

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова  
150000, Россия, Ярославль, ул. Советская, 14.  
Тел. (0852) 79-77-75. E-mail: [dcslab@uniyar.ac.ru](mailto:dcslab@uniyar.ac.ru)

**Реферат.** Предлагается модель квантования вейвлет коэффициентов, в которой квантование представляется как добавление шума, равными частями во все полосы вейвлет преобразования.

## 1. Введение

В настоящее время вейвлет преобразование нашло широкое применение, в частности, в области сжатия изображений. Оно позволяет достичь больших коэффициентов сжатия при том же качестве восстановленного изображения, чем дискретное косинусное преобразование. Однако, для получения хотя бы какого-нибудь коэффициента сжатия, необходимо не только произвести преобразование, но и квантовать трансформанты. Способ квантования оказывает огромное влияние на качество восстановленного изображения. Собственно преобразование, необходимо для перевода изображения в такую форму, в которой было бы удобно удалить из него, с помощью квантования и статистического кодирования, всю избыточную информацию.

В работе рассматривается модель квантования вейвлет коэффициентов, в которой квантование представляется как добавление шума к изображению [1], точнее его вейвлет преобразованию. Шум добавляется равными количествами во все полосы преобразования. Для каждой полосы делается это за три шага:

1. коэффициенты квантуются с некоторым начальным значением шага квантования  $Q_1$ .

Одновременно с квантованием происходит подсчет мощности шума квантования  $\sigma_1^2$ ;

2. коэффициенты квантуются с некоторым минимальным значением шага квантования  $Q_2$ .

Одновременно с квантованием происходит подсчет мощности шума квантования  $\sigma_2^2$ ;

3. с помощью линейной интерполяции, находим шаг квантования, для получения заданного шума  $\sigma_0^2$ ;

Вообще, количество внесенного шума

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_i (x_i - x_i^q)^2,$$

зависит от шага квантования квадратично, т.к.

$$x_i^q = \text{round}(x_i \cdot Q),$$

где  $x_i$ ,  $x_i^q$  - значение сигнала и квантованного сигнала, соответственно.  $N$  – количество отсчетов.  $Q$  – шаг квантования,  $\text{round}()$  – операция округления.

В работе, для упрощения задачи, аппроксимируется ветвь параболы кусочно-непрерывной линейной функцией. Для оценки эффективности кодирования, за процессом квантования, идет энтропийное кодирование. Использовался вейвлет АНQMF [1] шестнадцатого порядка. Как показано в [2], применение данного вейвлета приводит к большей эффективности кодирования по сравнению с другими, рассмотренными здесь вейвлетами. Кодированию с использованием трех стадий вейвлет разложения подвергалось изображение "Lena". Оно имеет как мелкие, так и крупные детали, резкие и плавные переходы. Это классическая картинка для работ по обработке изображений.

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования Российской Федерации

**2. Экспериментальные исследования**

Внесем в изображение 30 дБ шума, т.е. предположим пиковое отношение сигнал/шум (ПОСШ) равным 30 дБ, установим  $Q_2 = 0,1$ . Будем менять  $Q_1$ .  
Результаты показаны в таблице 1.

Таблица 1.

$Q_2$	Отношение сигнал/шум, дБ	Энтропия
0,2	21,9	1,54
0,4	21,9	1,57
0,6	21,9	1,62
0,8	21,9	1,67

Из таблицы видно, что выбор  $Q_2$ , не влияет на отношение сигнал/шум, и практически не влияет на энтропию.

Оставим количество шума 30 дБ, при  $Q_1 = 0,2$  и будем изменять  $Q_2$ . Результаты представлены в таблице 2.

Таблица 2.

$Q_1$	Отношение сигнал/шум, дБ	Энтропия
0,001	21,9	1,51
0,01	21,9	1,49
0,1	21,9	1,54

Из таблицы видно, что выбор  $Q_1$ , также не влияет на отношение сигнал/шум, и практически не влияет на энтропию, т.е. аппроксимация достаточно хорошая. Вне зависимости от выбора начальных условий, кодирование изображения происходит почти одинаково.

Теперь установим  $Q_1 = 0,1$ , а  $Q_2 = 0,2$ , и будем варьировать количество внесенного шума. Результаты показаны в таблице 3.

Таблица 3.

Предполагаемое ПОСШ, дБ	Отношение сигнал/шум, дБ	Энтропия
10	11,2	0,264
20	15,6	0,722
30	21,9	1,54
40	32,7	2,54

Шаги квантования для горизонтальной (h), вертикальной (v), диагональной (d) полос, разных стадий разложения, а также для масштабированного изображения (s) представлены в таблице 4. Предполагаемый шум - 40 дБ.

Таблица 4.

Стадия	h	v	d	s
1	0,4822	0,2623	0	0,5764
2	0,5690	0,5537	0,5307	
3	0,5753	0,5739	0,5737	

### **3. Заключение**

Из таблиц 1,2,3 видно, что отношение сигнал/шум зависит только от внесенного шума. Хотя эффективность кодирования из-за сильной упрощенности модели не очень высокая, но шаг квантования согласуется с человеческой системой восприятия, т.е. более высокочастотные полосы квантуются грубее, чем низкочастотные. Также для человеческого глаза более важны горизонтальные составляющие, за ними по важности следуют вертикальные и потом диагональные составляющие. Как видно из таблицы 4, шаги квантования распределены именно по этому принципу, т.е. модель в целом верна. Для получения более эффективного сжатия ее можно усовершенствовать, введя квадратичную интерполяцию.

### **Литература**

1. L. D. Davisson, "Rate-Distortion Theory and Application" // Proceedings of the IEEE - July, 1972 - P. 156-164.
2. A. N. Akansu and R. A. Haddad, Multiresolution Signal Decomposition : Transform, Subbands and Wavelets, Academic Press Inc., 1992
3. M. K. Mandal, S. Panchanathan and T. Aboulnasr, "Choice of Wavelets for Image Compression", submitted to Canadian Workshop on Information Theory, May 1995.



MODEL OF QUANTIZATION OF WAVELET COEFFICIENTS

Ganin A.

Yaroslavl State University  
150000, Russia, Yaroslavl, Sovetskaja st., 14. Phone (0852) 79-77-75  
E-mail: [dcslab@uniyar.ac.ru](mailto:dcslab@uniyar.ac.ru)

**Abstract.** The model of quantization is suggested. Quantization is represented as addition of noise by equal parts in all bands of wavelet transform.

**INTRODUCTION**

For each band the noise is added by three steps:

1. The coefficients are quantized with some initial stepsize  $Q_1$ . Simultaneously with quantization there is a count of quantizing distortion power  $\sigma_1^2$ .
2. The coefficients are quantized with some minimum stepsize  $Q_2$ . Simultaneously with quantization there is a count of quantizing distortion power  $\sigma_2^2$ .
3. With help of linear interpolation, we discover a quantization stepsize, for obtaining given noise  $\sigma_0^2$ .

**EXPERIMENTAL RESEARCH**

The quantization stepsize for horizontal (h), vertical (v), diagonal (d) bands, with different stages of decomposition, and also for the scaled image (s) are presented in the table 1. We prepare introduced noise 40 dB.

Table 1.

Stage	h	v	D	s
1	0,4822	0,2623	0	0,5764
2	0,5690	0,5537	0,5307	
3	0,5753	0,5739	0,5737	

**THE CONCLUSION**

We obtained, that, the signal-to-noise ratio depends only on added noise and does not depend from  $Q_1$  and  $Q_2$ . As shown in the table 1 the quantization stepsize well adjust with the human perception system. For obtaining more effective compression we should apply square-law interpolation.

**REFERENCES**

1. A. N. Akansu and R. A. Haddad, Multiresolution Signal Decomposition : Transform, Subbands and Wavelets, Academic Press Inc., 1992
2. M. K. Mandal, S. Panchanathan and T. Aboulnasr, "Choice of Wavelets for Image Compression", submitted to Canadian Workshop on Information Theory, May 1995.
3. L. D. Davisson, "Rate-Distortion Theory and Application ", Proceedings of the IEEE, pp. 156-164, July 1972.