

ФОРМИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПО НАГРЕВУ ДИАГРАММ ОБРАБОТКИ ЗАДАНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ПРИ НАЛИЧИИ ПОСТОЯННОГО СТАТИЧЕСКОГО МОМЕНТА НА ВАЛУ ДВИГАТЕЛЯ

Данная статья посвящена разработке алгоритма формирования управляющих сигналов для систем позиционного электропривода постоянного тока с независимым и нерегулируемым возбуждением из условия обеспечения минимума тепловых потерь в якоре двигателя при обработке заданного перемещения φ_s за заданное время t_0 с учетом ограничений на ток якоря $I(t) \leq I_0$ и скорость $\omega(t) \leq \omega_0$ при наличии на валу двигателя постоянного по величине реактивного статического момента $M_C = const$. Такая задача является актуальной, например, для приводов нажимных устройств обжимных прокатных станов.

В большинстве работ, посвященных поиску управления, оптимального по тепловым потерям [1-3], накладывают ограничение не на полный ток якоря, а на ускорение $\varepsilon(t) \leq \varepsilon_0$, пропорциональное динамической составляющей тока I_j или момента M_j :

$$M_j = M - M_c = cI_j = J\varepsilon, \quad (1)$$

где J – момент инерции привода; c – конструктивная постоянная двигателя.

В работе [4] решена задача поиска оптимального управления в условиях, сформулированных в данной статье, но в обратной постановке: обеспечить обработку заданного перемещения при заданном уровне потерь за минимальное время. В ней, с помощью принципа максимума Понтрягина, доказана оптимальность 6 типов возможных диаграмм изменения тока, ускорения, скорости и перемещения и определены их параметры. Поставленная задача оптимального управления и задача, решенная в [4], тождественны между собой в том смысле, что их решение приводит к одинаковым законам управления. Однако алгоритмы и формулы для расчета характерных точек оптимальных диаграмм естественно будут отличаться друг от друга в зависимости от того, что задано: время обработки перемещения или величина потерь.

Возможные типы оптимальных диаграмм для поставленной задачи в относительных единицах изображены на рис. 1:

а, б, в – в диаграмме отсутствует участок движения с постоянной скоростью (максимальная скорость не достигает уровня ограничения);

г, д, е – в диаграмме имеется участок работы с установившейся максимальной допустимой скоростью v_0 ;

а, г – ток не достигает уровня ограничения i_0 ;

б, д – ток достигает уровня ограничения только при разгоне;

в, е – ток достигает уровня ограничения как при разгоне, так и при торможении.

На рисунке обозначены следующие относительные величины:

$$i = \frac{I}{I_{кз}} = \frac{M}{M_{кз}} \text{ – ток якоря или электромагнитный момент двигателя,}$$

$$\mu = \frac{M_c}{M_{кз}} = \frac{I_c}{I_{кз}} \text{ – статическая составляющая момента или тока якоря,}$$

$$j = \frac{\varepsilon}{M_{кз}/J} = \frac{M - M_c}{M_{кз}} = \frac{M_j}{M_{кз}} = i - \mu \text{ – динамический момент или ускорение,}$$

$$\tau = \frac{t}{T_M} \text{ – время,}$$

$$v = \int_0^\tau \varepsilon(\tau) d\tau = \int_0^\tau j(\tau) d\tau = \frac{\omega}{\omega_0} \text{ – скорость,}$$

$$\alpha = \int_0^\tau v(\tau) d\tau = \frac{\varphi}{\omega_0 T_M} \text{ – перемещение,}$$

где $I_{кз}$, $M_{кз}$ – ток и момент короткого замыкания двигателя, ω_0 – скорость идеального холостого хода двигателя, $T_M = \frac{J\omega_0}{M_{кз}}$ – электромеханическая постоянная времени привода.

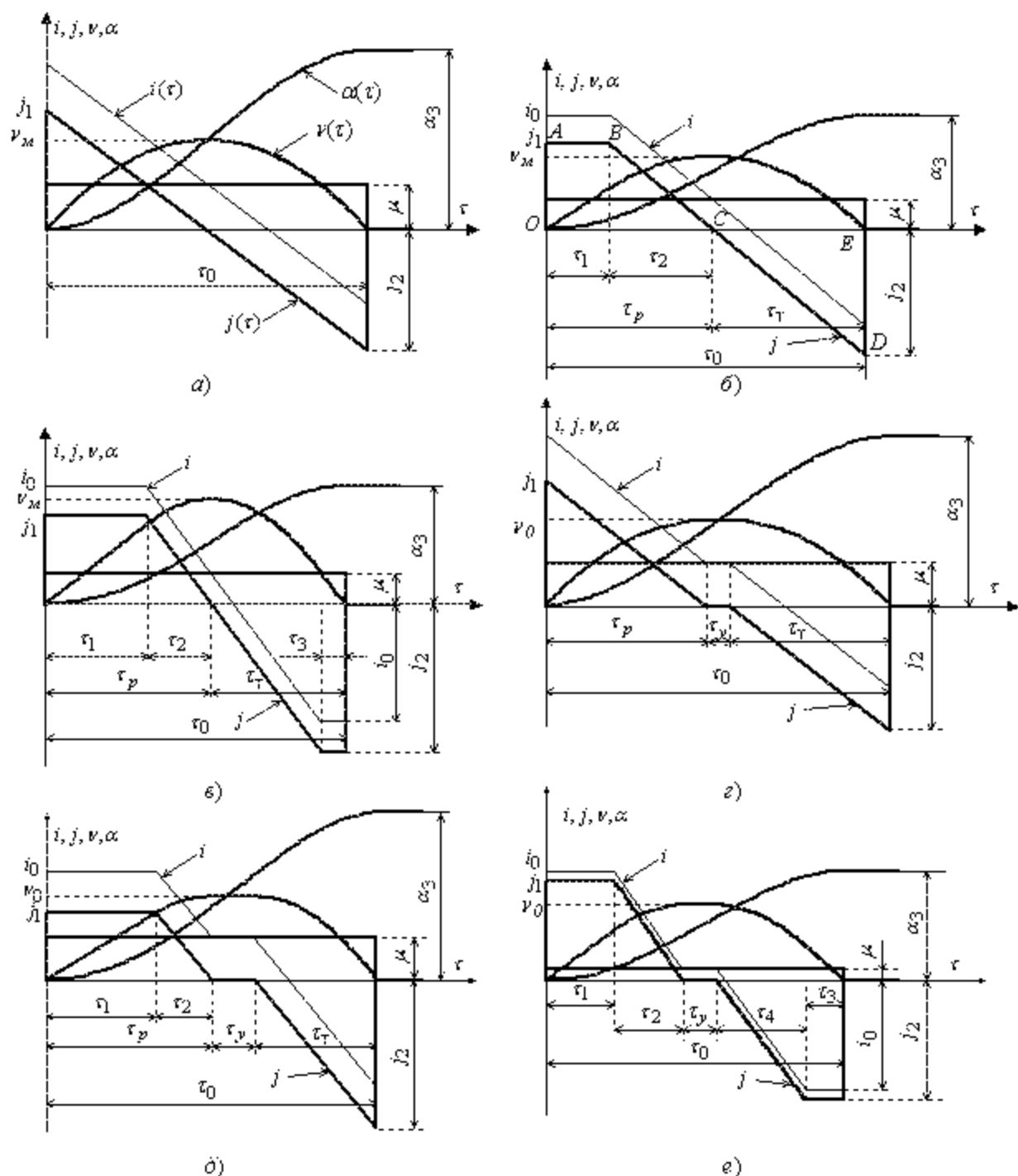


Рис. 1. — Оптимальные по нагреву диаграммы обработки заданных перемещений

Поскольку из трех сигналов $j(\tau)$, $v(\tau)$ и $\alpha(\tau)$, связанных между собой интегро-дифференциальными зависимостями, наиболее простую форму имеет ускорение $j(\tau)$, то при реализации управляющего воздействия в цифровой форме достаточно сформировать именно этот сигнал, а оставшиеся координаты ($v(\tau)$ и $\alpha(\tau)$) получить последовательным численным интегрированием кода задания на ускорение или рассчитать по аналитическим формулам, введенным посредством интегрирования выражений $j(\tau)$ на разных временных интервалах. Статические ошибки по сигналам $v(\tau)$ и $\alpha(\tau)$, возникающие при их генерации вследствие эффектов квантования по времени и по уровню, можно компенсировать скачком в момент времени τ_0 . В данной статье ограничимся выводом выражений для расчета оптимальных диаграмм в аналоговой форме.

Из вышесказанного следует, что для формирования оптимальных диаграмм достаточно иметь только координаты узловых точек графиков $j(\tau)$, однако для выбора нужной диаграммы необходимо еще знать и выражение для расчета максимального значения скорости v_m без учета ограничения на эту координату.

Рассмотрим методику определения необходимых параметров на примере двух первых диаграмм. Для диаграммы без ограничений, представленной на рисунке 1а, справедливы следующие выражения:

$$|j_1| = |j_2| = j_M \quad (2)$$

$$j(\tau) = j_M - \frac{2j_M}{\tau_0} \tau; \quad v(\tau) = \int_0^{\tau} j(\tau) d\tau = j_M \tau \left(1 - \frac{\tau}{\tau_0} \right); \quad \alpha(\tau) = \int_0^{\tau} v(\tau) d\tau = j_M^2 \tau^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{\tau}{3\tau_0} \right). \quad (3)$$

В уравнениях (3) неизвестной является только одна переменная j_M . Подставляя в выражение для $\alpha(\tau)$ $\tau = \tau_0$ с учетом того, что $\alpha(\tau_0) = \alpha_3$, и в выражение для $v(\tau)$ $\tau = \tau_0 / 2$ с учетом того, что $v(\tau_0 / 2) = v_M$, находим

$$j_M = 6\alpha_3 / \tau_0^2; \quad v_M = j_M \tau_0 / 4 = 1.5\alpha_3 / \tau_0. \quad (4)$$

Для диаграммы, представленной на рисунке 1б,

$$j_1 = i_0 - \mu, \quad (5)$$

$$j(\tau) = \begin{cases} j_1 & \text{при } \tau \leq \tau_1, \\ j_1 - \frac{j_1 + j_2}{\tau_0 - \tau_1} (\tau - \tau_1) & \text{при } \tau > \tau_1. \end{cases} \quad (6)$$

Формулы расчета графиков $v(\tau)$ и $\alpha(\tau)$ для этой диаграммы можно получить последовательным интегрированием выражения (6) по аналогии с (3).

Неизвестными в уравнении (6) являются максимальное ускорение при торможении j_2 и время разгона с постоянным ускорением τ_1 . Для расчета v_M еще понадобится время разгона с линейно уменьшающимся ускорением τ_2 .

Тогда остальные времена выражаются через времена, принятые неизвестными, по формулам:

$$\tau_p = \tau_1 + \tau_2, \quad \tau_T = \tau_0 - \tau_p. \quad (7)$$

Для нахождения неизвестных необходимо составить 3 уравнения. Ими могут быть пропорция

$$\frac{j_1}{\tau_2} = \frac{j_1 + j_2}{\tau_0 - \tau_1}, \quad (8)$$

уравнение, определяющее максимальную скорость как площади фигур $ABCO$ и CED

$$v_M = j_1 \tau_1 + j_1 \frac{\tau_2}{2} = j_2 \frac{\tau_0 - \tau_1 - \tau_2}{2} \quad (9)$$

и уравнение, определяющее заданное перемещение как площадь под кривой скорости

$$\alpha_3 = j_1 \tau_1^2 + j_1 \tau_1 \tau_2 + \frac{1}{3} j_1 \tau_2^2 + \frac{1}{3} j_2 (\tau_0 - \tau_1 - \tau_2)^2. \quad (10)$$

Решая совместно уравнения (8)-(10), получаем:

$$j_2 = j_1 \frac{6\alpha_3 + j_1 \tau_0^2}{3j_1 \tau_0^2 - 6\alpha_3}, \quad \tau_1 = \tau_0 \frac{j_2 - j_1}{j_2 + j_1}, \quad \tau_2 = (\tau_0 - \tau_1) \frac{j_1}{j_2 + j_1} \quad (11)$$

Теперь v_M можно рассчитать по формуле (9).

Аналогичным образом найдены параметры остальных диаграмм. Результаты расчета сведены в таблицу 1.

Следует отметить, что неполное уравнение четвертой степени относительно переменной j_2 , полученное для диаграммы 1д, не имеет аналитического решения. Поэтому его корни необходимо находить одним из численных методов. Из всех корней следует искать только один, выбирая в качестве области его существования интервал $0 < j_2 \leq i_0 + \mu$.

Следующей задачей является разработка алгоритма выбора одной из оптимальных диаграмм в функции заданных значений α_3 , τ_0 , i_0 , v_0 , μ . Этот алгоритм приведен на рис. 2. При его формировании необходимо вначале рассчитать минимально возможное время отработки заданного перемещения $\tau_{0\min}$ для диаграммы, оптимальной по быстрдействию. В такой диаграмме график скорости имеет форму треугольника или трапеции. Поэтому, в первую очередь, определяется граничное перемещение α_{zp} , т. е. максимальное перемещение, которое может быть отработано по треугольной тахограмме при наличии ограничений на скорость и ускорение

$$\alpha_{zp} = \frac{v_0^2 i_0}{i_0^2 - \mu^2}, \quad (12)$$

а затем

$$\tau_{0\min} = \begin{cases} 2 \sqrt{\frac{i_0 \alpha_3}{i_0^2 - \mu^2}}, & \text{при } \alpha_3 < \alpha_{zp} \\ \frac{\alpha_3}{v_0} + \frac{i_0}{i_0^2 - \mu^2}, & \text{при } \alpha_3 \geq \alpha_{zp} \end{cases} \quad (13)$$

Если полученное время больше желаемого времени отработки перемещения $\tau_0 < \tau_{0\min}$, то при заданных ограничениях невозможно сформировать ни оптимальную по нагреву, ни даже оптимальную по быстродействию диаграмму. В этом случае заменяем заданное время отработки минимально возможным и формируем диаграмму с треугольной ($\alpha_3 < \alpha_{zp}$) или трапецидальной ($\alpha_3 \geq \alpha_{zp}$) так ограммами.

В случае если время отработки заданного перемещения не лимитируется, то время разгона и торможения можно определить как время, обеспечивающее минимум минимум потерь на нагрев /2/:

$$\tau_p = \tau_r = \sqrt{\frac{3\alpha_3}{2\mu}}$$

Таблица 1 – Параметры оптимальных по нагреву диаграмм

Рис	j_1	j_2	v_m	τ
1а	$j_1 = \frac{6\alpha_3}{\tau_0^2}$	$j_2 = \frac{6\alpha_3}{\tau_0^2}$	$v_m = \frac{3}{2} \frac{\alpha_3}{\tau_0}$	τ_0
1б	$j_1 = i_0 - \mu$	$j_2 = \frac{6j_1\alpha_3 + \tau_0^2 j_1^2}{3j_1\tau_0^2 - 6\alpha_3}$	$v_m = j_1\tau_1 + \frac{j_1(\tau_p - \tau_1)}{2}$	$\tau_1 = \tau_0 \frac{j_2 - j_1}{j_2 + j_1}$ $\tau_p = \tau_1 + (\tau_0 - \tau_1) \frac{j_1}{j_2 + j_1}$
1в	$j_1 = i_0 - \mu$	$j_2 = i_0 + \mu$	$v_m = j_1\tau_1 + \frac{j_1\tau_2}{2}$	$\tau_1 = \frac{\tau_0 j_2 - \sqrt{3\tau_0^2(i_0^2 - \mu^2)} - 12i_0\alpha_3}{2i_0}$ $\tau_3 = \tau_1 - \tau_0 \frac{\mu}{i_0}$ $\tau_2 = \frac{i_0 - \mu}{2i_0}(\tau_0 - \tau_1 - \tau_3)$
1г	$j_1 = \frac{2v_0}{\tau_p}$	$j_2 = \frac{2v_0}{\tau_p}$	v_0	$\tau_p = \tau_r = 1,5 \left(\tau_0 - \frac{\alpha_3}{v_0} \right)$ $\tau_y = 3 \frac{\alpha_3}{v_0} - 2\tau_0$
1д	$j_1 = i_0 - \mu$	$j_2^4 \left(-3v_0^2 + 6v_0\tau_0 j_1 - 6\alpha_3 j_1 \right) - j_2^3 (4v_0^2 j_1) - j_1^4 v_0^2 = 0$	v_0	$\tau_r = \frac{2v_0}{j_2}$ $\tau_2 = \tau_r \frac{j_1}{j_2}$ $\tau_1 = \frac{v_0 - \tau_2}{j_1 - \frac{\tau_2}{2}}$ $\tau_y = \tau_0 - \tau_1 - \tau_2 - \tau_r$
1е	$j_1 = i_0 - \mu$	$j_2 = i_0 + \mu$	v_0	$\tau_4 = \frac{2}{j_1^3 + j_2^3} \sqrt{\frac{3j_2(j_1^3 + j_2^3)g}{j_1}}$ $g = 2j_1 j_2 (v_0\tau_0 - \alpha_3) - v_0^2(j_1 + j_2)$ $\tau_2 = \frac{v_0 - \tau_4}{j_2 - \frac{\tau_4}{2}}; \quad \tau_3 = \frac{j_1}{j_2} \tau_4;$ $\tau_1 = \frac{v_0 - \tau_3}{j_1 - \frac{\tau_3}{2}};$ $\tau_y = \tau_0 - \tau_1 - \tau_2 - \tau_3 - \tau_4.$

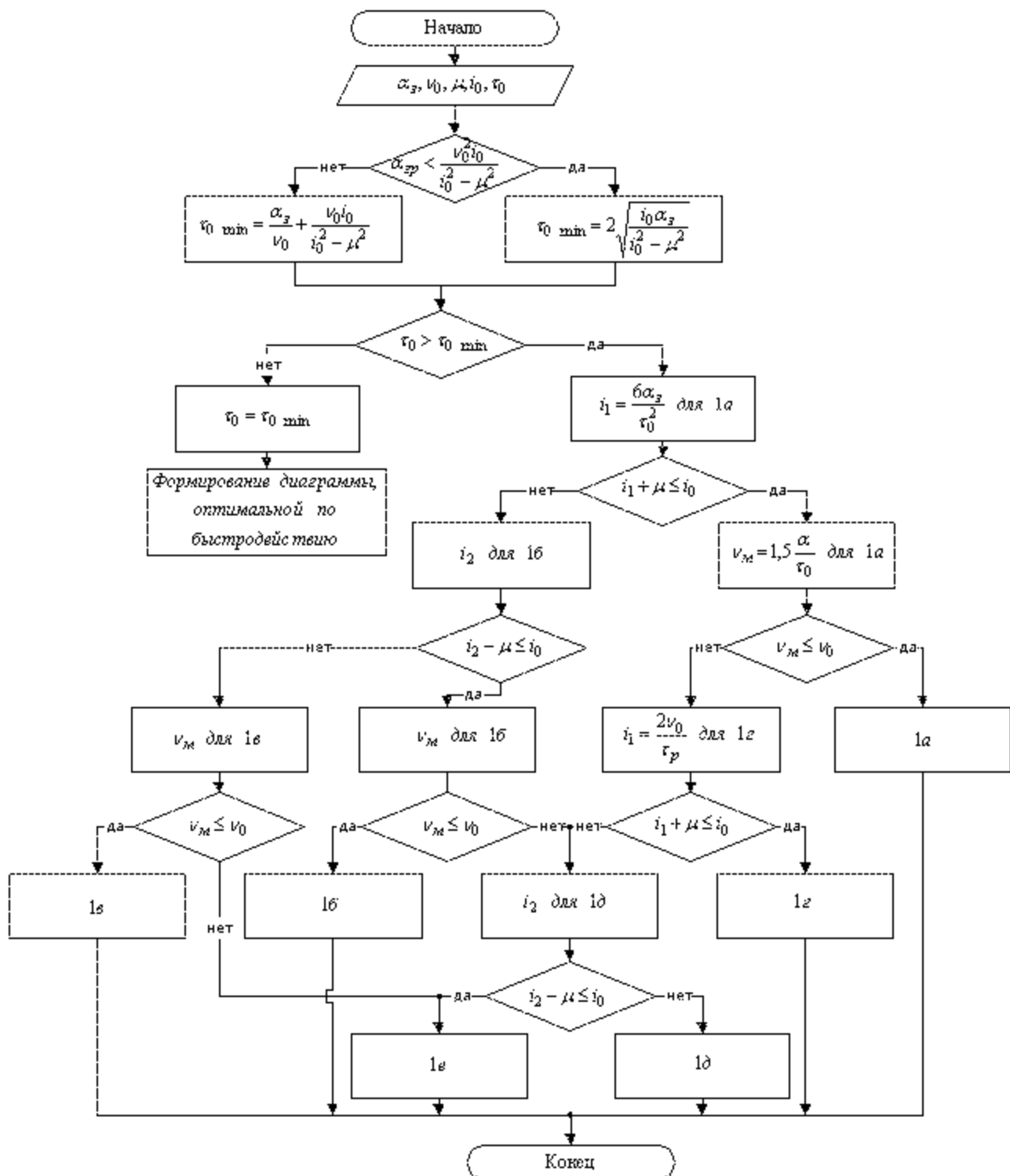


Рис. 2 – Алгоритм выбора оптимальной диаграммы

Полученные формулы и алгоритм могут быть использованы в цифровых задающих устройствах для формирования ими оптимальных законов управления позиционными механизмами, работающими с постоянным моментом статического сопротивления.

Литература

- [1] Кожевников К. И. Динамика тока двигателей в вспомогательных механизмах прокатных станов. // «Электричество», 1956, №6, с 15-21. [2] Петров Ю. П. Оптимальное управление электроприводом. М. – Л., Госэнергоиздат, 1961. – 187 с. [3] Толочко О. И., Розкаряка П. И. Формирование оптимальных по нагреву диаграмм управления позиционным приводом с учетом ограничений на скорость и ускорение. // Збірник наукових праць ДонДТУ. Серія: "Електротехніка і енергетика", вип.41 : Донецьк: ДонДТУ, 2002, с 159-163. [4] Чистов В. П., Бондаренко В. И., Святославский В. А. Оптимальное управление электрическими приводами. – М.: Энергия, 1968. – 231 с.