ОПТИМИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ ВЕКТОРНОГО УПРАВЛЕНИЯ АСИНХРОННЫМ ДВИГАТЕЛЕМ ПРИ БОЛЬШИХ СКОРОСТЯХ С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНОСТЕЙ

Потапенко Е.М, Потапенко Е.Е., Кулинич Э.М.
Запорожский национальный технический университет, Украина

Вступление

Опыт эксплуатации асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором (АД) показывает, что такие нелинейности, как насыщение магнитной цепи и ограничения по току и напряжению статора, оказывают существенное влияние на динамические и статические характеристики АД. Имеются работы [1-4], где проведены аналитические исследования режимов векторного управления АД, когда токи и (или) напряжения находятся на ограничениях. Однако при дополнительном учете магнитного насыщения исследования проводились только путем численного моделирования.

В работе [5] авторами была предложена новая простая, но точная математическая модель насыщения магнитной цепи. Там же с учетом этой модели аналитически синтезированы оптимальные программные составляющие статорного тока в синхронной системе координат, минимизирующие его модуль при векторном управлении. Были получены энергетические и динамические характеристики для случая, когда модуль статорного тока $|i| \le i_{max}$ (i_{max} - ограничение тока). При этом ограничение по статорному напряжению не учитывалось. Это ограничение оказывает существенное влияние при больших скоростях ротора АД, когда сильно влияние противоЭДС.

Целью данного исследования является синтез составляющих в синхронной системе координат программного статорного тока, минимизирующих модуль статорного напряжения при заданном электромагнитном моменте с учетом насыщения магнитной цепи АД и ограничения по току и напряжению при большом модуле скорости ротора АД.

Оптимизация системы при работе с большими скоростями

При больших скоростях ротора АД падением напряжения на активном сопротивлении статора можно пренебречь по сравнению с противоЭДС. Тогда в стационарном режиме можно полагать, что проекции напряжения (u) и тока (i) статора АД в синхронной системе координат (d,q) связаны соотношениями [1-4].

$$u_d = -\omega_0 \sigma L_s i_q \,, \; u_q = \omega_0 L_s i_d \,, \qquad (1)$$

а электромагнитный момент (m) определяется выражением

$$m = n(1+\sigma_r)^{-1} L_m i_d i_q \,. \qquad (2)$$

В (1) и (2) ω_0 - синхронная частота (скорость вращения вектора потокосцепления ротора в статорной системе координат); n - количество пар полюсов; σ, σ_r - коэффициенты рассеивания всего АД и ротора; i_d, i_q - намагничивающая и моментная составляющие тока; L_m, L_s-взаимная индуктивность статора и ротора и индуктивность статора. В соответствии с [5]

$$L_c = L_{c0}(1 + a^2 i_d{}^2)^{-1/2}, \;\; c = m,s,r \,, \qquad (3)$$

индекс “0” указывает на значения индуктивностей на линейном участке кривой намагничивания, индекс “ r”- соответствует ротору, “ s”- статору, “m ”- взаимной индуктивности, a- эмпирическая константа. При не учете насыщения магнитной цепи следует полагать a=0.

Ограничение по напряжению зададим в виде

$$u_d^2 + u_q^2 = u^2 \le u_{max}^2 \,. \qquad (4)$$

Подстановка (1) с учетом (3) в (4) дает уравнение

$$(\sigma i_q)^2 + i_d^2 = \left(\frac{u}{\omega_0 L_{s0}}\right)^2 (1 + a^2 i_d^2) \,. \qquad (5)$$

При фиксированном $|u|$ и малых i_d или при пренебрежении магнитным насыщением (a=0) уравнение (5) на плоскости (i_d, i_q) описывает набор эллипсов, вытянутых из-за соотношения $\sigma < 0{,}1$ вдоль оси $0i_q$ (рисунок). Каждый из эллипсов соответствует определенному значению ω_0. Эллипсы, соответствующие большим значениям $|\omega_0|$, лежат внутри эллипсов с меньшими значениями $|\omega_0|$. Т.к. $i_d \ge 0$, то рабочей зоной является правая полуплоскость. Как следует из (5), влияние магнитного насыщения проявляется в вытягивании эллипсов вдоль оси $0i_d$.

С помощью (2), (3) исключим i_q из (5). Тогда

$$|m| = \chi \frac{i_d}{\sigma} \sqrt{\left(\frac{u}{\omega_0 L_{s0}}\right)^2 - \frac{i_d^2}{1 + a^2 i_d^2}} \,, \;\; \chi = \frac{n L_{m0}}{1+\sigma_r} \,. \qquad (6)$$

Поскольку дискриминант в (6) не должен быть отрицательным, то должно выполняться соотношение

$$\left(\frac{u}{\omega_0 L_{s0}}\right)^2 \ge \frac{i_d^2}{1 + a^2 i_d^2} \,. \qquad (7)$$

Экстремальные значения m в зависимости от i_d можно найти из выражения $\partial|m| / \partial i_d = 0$ или, что то

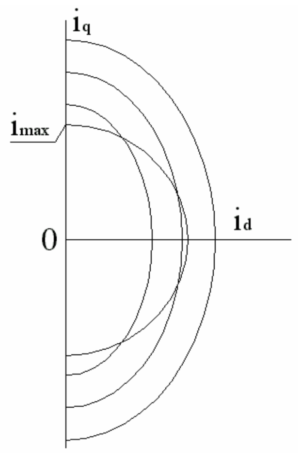

Рисунок 1

же самое, из выражения $\partial(m)^2 / \partial\left(i_d^2\right) = 0$. Второе равенство дает уравнение

$$a^2\left[\left(\frac{au}{\omega_0 L_{s0}}\right)^2-1\right]i_d^4+2\left[\left(\frac{au}{\omega_0 L_{s0}}\right)^2-1\right]i_d^2+\left(\frac{u}{\omega_0 L_{s0}}\right)^2=0, \qquad (8)$$

откуда

$$i_d=\frac{1}{a}\sqrt{-1+\left[1-\left(\frac{au}{\omega_0 L_{s0}}\right)^2\right]^{-1/2}}. \qquad (9)$$

Из (9) следует, что

$$|\omega_0|>\frac{a|u|}{L_{s0}}. \qquad (10)$$

По выражениям (5) и (9) можно получить

$$i_q=\frac{1}{\sigma a}\sqrt{1-\sqrt{1-\left(\frac{au}{\omega_0 L_{s0}}\right)^2}}\ \text{sign } m. \qquad (11)$$

Как следует из (9), (11), при возрастании $|\omega_0|$ и фиксированном u $i_d, i_q \to 0$. При достаточно малом $\left(u\omega_0^{-1}\right)^2$ из (9) и (11) можно записать

$$i_d \approx \frac{1}{a}\sqrt{-1+1+\frac{1}{2}\left(\frac{au}{\omega_0 L_{s0}}\right)^2}=\frac{|u|}{\sqrt{2}|\omega_0|L_{s0}}, \qquad (12)$$

$$i_q \approx \sigma^{-1} i_d \text{sign } m. \qquad (13)$$

Приближенные выражения (12), (13) совпадают с точными выражениями работ [1,2], полученными без учета магнитного насыщения. (Выражение i_d без учета насыщения можно получить из (8) при $a=0$).

Подстановка (9), (11) в (2) с учетом (3) дает зависимость экстремальных значений электромагнитного момента от напряжения статора и синхронной скорости ω_0 в виде

$$|m|=\frac{\chi}{\sigma a^2}\left(1-\sqrt{1-\left(\frac{au}{\omega_0 L_{s0}}\right)^2}\right). \qquad (14)$$

Из (14) видно, что за счет ограничения напряжения соотношением (4) электромагнитный момент также будет ограничен. Причем максимальное значение $|m|$ будет тем меньше, чем больше будет $|\omega_0|$. При малом $\left|u\omega_0^{-1}\right|$ путем применения разложения бинома можно получить

$$|m| \approx \frac{\chi}{2\sigma}\left(\frac{u}{\omega_0 L_{s0}}\right)^2. \qquad (15)$$

Если пренебречь магнитным насыщением, то приближенное равенство (15) становится точным.

Потребляемые полная (P) и электромагнитная (P_{em}) мощности могут быть определены с помощью выражений (28) работы [6], (9), (11). При пренебрежении магнитным насыщением с использованием (12), (13), (15) можно получить

$$P=P_{em}+\omega m=\left(\frac{u}{\sqrt{2}\omega_0 L_{s0}}\right)^2\Big[\left(R_s+R_r L_{mr}^2\right)\sigma^{-2}+R_s+\alpha(\omega_0)L_{m0}+\frac{\chi}{\sigma}\omega \text{sign } m\Big], \qquad (16)$$

где ω -механическая угловая скорость ротора,

$$L_{mr}=L_m / L_r=\text{const}\approx 1.$$

Поскольку $n\omega \approx \omega_0$, то с учетом выражения χ из (6) развиваемая механическая мощность

$$P_m=\omega m \approx \frac{L_{m0}}{2\sigma(1+\sigma_r)|\omega_0|}\left(\frac{u}{L_{s0}}\right)^2 \text{sign}(\omega m). \qquad (17)$$

Как видно из (15)-(17), электромагнитный момент и мощность (с точностью до потерь в железе) обратно пропорциональны квадрату, а механическая мощность первой степени синхронной скорости. Подстановка в выражения (9)-(17) значения $|u|=u_{max}$ позволяет определить предельные значения соответствующих переменных. Следует отметить на основании (16), что без учета потерь в стали мощности, рассеиваемые в статоре и роторе, пропорциональны между собой.

Выражения проекций тока (9), (11) зависят от статорного напряжения u. Для осуществления управления АД необходимо иметь их зависимости от потребного электромагнитного момента m. Для установления связи между u и m можно воспользоваться равенством (14), откуда

$$1-\left(\frac{a\,u}{\omega_0 L_{s0}}\right)^2=\left(1-\frac{\sigma a^2}{\chi}|m|\right)^2. \tag{18}$$

Подстановка (18) в (9), (11) дает искомые зависимости проекций токов от потребных электромагнитных моментов в виде

$$i_d=\sqrt{\frac{\sigma|m|}{\chi\left(1-\frac{\sigma a^2}{\chi}|m|\right)}},\quad i_q=\sqrt{\frac{|m|}{\sigma\chi}}\operatorname{sign} m. \tag{19}$$

На основании (14) имеет место следующее ограничение электромагнитного момента:

$$|m|\le\frac{\chi}{\sigma a^2}\left(1-\sqrt{1-\left(\frac{au_{max}}{\omega_0 L_{s0}}\right)^2}\right). \tag{20}$$

В (19), $|m|$ - потребное значение электромагнитного момента, ограниченное соотношением (20), а сами выражения (19) обеспечивают минимум модуля напряжения при заданном электромагнитном моменте. При малом $|m|$ или при $a=0$

$$i_d=\sqrt{\frac{\sigma|m|}{\chi}},\qquad i_q=\sqrt{\frac{|m|}{\sigma\chi}}\operatorname{sign} m. \tag{21}$$

Интересным является то, что i_d и i_q из (19), (21) не зависят от скорости, а i_q не зависит от магнитного насыщения. Магнитное насыщение увеличивает ток i_d.

Как следует из выражения i_d в (19), магнитное насыщение накладывает следующее ограничение на электромагнитный момент:

$$|m|<\frac{\chi}{\sigma a^2}.$$

Выражения (19) и (28) работы [6] дают выражения мощностей с учетом магнитного насыщения, а именно,

$$P=P_{em}+\omega m=$$

$$=\left[\frac{\sigma R_s}{\left(1-\frac{\sigma a^2}{\chi}|m|\right)}+\frac{R_s+R_r L_{mr}^2}{\sigma}+\chi\omega\operatorname{sign} m\right]\frac{|m|}{\chi}. \tag{22}$$

(При получении (22) пренебрегли потерями в железе).

Таким образом, электромагнитная, механическая и полная мощности пропорциональны модулю электромагнитного момента.

В соответствии с (32) работы [6] и (19) для установившегося режима абсолютное скольжение

$$\Delta=\frac{i_q}{T_r i_d}=\frac{1}{T_r\sigma}\sqrt{1-\frac{\sigma a^2}{\chi}|m|}\operatorname{sign} m. \tag{23}$$

С учетом того, что $\sigma<0{,}1$, сравнение (23) с (32) работы [6] показывает, что при больших $|\omega_0|$ модуль оптимального скольжения во много раз больше, чем модуль оптимального скольжения при малых $|\omega_0|$.

Работа системы при ограничениях напряжения и тока

В этом режиме также можно пренебречь падениями напряжения на активном сопротивлении статора по сравнении с противоЭДС. Ограничение по току описывается уравнением

$$i_d^2+i_q^2=i^2\le i_{max}^2. \tag{24}$$

Решая совместно уравнения (5) при $|u|=u_{max}$ и (24), получим

$$i_d=\left[1-\sigma^2-\left(\frac{a\,u_{max}}{\omega_0 L_{s0}}\right)^2\right]^{-1/2}\left[\left(\frac{u_{max}}{\omega_0 L_{s0}}\right)^2-\sigma^2 i^2\right]^{1/2}, \tag{25}$$

$$i_q=\left[1-\sigma^2-\left(\frac{a\,u_{max}}{\omega_0 L_{s0}}\right)^2\right]^{-1/2}*$$
$$*\left\{\left[1-\left(\frac{a\,u_{max}}{\omega_0 L_{s0}}\right)^2\right]i^2-\left(\frac{u_{max}}{\omega_0 L_{s0}}\right)^2\right\}^{1/2}\operatorname{sign} m. \tag{26}$$

Выражения (25), (26) накладывают следующие ограничения на реализуемость рассматриваемого режима работы:

$$\max\left\{\frac{u_{max}\sqrt{1+(ai)^2}}{L_{s0}|i|},\frac{au_{max}}{L_{s0}\sqrt{1-\sigma^2}}\right\}\le|\omega_0|\le \tag{27}$$
$$\le\frac{u_{max}}{\sigma L_{s0}|i|}$$

Сравним члены в фигурных скобках в (27), учитывая, что они оба положительные.

$$\left(\frac{u_{max}\sqrt{1+(ai)^2}}{L_{s0}|i|}\right)^2-\left(\frac{a\,u_{max}}{L_{s0}\sqrt{1-\sigma^2}}\right)^2=$$
$$=\left(\frac{u_{max}}{L_{s0}|i|}\right)\frac{1-\sigma^2\left(1+a^2 i^2\right)}{1-\sigma^2}$$

Таким образом, знак разности определяется знаком разности $1-\sigma^2\left(1+a^2 i^2\right)$, которая всегда положительная. Следовательно, система неравенств (27) сводится к системе

$$\frac{u_{max}\sqrt{1+(ai)^2}}{L_{s0}|i|} \le |\omega_0| \le \frac{u_{max}}{\sigma L_{s0}|i|} \qquad (28)$$

Выражения (25), (26) не устанавливают связь между необходимым электромагнитным моментом и токами i_d, i_q. Для устранения этого недостатка учтем, что для подавляющего большинства АД σ гораздо меньше 0.1. С учетом этого в (25) пренебрежем членами, пропорциональными σ^2. Тогда

$$i_d = \left[1-\left(\frac{au_{max}}{\omega_0 L_{s0}}\right)^2\right]^{-1/2} \frac{u_{max}}{\omega_0 L_{s0}}. \qquad (29)$$

i_q найдем из (2) с учетом (3), а именно, из выражения

$$m = \chi i_d i_q \left(1+(a i_d)^2\right)^{-1/2} \qquad (30)$$

в виде

$$i_q = \frac{m}{\chi i_d}\sqrt{1+(a i_d)^2}. \qquad (31)$$

При этом должно выполняться неравенство, следующее из (24)

$$|i_q| \le \sqrt{i_{max}^2 - i_d^2}. \qquad (32)$$

Выражения (29), (31) при $a=0$ (без учета магнитного насыщения) совпадают с широко распространенными выражениями намагничивающего и моментного токов в режиме ослабления магнитного потока. Приравнивая (26) и (31), можно найти соответствующее выражение i. Таким образом, траектория (29), (31) с точностью до σ^2 удовлетворяет траектории, соответствующей соотношениям (5) при $|u| = u_{max}$ и (24), то есть они с точностью до σ^2 эквивалентны траектории (25), (26).

Выводы

1.Синтезированы простые выражения (19), (20), позволяющие формировать заданный электромагнитный момент с минимальным по модулю статорным напряжением с учетом насыщения магнитной цепи и ограничения напряжения.

2.Получены выражения (29), (31), (32), обеспечивающие формирование заданного электромагнитного момента с учетом насыщения магнитной цепи и ограничений по току и напряжению.

ЛИТЕРАТУРА

1. Novotny D.W. and Lipo T.A. Vector Control and Dynamics of AC Drives.-Oxford: Clarendon Press,1996.-440p.
2. Vas P. Sensorless Vector and Direct Torque Control.-Oxford:Oxford University Press, 1998.-729p.
3. Novotnak R.T., Chiasson J. and Bodson M. High-Performance Motion Control of an Induction Motor with Magnetic Saturation// IEEE Trans. Contr. Syst. Techn.-1999.-V.7,N3.-p.315-327
4. Jul-Ki Seok and Seung-Ki Sul. Optimal Flux Selection of an Induction Machine for Maximum Torque Operation in Flux-Weakening Region// IEEE Trans. on Power Electronics.-1999.-V.14,N4.-p.700-708.
5. Потапенко Е.Е., Потапенко Е.М. Синтез оптимальных алгоритмов управления асинхронным приводом с учетом нелинейностей//Вестник НТУ «ХПИ» Харьков. Сер. «Электротехника, электроника, электропривод».-2001.-Вып.10.-с.107-110.
6. Потапенко Е.Е., Потапенко Е.М. Синтез экстремального робастного управления асинхронным приводом // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск "Проблеми сучасної електротехніки". Част.6.-Київ: Ін-т електродинаміки, 2000.-с.34-36.