# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГРАФОВЫХ МОДЕЛЕЙ В ЗАДАЧАХ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ПЛАНИРОВАНИЯ

**Д.А. Петренко**

**Донецкий Национальный Технический Университет**

**E-mail: dmitry_petrenko@mail.ru**

Традиционно актуальной остается проблема организации и планировании производственной деятельности. Столь ценимая ранее «предпринимательская способность», в настоящее время вытесняется «аналитической способностью». Для успешной деятельности уже недостаточно предположений основанных на интуиции или личном опыте предпринимателя, сегодня необходим тщательный анализ и прогнозирование, подкрепленное строгим математическим аппаратом.

Несмотря на то, что методы математического программирования достаточно хорошо известны, на практике они применяются сравнительно редко. Это связано с тем, что экономисты либо ставят под сомнение значимость теоретических методов, либо не применяют их из-за кажущейся сложности.

Как известно, эффективность оптимизационных методов, прежде всего, зависит от качества математической модели экономического процесса. Чем точнее модель, тем меньше вероятность ошибок при реальном проектировании. Качественная математическая модель должна учитывать множество факторов, однако при этом соответствующие расчеты значительно усложняются.

Достаточно эффективным способом реализации даже сложных многофакторных моделей, представляется метод, основанный на использовании ориентированных графов в которых вершины соответствуют состоянию процесса, а дуги – преобразованиям между этими состояниями. Теория графов достаточно развита и созданы эффективные алгоритмы их обработки. Таким образом, модель, использующая графы, может с успехом применяться в различных задачах планирования производства.

В качестве примера, рассмотрим процесс материального производства, в результате которого из продукта А, посредством некоторых технологических операций создается продукт **В**. В общем случае производство одного и того же продукта, может быть осуществлено различными способами, отличающимися количеством операций, их последовательностью, стоимостью, временем выполнения, надежностью и т.п.

Для моделирования, каждое возможное промежуточное состояние продукта можно представить в виде вершины графа, а операцию, соответствующую переходу в это состояние - дугой.

Каждую дугу (технологическую операцию) взвесим, т.е. присвоим ей какое-либо числовое значение. Это может быть стоимость технологической операции, время ее выполнения, надежность исполнения, производительность и т.п.

В рамках такой модели могут быть решены, например, следующие задачи оптимизации:

1. Минимизация стоимости производства
2. Минимизация количества технологических операций при заданных затратах
3. Максимизация общей надежности процесса

В формальном виде математические модели этих задач выглядят следующим образом:

**G(U,V)** - исходный граф
$U_i$ – вершина (промежуточное состояние) $i \in 1..n$
$V_j$ – дуга (технологическая операция) $j \in 1..m$
$c_j$ – стоимость технологической операции $c_i > 0$
$p_i$ – надежность выполнения операции $0 < p_i < 1$

Допустимым решением задачи является некоторый путь из **$U_1$** в **$U_m$**. Представим его множеством **R**, состоящим из **k** целых чисел **$R_t$** - номеров дуг пути.

Решением задачи **1** будет минимум следующей целевой функции:

$$\sum_{t=1}^{k} c_{R_t} \Rightarrow \min$$

Он обеспечивается на кратчайшем пути **R**, который может быть найден, например, с помощью алгоритма Дейкстры или его разновидностей.

Достоинством алгоритма Дейкстры является квадратичная сложность, что позволяет на современных ЭВМ за несколько минут получать точное решение для графа с несколькими тысячами вершин.

Решение задачи **2**, сводится к нахождению всех путей стоимостью **<= M**, и последующему выделению пути, содержащего минимальное количество вершин:

$$\sum_{t=1}^{k} c_{R_t} \le M \;, \quad k \;\Rightarrow\; \min$$

Решением задачи **3** является путь, максимизирующий общую надежность системы

$$\prod_{t=1}^{k} (1 - p_{R_t}) \Rightarrow \max$$

Для нахождения соответствующего пути, можно воспользоваться модификацией алгоритма Дейкстры: находить кратчайший путь не по сумме длин его составляющих, а по их произведению.

Подобным образом могут быть решены многие другие и более сложные задачи математического программирования.