

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЙ ВЫБОР АЛЬТЕРНАТИВ С УЧЕТОМ ИНФОРМАЦИИ ОБ УВЕРЕННОСТИ В ОЦЕНКАХ

И.И. Исмагилов, Н.С. Киселев

Современный этап развития информационных технологий характеризуется интенсивными исследованиями в области создания систем поддержки принятия решений (СППР). Одной из типичных задач, решение которой обычно поддерживается СППР, является задача многокритериального принятия решений (ПР).

На сегодняшний день предложено значительное количество методов и процедур многокритериального ПР [1, 2]. Однако взаимно противоречивые требования универсальности процедур ПР и учета возможностей лица, принимающего решение (ЛПР), приводят к тому, что ни один из существующих методов в полной мере не обеспечивает одновременного выполнения этих требований. По этой причине не ослабевают интерес исследователей к разработке и исследованию методов ПР.

В настоящей статье излагается методика многокритериального ПР для использования в ситуации выбора рациональной альтернативы из дискретного множества альтернатив. При разработке методики использованы результаты [3, 4].

В основе методики лежит метод анализа иерархий (МАИ) [3]. Этот метод использован в модифицированном виде. Суть модификации заключается в том, что каждая оценка парных сравнений альтернатив по предпочтительности, которую будем называть нейтральной, дополняется информацией о степени уверенности ЛПР/эксперта в своей оценке (две градации степени уверенности – “уверен”, “не уверен”). При уверенности в оценке она считается точной, в противном случае – нечеткой, т.е. лежащей в некотором диапазоне возможных значений. На наш взгляд, представление оценок альтернатив в таком виде является более реалистичным, предъявляющим менее жесткие требования к специалистам, участвующим в решении задачи ПР.

Методика связана с описанием задачи дискретного выбора тройкой множеств: цель, критерии, альтернативы. Соответственно процедура выбора представляется в виде трехуровневой модели: на верхнем уровне ЛПР формируется цель, на среднем определяются критерии, а на нижнем принимаются решения об альтернативах.

Предлагаемая методика многокритериального выбора дискретных альтернатив заключается в реализации следующих этапов.

1. Формирование вектора частных критериев.
 2. Построение матрицы парных сравнений критериев по степени важности и оценка их приоритетов.
 3. Построение матриц парных сравнений альтернатив в первичной вербальной шкале оценок и матриц-индикаторов уверенности в оценках по частным критериям.
 4. Формирование матриц парных сравнений альтернатив в шкале Саати путем перевода в нее оценок из первичной шкалы.
 5. Вычисление локальных приоритетов альтернатив по частным критериям.
 6. Вычисление глобальных приоритетов альтернатив путем линейной свертки локальных приоритетов и ранжирование альтернатив.
 7. Последовательное формирование совокупности матриц парных сравнений альтернатив в шкале Саати путем варьирования нечетких оценок в диапазоне возможных значений и выполнение для каждой совокупности матриц этапов 5, 6.
 8. Формирование нечеткого множества <Рациональная альтернатива> с использованием совокупности ранжировок альтернатив.
 9. Определение рациональной альтернативы.
- Остановимся на вопросе реализации отдельных этапов решения рассматриваемой задачи.

Определение приоритетов критериев проводится по МАИ [3]. Построение обратносимметричной матрицы парных сравнений критериев осуществляется с использованием вербальной шкалы из 9 градаций (шкалы Саати). Приоритеты критериев находятся из решения матричного уравнения

$$\mathbf{A}_N \mathbf{Z} = \lambda_{max} \mathbf{Z},$$

где:

N - количество частных критериев;

\mathbf{A}_N – матрица порядка N парных сравнений критериев по степени важности;

\mathbf{Z} - вектор собственных значений \mathbf{A}_N ;

λ_{max} – максимальное собственное значение \mathbf{A}_N .

Согласованность матрицы оценок проверяется через отношение согласованности

$$OS = IS/SI(N),$$

где:

$IS = (\lambda_{max} - N)/(N-1)$ – индекс согласованности;

$SI(N)$ – индекс случайной согласованности (таблица значений для $N \leq 10$ имеется в [3]).

Значения $OS \leq 0,1$ считаются приемлемыми, в противном случае ЛПП

рекомендуется пересмотреть свои оценки с целью повышения их согласованности.

При построении матриц парных сравнений M альтернатив по частным критериям $\mathbf{V}_M(1), \mathbf{V}_M(2), \dots, \mathbf{V}_M(N)$ используется первичная вербальная шкала из пяти градаций, представленная в таблице.

Интенсивность относительной важности	Определение
1	Равная важность
2	Умеренное превосходство одного над другим
3	Существенное или сильное превосходство
4	Значительное превосходство
5	Очень сильное превосходство

Обратным высказываниям об интенсивности относительной важности альтернатив соответствуют отрицательные значения баллов.

Перевод оценок из первичной шкалы в шкалу Саати проводится следующим образом:

$$c = \begin{cases} 2b - 1, & b \geq 1, \\ 1 / (2abs(b) - 1), & b \leq 0, \end{cases}$$

где:

b - значение оценки в первичной шкале;

$abs(b)$ – модуль числа b ;

c - значение оценки в шкале Саати.

Таким образом формируется совокупность матриц парных сравнений альтернатив в шкале Саати $\mathbf{C}_M(1), \mathbf{C}_M(2), \dots, \mathbf{C}_M(N)$, на основе которых вычисляются локальные приоритеты альтернатив. Расчеты проводятся аналогичным образом, как и в случае определения приоритетов критериев.

Каждая субъективная оценка степени превосходства сравниваемых альтернатив дополняется информацией о степени уверенности ЛПР/эксперта в своей оценке. На основе этой информации формируется (0,1)-индикаторная матрица уверенности в оценках $\mathbf{U}_M(i), i \in \{1, 2, \dots, N\}$:

$$u_{kl} = \begin{cases} 0, & \text{если есть уверенность в оценке,} \\ 1, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

При уверенности в оценке она считается точной, в противном случае – нечеткой.

В работе приняты следующие допущения:

1) нечеткая оценка \bar{b} имеет носитель

$$S_{\bar{b}} = \begin{cases} \{\bar{b} - 1, \bar{b}, \bar{b} + 1\}, & \text{при } \bar{b} \in \{\pm 2, \pm 3, \pm 4\}, \\ \{\bar{b} - \text{sign}(\bar{b}), \bar{b}\}, & \text{при } \bar{b} = \pm 5, \\ \{-2, 1, 2\}, & \text{при } \bar{b} = 1. \end{cases}$$

2) функция принадлежности нечеткой оценки \bar{b} прямоугольная $\mu_{\bar{b}}(\bar{b}_i) = 1$,

т.е. все возможные значения оценки имеют одинаковую возможность (субъективную вероятность).

Оценим количество возможных вариантов матрицы парных сравнений альтернатив порядка M . Общее количество вопросов, задаваемых ЛПР или эксперту при построении этой матрицы, равно $L = M(M-1)/2$. Обозначим через p количество оценок $b_{ij} \in \{1, \pm 2, \pm 3, \pm 4\}$, $j > i$, а через q количество оценок $b_{ij} = \pm 5$, $j > i$. Тогда с учетом того, что в первом случае нечеткая оценка может принимать три значения, а во втором – два значения, можно определить число возможных вариантов матрицы парных сравнений альтернатив по формуле $K = 3^p 2^q$.

По каждому варианту матриц парных сравнений альтернатив по частным критериям можно определить ранжировку альтернатив по степени их предпочтительности. Общее количество ранжировок по всем вариантам парных сравнений альтернатив равно $K_0 = K_1 K_2 \dots K_N$, где K_i – число вариантов матрицы парных сравнений альтернатив по i -му критерию. По совокупности ранжировок альтернатив можно построить функцию принадлежности альтернатив нечеткому множеству <Рациональная альтернатива>, вычисляя отношения количеств ранжировок, в которых альтернативы имеют ранг 1, к общему количеству ранжировок. При этом носителем этого нечеткого множества будет исходное множество альтернатив.

Очевидно, что в ряде случаев полный перебор всех возможных значений нечетких оценок альтернатив приводит к существенному возрастанию объема вычислений. По этой причине целесообразен перебор лишь незначительной части вариантов значений оценок.

Предлагается следующая технология решения задачи выбора рациональной альтернативы.

1. Решается задача ранжировки альтернатив на основе матриц парных сравнений с нейтральными оценками.

2. Проводится M -кратное решение задачи ранжировки с использованием матриц парных сравнений, в которых нечеткие оценки принимают минимальные и максимальные значения. Выбор между этими значениями делается в направлении максимизации локального приоритета соответствующей альтернативы, т.е. на i -м ($i \in \{1, 2, \dots, M\}$) цикле используются максимальные значения оценок i -й альтернативы и минимальные значе-

ния оценок для других альтернатив.

3. Формируется нечеткое множество <Рациональная альтернатива> на основе объединения альтернатив ранга 1 в построенных ранжировках:

$$P = A_{11} \cup A_{12} \cup \dots \cup A_{1(M+1)},$$

где A_{1i} – альтернатива ранга 1 в i -й ранжировке. Здесь $(M+1)$ -я ранжировка соответствует случаю использования нейтральных оценок.

Функция принадлежности нечеткого множества определяется как совокупность величин, вычисляемых следующим образом:

$$\mu_P(P_i) = n_i / (M+1), \quad i \in \{1, 2, \dots, m\},$$

где:

n_i – количество ранжировок, в которых альтернатива P_i имеет ранг, равный 1;

m – размерность множества P .

Выбор рациональной альтернативы проводится либо на основе полученной информации о степени принадлежности к множеству перспективных альтернатив, либо ЛПР предъявляется подмножество из двух или трех перспективных альтернатив для окончательного выбора. При этом отбираются альтернативы с наиболее высокими степенями принадлежности к нечеткому множеству P . Во втором случае окончательный выбор рациональной альтернативы осуществляется на основе неформального анализа имеющейся информации об альтернативах.

В заключение отметим следующее. Предложенная методика многокритериального ПР в ситуации выбора дискретных альтернатив носит достаточно универсальный характер и характеризуется надежными способами получения экспертной информации. Отметим также, что основу методики составляют положения МАИ, эффективность которого подтверждена многочисленными практическими применениями.

Литература

1. Борисов А.Н., Вилломс Э.Р., Сукур Л.Я. Диалоговые системы принятия решений на базе мини-ЭВМ: Информационное, математическое и программное обеспечение. –Рига: Зинатне, 1986. – 195 с.

2. Обработка нечеткой информации в системах принятия решений / А.Н. Борисов и др. –М: Радио и связь, 1989. – 304 с.

3. Саати Т., Кернс К. Аналитическое планирование. Организация систем. –М: Радио и связь, 1991. – 294 с.

4. Исмагилов И.И., Арзикулов С.Д. Методика многокритериального выбора дискретных альтернатив при качественных и количественных критериях /Алгоритмы. – Ташкент, 1998. –Вып. 85. - С. 66-74.