

В данной работе, с целью восполнения указанных выше пробелов, для типовой схемы узла синхронной нагрузки электрической системы (рис. 1) предложен более точный метод расчета режимов группового выбега СД.

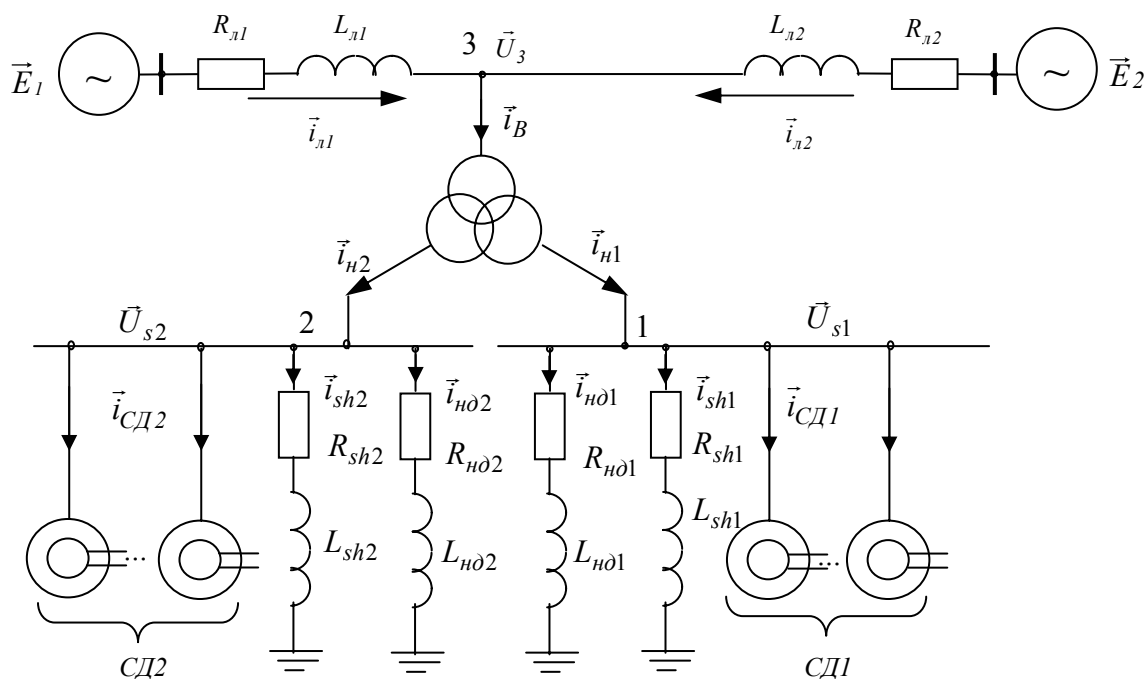


Рисунок 1 – Типовая схема узла синхронной нагрузки энергосистемы

Метод основан на использовании полных дифференциальных уравнений и их численного решения на ЭВМ для всех основных элементов указанной схемы (питающих линий, трансформатора, статической нагрузки и СД, шунтов к. з.). Математические модели линий, трансформатора, шунтов и нагрузки используются в виде, аналогичном [6]. С целью упрощения математической модели всего узла нагрузки, дифференциальные уравнения СД, в отличие от использования в качестве переменных значений потокосцеплений контуров обмоток СД [7], представлены в записи относительно токов статора и ротора, что сокращает объем расчетов за счет необходимого перехода от потокосцеплений к токам на каждом шаге расчета.

В предлагаемом методе неизвестные токи всех элементов схемы находятся из решения соответствующих дифференциальных уравнений, а для определения напряжений используются связи между элементами вытекающие из уравнений первого закона Кирхгофа в дифференциальной форме для узловых токов. Рассмотрим сначала особенности уравнений элементов схемы.

Дифференциальные уравнения трехобмоточного трансформатора с расщепленной обмоткой низшего напряжения согласно [ ] могут быть представлены в форме Коши относительно токов в обмотках в неподвижной ортогональной системе координат X, Y как:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} pi_{Bx} \\ pi_{By} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} b_{12} & 0 \\ 0 & b_{12} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{1x} \\ U_{1y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{13} & 0 \\ 0 & b_{13} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{2x} \\ U_{2y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & b_{11} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{3x} \\ U_{3y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_{11}R_B & 0 \\ 0 & b_{11}R_B \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{Bx} \\ i_{By} \end{bmatrix} - \\ &- \begin{bmatrix} b_{12}R_{H1} & 0 \\ 0 & b_{12}R_{H1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{H1x} \\ i_{H1y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_{13}R_{H2} & 0 \\ 0 & b_{13}R_{H2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{H2x} \\ i_{H2y} \end{bmatrix}; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} pi_{H1x} \\ pi_{H1y} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} b_{22} & 0 \\ 0 & b_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{1x} \\ U_{1y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{23} & 0 \\ 0 & b_{23} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{2x} \\ U_{2y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{21} & 0 \\ 0 & b_{21} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{3x} \\ U_{3y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_{21}R_B & 0 \\ 0 & b_{21}R_B \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{Bx} \\ i_{By} \end{bmatrix} - \\ &- \begin{bmatrix} b_{22}R_{H1} & 0 \\ 0 & b_{22}R_{H1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{H1x} \\ i_{H1y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_{23}R_{H2} & 0 \\ 0 & b_{23}R_{H2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{H2x} \\ i_{H2y} \end{bmatrix}; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} pi_{H2x} \\ pi_{H2y} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} b_{32} & 0 \\ 0 & b_{32} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{1x} \\ U_{1y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{33} & 0 \\ 0 & b_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{2x} \\ U_{2y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{31} & 0 \\ 0 & b_{31} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{3x} \\ U_{3y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_{31}R_B & 0 \\ 0 & b_{31}R_B \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{Bx} \\ i_{By} \end{bmatrix} - \\ &- \begin{bmatrix} b_{32}R_{H1} & 0 \\ 0 & b_{32}R_{H1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{H1x} \\ i_{H1y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_{33}R_{H2} & 0 \\ 0 & b_{33}R_{H2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{H2x} \\ i_{H2y} \end{bmatrix}; \end{aligned} \quad (3)$$

где:  $p = \frac{d}{dt}$  – оператор дифференцирования;  $b_{11}, b_{12}, b_{13}, b_{21}, b_{22}, b_{23}, b_{31}, b_{32}, b_{33}$  – элементы обратной матрицы индуктивностей трансформатора, определяемые как:

$$\left. \begin{aligned} b_{11} &= \frac{L_{H1}L_{H2} - L_m^2}{\Delta_T}; & b_{22} &= \frac{L_B L_{H2} - L_m^2}{\Delta_T}; & b_{33} &= \frac{L_B L_{H1} - L_m^2}{\Delta_T}; \\ b_{12} = b_{21} &= \frac{L_m^2 - L_m L_{H2}}{\Delta_T}; & b_{13} = b_{31} &= \frac{L_m^2 - L_m L_{H1}}{\Delta_T}; & b_{12} = b_{21} &= \frac{L_m^2 - L_m L_B}{\Delta_T}; \\ \Delta_T &= L_B L_{H1} L_{H2} - L_m^2 (L_B + L_{H1} + L_{H2}) + 2L_m^3. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

В уравнениях (1)–(4) используются параметры схемы замещения трансформатора:  $R_B, R_{H1}, R_{H2}, L_{\sigma B}, L_{\sigma H1}, L_{\sigma H2}$  – соответственно активные сопротивления и индуктивности рассеяния обмоток высокого и низшего напряжений, а также взаимная индуктивность обмоток  $L_m$  или индуктивность ветви намагничивания. Полные индуктивности контуров обмоток определяются по соотношениям:

$$L_B = L_{\sigma B} + L_m; \quad L_{H1} = L_{\sigma H1} + L_m; \quad L_{H2} = L_{\sigma H2} + L_m. \quad (5)$$

Дифференциальные уравнения статических нагрузок секций 1, 2 (рис. 1), шунтов для расчета токов к. з., линий межузловых связей запишем в неподвижных координатах X, Y в форме Коши аналогично [6]:

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} pi_{\text{н}01x} \\ pi_{\text{н}01y} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} b_{\text{н}01} & 0 \\ 0 & b_{\text{н}01} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{1x} \\ U_{1y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_{\text{н}01} \cdot R_{\text{н}01} & 0 \\ 0 & b_{\text{н}01} \cdot R_{\text{н}01} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{\text{н}01x} \\ i_{\text{н}01y} \end{bmatrix}; \\ \begin{bmatrix} pi_{\text{н}02x} \\ pi_{\text{н}02y} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} b_{\text{н}02} & 0 \\ 0 & b_{\text{н}02} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{2x} \\ U_{2y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_{\text{н}02} \cdot R_{\text{н}02} & 0 \\ 0 & b_{\text{н}02} \cdot R_{\text{н}02} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{\text{н}02x} \\ i_{\text{н}02y} \end{bmatrix}; \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned}
\begin{bmatrix} p i_{sh1x} \\ p i_{sh1y} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} b_{sh1} & 0 \\ 0 & b_{sh1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{1x} \\ U_{1y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_{sh1} \cdot R_{sh1} & 0 \\ 0 & b_{sh1} \cdot R_{sh1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{sh1x} \\ i_{sh1y} \end{bmatrix}; \\
\begin{bmatrix} p i_{sh2x} \\ p i_{sh2y} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} b_{sh2} & 0 \\ 0 & b_{sh2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{2x} \\ U_{2y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_{sh2} \cdot R_{sh2} & 0 \\ 0 & b_{sh2} \cdot R_{sh2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{sh2x} \\ i_{sh2y} \end{bmatrix}; \\
\begin{bmatrix} p i_{\pi 1x} \\ p i_{\pi 1y} \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} b_{\pi 1} & 0 \\ 0 & b_{\pi 1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{3x} \\ U_{3y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_{\pi 1} \cdot R_{\pi 1} & 0 \\ 0 & b_{\pi 1} \cdot R_{\pi 1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{\pi 1x} \\ i_{\pi 1y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{\pi 1} & 0 \\ 0 & b_{\pi 1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{1x} \\ E_{1y} \end{bmatrix}; \\
\begin{bmatrix} p i_{\pi 2x} \\ p i_{\pi 2y} \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} b_{\pi 2} & 0 \\ 0 & b_{\pi 2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{3x} \\ U_{3y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_{\pi 2} \cdot R_{\pi 2} & 0 \\ 0 & b_{\pi 2} \cdot R_{\pi 2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{\pi 2x} \\ i_{\pi 2y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{\pi 2} & 0 \\ 0 & b_{\pi 2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{2x} \\ E_{2y} \end{bmatrix};
\end{aligned} \right\} \begin{matrix} (7) \\ (8) \end{matrix}$$

$$\text{где } b_{\pi 01} = \frac{1}{L_{\pi 01}}; \quad b_{\pi 02} = \frac{1}{L_{\pi 02}}; \quad b_{sh1} = \frac{1}{L_{sh1}}; \quad b_{sh2} = \frac{1}{L_{sh2}}; \quad b_{\pi 1} = \frac{1}{L_{\pi 1}}; \quad b_{\pi 2} = \frac{1}{L_{\pi 2}};$$

$R_{\pi 01}, R_{\pi 02}, R_{sh1}, R_{sh2}, R_{\pi 1}, R_{\pi 2}, L_{\pi 01}, L_{\pi 02}, L_{sh1}, L_{sh2}, L_{\pi 1}, L_{\pi 2}$  – соответственно активные сопротивления и индуктивности нагрузки, шунтов и линий связи.

В узлах нагрузки применяются как явнополюсные синхронные двигатели, так и турбодвигатели с массивным ротором. Методики определения параметров их схем замещения по каталожным или экспериментальным данным приведены в [8]. Будем использовать наиболее универсальную схему замещения для указанных типов СД, в которой по оси  $d$  имеется обмотка возбуждения, а явление вытеснения токов в роторе учтено с помощью двух эквивалентных демпферных контуров по каждой из осей  $d$  и  $q$ . Исходные дифференциальные уравнения, записанные относительно потокосцеплений для СД во вращающейся системе координат ротора  $d, q$  в относительных единицах имеют следующий вид:

$$U_{sd} = i_{sd} \cdot R_s + p \cdot \Psi_{sd} - \varpi \cdot \Psi_{sq}; \quad (9) \quad U_{sq} = i_{sq} \cdot R_s + p \cdot \Psi_{sq} + \varpi \cdot \Psi_{sd}; \quad (13)$$

$$0 = i'_{rd} \cdot R'_{rd} + p \cdot \Psi'_{rd}; \quad (10) \quad 0 = i'_{rq} \cdot R'_{rq} + p \cdot \Psi'_{rq}; \quad (14)$$

$$0 = i''_{rd} \cdot R''_{rd} + p \cdot \Psi''_{rd}; \quad (11) \quad 0 = i''_{rq} \cdot R''_{rq} + p \cdot \Psi''_{rq}; \quad (15)$$

$$U_f = i_f \cdot R_f + p \cdot \Psi_f; \quad (12) \quad p^2 \cdot \sigma = p \cdot \varpi = \frac{m_{\text{эл}} - m_c}{T_j};$$

$$(16) \quad p \cdot \gamma = \varpi \quad (17) \quad m_{\text{эл}} = \Psi_{sd} \cdot i_{sq} - \Psi_{sq} \cdot i_{sd}, \quad (18)$$

где  $U_{sd}, U_{sq}, U_f, \Psi_{sd}, \Psi_{sq}, \Psi_f, \Psi'_{rd}, \Psi''_{rd}, \Psi'_{rq}, \Psi''_{rq}, i_{sd}, i_{sq}, i_f, i'_{rd}, i''_{rd}, i'_{rq}, i''_{rq}$  – напряжения, потокосцепления и токи обмоток статора, возбуждения и эквивалентных демпферных контуров ротора по осям  $d$  и  $q$ ;  $\varpi, \gamma$  – частота вращения ротора и угол между осью  $d$  ротора и осью фазы А обмотки статора;  $m_{\text{эл}}, m_c$  – вращающий момент двигателя и момент сопротивления механизма;  $T_j$  – постоянная времени агрегата,  $\delta$  – угол вылета ротора.

Потокосцепления обмоток в уравнениях (9) – (18) определяются через токи по соотношениям:

$$\begin{bmatrix} \Psi_{sd} \\ \Psi'_{rd} \\ \Psi''_{rd} \\ \Psi_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{sd} & L_{md} & L_{md} & L_{md} \\ L_{md} & L'_{rd} & L_{md} & L_{md} \\ L_{md} & L_{md} & L''_{rd} & L_{md} \\ L_{md} & L_{md} & L_{md} & L_f \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i'_{rd} \\ i''_{rd} \\ i_f \end{bmatrix} = \mathbf{L}_D \cdot \mathbf{I}_D; \quad \begin{bmatrix} \Psi_{sq} \\ \Psi'_{rq} \\ \Psi''_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{sq} & L_{mq} & L_{mq} \\ L_{mq} & L'_{rq} & L_{mq} \\ L_{mq} & L_{mq} & L''_{rq} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{sq} \\ i'_{rq} \\ i''_{rq} \end{bmatrix} = \mathbf{L}_Q \cdot \mathbf{I}_Q, \quad (19)$$

где  $\mathbf{L}_D$  и  $\mathbf{L}_Q$  – матрицы собственных и взаимных индуктивностей по осям  $d$  и  $q$ ;

$\mathbf{I}_D$  и  $\mathbf{I}_Q$  – векторы токов по осям  $d$  и  $q$  СД.

В уравнениях (9) – (19) используются параметры схем замещения по осям  $d$  и  $q$ :

$R_s, R_f, R'_{rd}, R''_{rd}, R'_{rq}, R''_{rq}$  – соответственно активные сопротивления обмоток статора, возбуждения и демпферных контуров ротора;

$L_{\sigma s}, L_{\sigma f}, L'_{\sigma rd}, L''_{\sigma rd}, L'_{\sigma rq}, L''_{\sigma rq}$  – индуктивности рассеяния обмоток статора, возбуждения и демпферных контуров ротора;

$L_{md}, L_{mq}$  – индуктивности ветвей намагничивания.

Полные индуктивности контуров статора и ротора определяются по соотношениям:

$$\left. \begin{aligned} L_{sd} &= L_{\sigma s} + L_{md}; & L_{sq} &= L_{\sigma s} + L_{mq}; & L_f &= L_{\sigma f} + L_{md}; \\ L'_{rd} &= L'_{\sigma rd} + L_{md}; & L''_{rd} &= L''_{\sigma rd} + L_{md}; \\ L'_{rq} &= L'_{\sigma rq} + L_{mq}; & L''_{rq} &= L''_{\sigma rq} + L_{mq}. \end{aligned} \right\} (20)$$

Для исключения потокосцеплений из уравнений (9) – (18) подставим в них выражения (19) и получим в матрично-блочном виде дифференциальные уравнения для всех контуров СД:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{L}_D & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{L}_Q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p\mathbf{I}_D \\ p\mathbf{I}_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_D \\ \mathbf{U}_Q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{R}_D & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_Q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I}_D \\ \mathbf{I}_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{E}_D \\ \mathbf{E}_Q \end{bmatrix}, \quad (21)$$

где  $p = \frac{d}{dt}$  – оператор дифференцирования;  $\mathbf{E}_D, \mathbf{E}_Q$  – ЭДС вращения;

$$\begin{aligned} p\mathbf{I}_D &= [pi_{sd}, pi'_{rd}, pi''_{rd}, pi_f]^r; & p\mathbf{I}_Q &= [pi_{sq}, pi'_{rq}, pi''_{rq}]^r; \\ \mathbf{U}_D &= [U_{sd}, 0, 0, U_f]^r; & \mathbf{U}_Q &= [U_{sq}, 0, 0]^r; \\ \mathbf{R}_D &= \text{diag}[R_s, R'_{rd}, R''_{rd}, R_f]; & \mathbf{R}_Q &= \text{diag}[R_s, R'_{rq}, R''_{rq}]; \\ \mathbf{E}_D &= [\varpi \cdot (i_{sq} \cdot L_{sq} + (i'_{rq} + i''_{rq}) \cdot L_{mq}), 0, 0, 0]^r; & \mathbf{E}_Q &= [-\varpi \cdot (i_{sd} \cdot L_{sd} + (i'_{rd} + i''_{rd} + i_f) \cdot L_{md}), 0, 0]^r. \end{aligned}$$

Для представления полученных уравнений в форме Коши необходимо левую и правую части равенства (21) умножить слева на матрицу инверсных индуктивностей  $\Gamma$ , обратную матрице индуктивностей СД:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_D & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{b}_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_D^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{L}_Q^{-1} \end{bmatrix}, \quad \text{где } \mathbf{b}_D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} & d_{44} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_Q = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & q_{24} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} & q_{34} \\ q_{41} & q_{42} & q_{43} & q_{44} \end{bmatrix}; \quad (22)$$

при этом элементы обратной матрицы  $\mathbf{b}_D$  находятся по соотношениям:

$$\begin{aligned} d_{11} &= \frac{L'_{rd} L''_{rd} L_f - L_{md}^2 (L'_{rd} + L''_{rd} + L_f) + 2L_{md}^3}{\Delta_d}; & d_{22} &= \frac{L_{sd} L''_{rd} L_f - L_{md}^2 (L_{sd} + L'_{rd} + L_f) + 2L_{md}^3}{\Delta_d}; \\ d_{33} &= \frac{L_{sd} L'_{rd} L_f - L_{md}^2 (L_{sd} + L'_{rd} + L_f) + 2L_{md}^3}{\Delta_d}; & d_{44} &= \frac{L_{sd} L'_{rd} L''_{rd} - L_{md}^2 (L_{sd} + L'_{rd} + L''_{rd}) + 2L_{md}^3}{\Delta_d}; \\ d_{12} = d_{21} &= \frac{-L_{md} L''_{rd} L_f + L_{md}^2 L''_{rd} + L_{md}^2 L_f - L_{md}^3}{\Delta_d}; & d_{13} = d_{31} &= \frac{-L_{md} L'_{rd} L_f + L_{md}^2 L'_{rd} + L_{md}^2 L_f - L_{md}^3}{\Delta_d}; \\ d_{14} = d_{41} &= \frac{-L_{md} L'_{rd} L''_{rd} + L_{md}^2 L'_{rd} + L_{md}^2 L''_{rd} - L_{md}^3}{\Delta_d}; & d_{23} = d_{32} &= \frac{-L_{md} L_{sd} L_f + L_{md}^2 L_{sd} + L_{md}^2 L_f - L_{md}^3}{\Delta_d}; \\ d_{24} = d_{42} &= \frac{-L_{md} L_{sd} L''_{rd} + L_{md}^2 L_{sd} + L_{md}^2 L''_{rd} - L_{md}^3}{\Delta_d}; & d_{34} = d_{43} &= \frac{-L_{md} L_{sd} L'_{rd} + L_{md}^2 L_{sd} + L_{md}^2 L'_{rd} - L_{md}^3}{\Delta_d}; \\ \Delta_d &= L_{sd} L'_{rd} L''_{rd} L_f - L_{md}^2 [L_{sd} (L'_{rd} + L''_{rd} + L_f) + L'_{rd} (L''_{rd} + L_f) + L''_{rd} L_f] + 2L_{md}^3 (L_{sd} + L'_{rd} + L''_{rd} + L_f) - 3L_{md}^4. \end{aligned}$$

а элементы матрицы  $\mathbf{b}_Q$  находятся по соотношениям, аналогичным (4).

В результате получим в окончательном виде систему дифференциальных уравнений СД девятого порядка (23), записанную в форме Коши и приведенную в матричном виде ниже:

$$\begin{bmatrix} pi_{sd} \\ pi'_{rd} \\ pi''_{rd} \\ pi_f \\ pi_{sq} \\ pi'_{rq} \\ pi''_{rq} \\ p\varpi \\ p\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -d_{11}R_s & -d_{12}R'_{rd} & -d_{13}R''_{rd} & -d_{14}R_f & d_{11}\varpi L_{\sigma q} & d_{11}\varpi L_{\sigma q} & d_{11}\varpi L_{\sigma q} & 0 & 0 \\ -d_{21}R_s & -d_{22}R'_{rd} & -d_{23}R''_{rd} & -d_{24}R_f & d_{21}\varpi L_{\sigma q} & d_{21}\varpi L_{\sigma q} & d_{21}\varpi L_{\sigma q} & 0 & 0 \\ -d_{31}R_s & -d_{32}R'_{rd} & -d_{33}R''_{rd} & -d_{34}R_f & d_{31}\varpi L_{\sigma q} & d_{31}\varpi L_{\sigma q} & d_{31}\varpi L_{\sigma q} & 0 & 0 \\ -d_{41}R_s & -d_{42}R'_{rd} & -d_{43}R''_{rd} & -d_{44}R_f & d_{41}\varpi L_{\sigma q} & d_{41}\varpi L_{\sigma q} & d_{41}\varpi L_{\sigma q} & 0 & 0 \\ -q_{11}\varpi L_{sd} & -q_{11}\varpi L_{md} & -q_{11}\varpi L_{md} & -q_{11}\varpi L_{md} & -q_{11}R_s & -q_{12}R'_{rd} & -q_{13}R''_{rd} & 0 & 0 \\ -q_{21}\varpi L_{sd} & -q_{21}\varpi L_{md} & -q_{21}\varpi L_{md} & -q_{21}\varpi L_{md} & -q_{21}R_s & -q_{22}R'_{rd} & -q_{23}R''_{rd} & 0 & 0 \\ -q_{31}\varpi L_{sd} & -q_{31}\varpi L_{md} & -q_{31}\varpi L_{md} & -q_{31}\varpi L_{md} & -q_{31}R_s & -q_{32}R'_{rd} & -q_{33}R''_{rd} & 0 & 0 \\ \frac{L_{sd}i_{sq}}{T_j} & \frac{L_{md}i_{sq}}{T_j} & \frac{L_{md}i_{sq}}{T_j} & \frac{L_{md}i_{sq}}{T_j} & -\frac{L_{sq}i_{sd}}{T_j} & -\frac{L_{mq}i_{sd}}{T_j} & -\frac{L_{mq}i_{sd}}{T_j} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i'_{rd} \\ i''_{rd} \\ i_f \\ i_{sq} \\ i'_{rq} \\ i''_{rq} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11}U_{sd} + d_{14}U_f \\ d_{21}U_{sd} + d_{24}U_f \\ d_{31}U_{sd} + d_{34}U_f \\ d_{41}U_{sd} + d_{44}U_f \\ q_{11}U_{sq} \\ q_{21}U_{sq} \\ q_{31}U_{sq} \\ -\frac{m_c}{T_j} \\ \varpi \end{bmatrix} \quad (23)$$

Для определения напряжений в узлах 1, 2, 3 рассматриваемой схемы (рис. 1) необходимо составить уравнения связи между элементами схемы, в качестве которых будем использовать первый закон Кирхгофа в дифференциальной форме, записанный для производных узловых токов в неподвижной ортогональной системе координат X,Y или в фазных координатах  $a, b, c, 0$ .

Так как уравнения статических элементов схемы (1), (2), (3), (6), (7) и (8) были записаны в неподвижной системе координат X,Y, а уравнения каждого СД решаются в собственных координатах  $d, q$ , то требуется определение выражений для производных от токов статора каждого СД в неподвижных осях X,Y.

С учетом матрицы  $\Pi$  прямого преобразования переменных при переходе от осей  $d, q$  к неподвижным осям X,Y и матрицы  $\Pi'$  обратного перехода получим формулы для производных токов статора СД в осях X,Y и напряжений статора СД в осях  $d, q$ , которые требуются нам в дальнейшем:

$$\Pi = \begin{bmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma \\ \sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}; \quad \Pi' = \begin{bmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma \\ -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}; \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} U_{sd} \\ U_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma \\ -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{sx} \\ U_{sy} \end{bmatrix}; \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} pi_{sx} \\ pi_{sy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma \\ \sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} pi_{sd} \\ pi_{sq} \end{bmatrix} + \varpi \cdot \begin{bmatrix} -\sin\gamma & -\cos\gamma \\ \cos\gamma & -\sin\gamma \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Заменив в (26) производные для токов статора их значениями из (23) с учетом (25), получим выражения для производных токов статора СД в осях X,Y:

$$\begin{bmatrix} pi_{sx} \\ pi_{sy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_x & b_\Delta \\ b_\Delta & b_y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{sx} \\ U_{sy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix}, \quad (27)$$

$$\text{где} \quad b_x = d_{11} \cos^2 \gamma + q_{11} \sin^2 \gamma; \quad b_y = d_{11} \cos^2 \gamma + q_{11} \sin^2 \gamma;$$

$$b_\Delta = d_{11} \cos \gamma \sin \gamma - q_{11} \cos \gamma \sin \gamma = \frac{d_{11} - q_{11}}{2} \sin 2\gamma;$$

$$a_x = a_d \cos \gamma - a_q \sin \gamma; \quad a_y = a_d \sin \gamma - a_q \cos \gamma;$$

$$a_d = -d_{11} R_s i_{sd} - d_{12} R'_{rd} i'_{rd} - d_{13} R''_{rd} i''_{rd} + d_{14} (U_f - R_f i_f) + \varpi d_{11} [L_{sq} i_{sq} + (i'_{rq} + i''_{rq}) L_{mq}] - \varpi i_{sq};$$

$$a_q = -q_{11} R_s i_{sq} - q_{12} R'_{rq} i'_{rq} - q_{13} R''_{rq} i''_{rq} - \varpi q_{11} [L_{sd} i_{sd} + (i'_{rd} + i''_{rd} + i_f) L_{md}] + \varpi i_{sd};$$

Для узлов расчетной схемы 1, 2, 3, согласно первому закону Кирхгофа, записанному в дифференциальной форме, справедливы следующие выражения:

$$\begin{bmatrix} pi_{n1x} \\ pi_{n1y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} pi_{n\Delta 1x} \\ pi_{n\Delta 1y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} pi_{sh1x} \\ pi_{sh1y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{CD1} pi_{sxi} \\ \sum_{i=1}^{CD1} pi_{syi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} pi_{n2x} \\ pi_{n2y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} pi_{n\Delta 2x} \\ pi_{n\Delta 2y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} pi_{sh2x} \\ pi_{sh2y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{CD2} pi_{sxi} \\ \sum_{i=1}^{CD2} pi_{syi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} pi_{Bx} \\ pi_{By} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} pi_{n1x} \\ pi_{n1y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} pi_{n2x} \\ pi_{n2y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Подставив в (28) полученные ранее выражения для производных токов из (1), (2), (3), (6), (7), (8) и (27) получим систему из шести алгебраических уравнений, записанную относительно неизвестных напряжений в узлах расчетной схемы в системе неподвижных ортогональных координат X,Y:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline V_1 + \sum_{i=1}^{CD1} b_{xi} & \sum_{i=1}^{CD1} b_{\Delta i} & b_{23} & 0 & b_{21} & 0 \\ \hline \sum_{i=1}^{CD1} b_{\Delta i} & V_1 + \sum_{i=1}^{CD1} b_{yi} & 0 & b_{23} & 0 & b_{21} \\ \hline b_{32} & 0 & V_2 + \sum_{i=1}^{CD2} b_{xi} & \sum_{i=1}^{CD2} b_{\Delta i} & b_{31} & 0 \\ \hline 0 & b_{32} & \sum_{i=1}^{CD1} b_{\Delta i} & V_2 + \sum_{i=1}^{CD2} b_{yi} & 0 & b_{31} \\ \hline b_{12} & 0 & b_{13} & 0 & V_3 & 0 \\ \hline 0 & b_{12} & 0 & b_{13} & 0 & V_3 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|c|} \hline U_{1x} \\ \hline U_{1y} \\ \hline U_{2x} \\ \hline U_{2y} \\ \hline U_{3x} \\ \hline U_{3y} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline A_{1x} \\ \hline A_{1y} \\ \hline A_{2x} \\ \hline A_{2y} \\ \hline A_{3x} \\ \hline A_{3y} \\ \hline \end{array} \quad (29)$$

$$\begin{aligned}
 \text{где } V_1 &= b_{22} + b_{\text{н}\delta 1} + b_{\text{ш}1}; & V_2 &= b_{33} + b_{\text{н}\delta 2} + b_{\text{ш}2}; & V_3 &= a_{11} - b_{\text{л}1} - b_{\text{л}2}; \\
 A_{1x} &= b_{21}R_B i_{Bx} + b_{22}R_{H1} i_{H1x} + b_{23}R_{H2} i_{H2x} + b_{\text{н}\delta 1}R_{\text{н}\delta 1} i_{\text{н}\delta 1x} + b_{\text{ш}1}R_{\text{ш}1} i_{\text{ш}1x} + \sum_{i=1}^{\text{СД1}} a_{xi}; \\
 A_{1y} &= b_{21}R_B i_{By} + b_{22}R_{H1} i_{H1y} + b_{23}R_{H2} i_{H2y} + b_{\text{н}\delta 1}R_{\text{н}\delta 1} i_{\text{н}\delta 1y} + b_{\text{ш}1}R_{\text{ш}1} i_{\text{ш}1y} + \sum_{i=1}^{\text{СД1}} a_{yi}; \\
 A_{2x} &= b_{31}R_B i_{Bx} + b_{32}R_{H1} i_{H1x} + b_{33}R_{H2} i_{H2x} + b_{\text{н}\delta 2}R_{\text{н}\delta 2} i_{\text{н}\delta 2x} + b_{\text{ш}2}R_{\text{ш}2} i_{\text{ш}2x} + \sum_{i=1}^{\text{СД2}} a_{xi}; \\
 A_{2y} &= b_{31}R_B i_{By} + b_{32}R_{H1} i_{H1y} + b_{33}R_{H2} i_{H2y} + b_{\text{н}\delta 2}R_{\text{н}\delta 2} i_{\text{н}\delta 2y} + b_{\text{ш}2}R_{\text{ш}2} i_{\text{ш}2y} + \sum_{i=1}^{\text{СД2}} a_{yi}; \\
 A_{3x} &= b_{11}R_B i_{Bx} + b_{12}R_{H1} i_{H1x} + b_{13}R_{H2} i_{H2x} + b_{\text{л}1}R_{\text{л}1} i_{\text{л}1x} + b_{\text{л}2}R_{\text{л}2} i_{\text{л}2x} - b_{\text{л}1}E_{1x} - b_{\text{л}2}E_{2x}; \\
 A_{3y} &= b_{11}R_B i_{By} + b_{12}R_{H1} i_{H1y} + b_{13}R_{H2} i_{H2y} + b_{\text{л}1}R_{\text{л}1} i_{\text{л}1y} + b_{\text{л}2}R_{\text{л}2} i_{\text{л}2y} - b_{\text{л}1}E_{1y} - b_{\text{л}2}E_{2y}.
 \end{aligned}$$

Используя выражение (29) на каждом шаге расчета определяются неизвестные напряжения в узлах расчетной схемы узла энергосистемы, а затем находятся токи всех элементов схемы из численного решения соответствующих дифференциальных уравнений.

Разработанная математическая модель позволяет рассчитывать режимы пуска, группового выбега, самозапуска, короткого замыкания, исследовать режимы синхронных и несинхронных включений двигательной нагрузки. Режимы коммутаций, вызванные отключением источника питания, моделируются аналогично описанному в [6] способу.

В качестве примера было осуществлено моделирование режима перерыва питания длительностью  $t=0,5$  с секции 6 кВ узла электрической системы (рис. 1).

#### Выводы

1. Разработана математическая модель узла нагрузки, состоящая из питающих линий, трансформатора, статической нагрузки, синхронных двигателей и шунтов к. з. Все элементы описаны полными дифференциальными уравнениями и выражены относительно производных токов.
2. Получены выражения для определения на каждом шаге расчета значений напряжения в узлах расчетной схемы.
3. Разработанная математическая модель позволяет анализировать режимы пуска, группового выбега, коротких замыканий, самозапуска, синхронных и несинхронных включений синхронных двигателей и может быть использована как в условиях эксплуатации, так и проектирования узлов нагрузки, содержащих синхронные двигатели.

#### Литература

1. Сыромятников И.А. Режимы работы асинхронных и синхронных двигателей. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 240 с.
2. Баков Ю.В. Проектирование электрической части электростанций с применением ЭВМ: Учеб. пособие для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 272 с.
3. Ойрех Я.А., Сивокобыленко В.Ф. Режимы самозапуска асинхронных двигателей. – М.: Энергия, 1974. – 96 с.
4. Ковач К.П., Рац И. Переходные процессы в машинах переменного тока. – М.Л., Госэнергоиздат, 1963. – 744с.
5. Павлюк К., Беднарк С. Пуск и асинхронные режимы синхронных двигателей. Пер. с польск. М., – Энергия, 1971. – 272 с.
6. Сивокобыленко В.Ф., Лебедев В.К., Кукуй К.А. Математическое моделирование асинхронной нагрузки в режимах группового выбега и самозапуска. – Сб. научн. трудов ДонНТУ. Серия: электротехника и энергетика, вып. 41: – Донецк: ДонНТУ, 2002. – с. 28-34.
7. Сивокобыленко В.Ф. Переходные процессы в многомашинных системах электроснабжения электрических станций: Уч. пособие. – Донецк, ДПИ, 1984. – 116 с.
8. Сивокобыленко В.Ф., Костенко В.И. Математическое моделирование электродвигателей собственных нужд электрических станций. Донецк, ДПИ, 1979. – 110 с.