ПРИМЕНЕНИЕ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ ОДНОМЕРНЫХ И МНОГОМЕРНЫХ СИГНАЛОВ

Миронов В.Г., Чобану[1] М.К., Барат В.А.

Московский энергетический институт (ТУ)
105835, ГСП, Москва Е-250, ул. Красноказарменная, д.17
Тел.: (095)-362 7463, E-mail: tmk@vvk2.mpei.ac.ru

Рассматриваются основные теоретические положения, определяющие ВЕЙВЛЕТ-преобразование и его свойства. Дан обзор наиболее распространенных применений и приводятся результаты, в том числе полученные авторами, а также направления их развития.

1. Введение

В настоящее время происходит бурное развитие информационных технологий в вычислительных сетях, системах телекоммуникаций и других областях техники. В основе этих технологий лежит цифровая обработка сигналов; поэтому резко возрос интерес к решению задач анализа, синтеза, кодирования, сжатия, передачи одномерных и многомерных сигналов. При этом наряду с развитием технических средств для информационных технологий развиваются и теоретические методы. В последние годы все более широкое применение в обработке сигналов находит вейвлет-преобразование. Ниже рассматриваются преимущества этого преобразования и некоторые решения различных задач в области цифровой обработки одномерных и многомерных сигналов.

2. Определение и свойства находит вейвлет-преобразования

Вейвлет-преобразование является инструментом, разбивающим данные, или функции, или операторы на составляющие с разными частотами, каждая из которых затем исследуется с разрешением в подходящем масштабе [1]. Вследствие своего междисциплинарного происхождения (математика, физика, техника связи и т.д.), это преобразование нашло применение в самых разнообразных областях, включая обработку сигналов.

Во многих приложениях, имея заданный сигнал f(t) (сейчас полагаем, что t- непрерывная переменная) необходимо знать его частотную характеристику локально во времени. Обычное преобразование Фурье дает представление о частотных характеристиках, но информацию, касающуюся временной локализации составляющих спектра обычно трудно извлечь из этих характеристик. Для решения этой задачи используют оконное преобразование Фурье с помощью дополнительной функции-окна, которая может смещаться по оси времени, однако и это не всегда может дать хорошие результаты.

Вейвлет-преобразование позволяет получить сходное частотно-временное описание с некоторыми существенными отличиями и, возможно, с преимуществами. Формула, определяющая непрерывное одномерное вейвлет-преобразование, имеет вид [1]:

$$W_f(a,b) = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)dt \qquad (1)$$

где *a* и *b* – вещественные числа, Ψ - некоторая функция, называемая материнским вейвлетом, а

$$\psi^{a,b} = |a|^{-1/2}\,\psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \qquad (2)$$

– функция, называемая вейвлетом. В дискретной форме вместо (1) используется преобразование

$$W_f(m,n) = a_0^{-m/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\psi(a_0^{-m}t - nb_0)dt \qquad (3)$$

где $t=nt_0$, $\omega=\omega_0$; n, m - целые числа, ω- частота для описания частотных характеристик; ω_0 , t_0 - фиксированные числа. В (1) и (2) предполагается, что $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)dt = 0$ (условие допустимости).

[1] Работа выполнена в рамках гранта № Т00-3.1-1251 и программы № 208.04.04.042 Минобразования России.

@2002, электронная версия подготовлена ЗАО АВТЭКС Санкт-Петербург, http://www.autex.spb.ru

В качестве вейвлет-функций выбирают различные функции, хорошо локализованные во времени и в пространстве. Часто в качестве $\psi(\cdot)$ берут вторую производную функции Гаусса $\psi(t)=(1-t^2)exp(-t^2/2)$, которая удовлетворяет всем необходимым условиям.

Когда *a* меняет свое значение, функция $\psi^{a,0}(x)=|a|^{-1/2}\psi(x/a)$ меняет свою частоту: большие значения масштабирующего параметра $|a|$ соответствует малым частотам и большому масштабу для $\psi^{a,0}$; малые параметры $|a|$ соответствуют высоким частотам и малым масштабам $\psi^{a,0}$. Изменение параметра *b* позволяет сместить цент временной локализации: каждая функция $\psi^{a,b}(x)$ локализована около s=b. Следовательно (1) и (3) дают частотно-временное описание f.

Различие между вейвлет-преобразованием и оконным преобразованием Фурье состоит в неодинаковых функциях окна и $\psi^{a,b}$. Последняя имеет ширину во времени, соответствующую частоте; высокочастотные $\psi^{a,b}$ являются узкими, в то время как низкочастотные $\psi^{a,b}$ – намного шире. В результате с помощью вейвлет-преобразования можно получить большую избирательность вол времени (частоте) или наоборот.

В общем случае параметры сдвига и сжатия *a*, *b* меняются на множестве R с ограничением $a\neq 0$. Любая функция f(t) может быть восстановлена с помощью формулы обращения

$$f = C_\psi^{-1}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left\langle f,\psi^{a,b}\right\rangle\psi^{a,b}\frac{dadb}{a^2} \tag{5}$$

где $\langle\cdot\rangle$ обозначает скалярное произведение в L^2. Постоянная C_ψ зависит только от ψ. Формула (5) может быть рассмотрена с двух точек зрения: как способ восстановления f, если известно ее вейвлет-преобразование, или как способ записи f в виде суперпозиции вейвлетов $\psi^{a,b}$; коэффициенты этой суперпозиции точно заданы через вейвлет-преобразование.

Практически используется дискретное избыточное преобразование (фрейм). В этом случае оба параметра *a* и *b* принимают только дискретные значения. Вейвлет-преобразование с дискретными индексами имеет вид.

$$\psi_{m,n}(x) = a_0^{-m/2}\psi(a_0^{-m}x - nb_0) \tag{6}$$

В этом случае существует численно устойчивый алгоритм восстановления f(t).

Вейвлет-преобразование может быть обобщено для многомерных функций, что позволяет его применять для обработки многомерных сигналов. Например, двумерное непрерывное вейвлет-преобразование можно записать как

$$W_f(a,b_x,b_y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\psi_{a,b_x,b_y}(x,y)dxdy \tag{7}$$

откуда

$$f(x,y) = \frac{1}{C_\psi}\int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} W_f(a,b_x,b_y)\psi_{a,b_x,b_y}(x,y)db_x db_y\frac{da}{a^3}\ , \qquad (8$$

$$\text{где}\ \psi_{a,b_x,b_y}(x,y) = \frac{1}{|a|}\psi\left(\frac{x-b_x}{a},\frac{y-b_y}{b}\right) \tag{9}$$

Из (7) – (9) можно получить формулы для прямого и обратного дискретного преобразования.

3. Некоторые применения вейвлет-преобразования

Одномерное вейвлет-преобразование применяется для задач обработки в общем случае нестационарных случайных сигналов – анализа и синтеза, оптимизации параметров моделей сигналов, выделения сигналов на фоне шумов различного происхождения. В случае сложных сигналов, например, с импульсными составляющими, благодаря высокому разрешению вейвлет-преобразования во временной области, возможно выделять и анализировать эти составляющие, локализовать фронты импульсов и другие особенности [2, 3]. Как показали опытные исследования, результаты в сравнении с преобразованием Фурье существенно улучшаются.

Вейвлет-преобразования позволяет весьма эффективно создавать банки одномерных и многомерных фильтров для обработки речевых сигналов, изображений и др. [4]. Большой эффект получается при решении задач сжатия спектра для систем обработки речи и изображений. При этом, например для изображений, можно решать не только вопросы сжатия информации, но и построения гистограмм, улучшения качества изображений, реставрации путем акцентированного изменения коэффициентов в вейвлет-области для изменения интересующих нас компонентов в нужную сторону. Возможно также слияние изображений (например, проекций какого-либо внутреннего органа человека) в одно изображение.

В докладе рассматриваются также применения вейвлет-преобразования для субполосного кодирования, субполосной фильтрации и многоскоростной цифровой обработки сигналов.

4. Заключение

Решаемые с помощью вейвлет-преобразования задачи найдут широкое применение в фундаментальных исследованиях, технической и медицинской диагностике, системах передачи информации, сейсмических и радиолокационных системах, при развитии систем искусственного интеллекта.

Литература

1. Добеши И. 10 лекций по вейвлету. Москва-Ижевск, 2001г.
2. Слесарев Д.А., Барат В.А. Применение дискретного вейвлет-преобразования для анализа и представления непрерывных сигналов. Вестник МЭИ, № 6, 2000.
3. Слесарев Д.А., Барат В.А. Применение вейвлет-преобразования для анализа сигналов с импульсными составляющими. Измерительная Техника, 2000, 8, 43-46.
4. M. Tchobanou and V. Mironov. Design of multi-dimensional filter banks. In Proc. The Second International Workshop on Multi-dimensional (nD) Systems NDS-2000, pages 183–188, Zielona Gora, Poland, 2000.

APPLICATION OF WAVELET TRANSFORM FOR PROCESSING OF 1-D AND M-D SIGNALS

Mironov V., Tchobanou[2], M., Barat V.

Moscow Power Engineering Institute
105835, GSP, Moscow E-250, 17 Krasnokazarmennaya st.
Tel: +7 (095) 362 7463, E-mail: tmk@vvk2.mpei.ac.ru

The basic theoretical provisions defining WAVELET TRANSFORM and its properties are considered. The review of the most widespread applications results (including received by the authors) is given. The direction of their development also is mentioned.

The 1-D wavelet transform is defined as $W_f(a,b) = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\psi(\frac{t-b}{a})dt$, and the 2-D wavelet transform as $W_f(a,b_x,b_y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\psi_{a,b_x,b_y}(x,y)dxdy$ [1].

The 1-D wavelet-transform is applied to problems of processing generally of non-steady casual signals - analysis and synthesis, optimization of parameters of the patterns of signals, allocation of signals on a noise background of different derivation. In case of composite signals, for example, with pulse constituting, due to a high-resolution of wavelet-transform in time-domain, it is possible to select and to analyze these constituting, to locate fronts of impulses and other features [2, 3]. As have shown experimental researches, the results in matching with a Fourier transform are essentially improved.

Wavelet-transforms allow rather effectively to create filter banks for processing of 1-D and M-D signals for speech interpretation, of the images etc. [4]. Large effect is received at problem solving of a frequency compression for systems of voice recognition and images. Thus, for example for the images, it is possible to decide not only problems of compression of the information, but also construction of the histograms, improvement of the quality of the images, restoration of images. Probably also merger of the images (for example, projections any of an internal organ of the person) in one image.

In the report the applications of wavelet-transform for subband coding, subband filtration and multirate digital signal processing are also considered.

REFERENCES

1. I. Daubechies. 10 lessons on wavelets. SIAM, 1988.
2. D.A. Slesarev, V.A. Barat. Application of discrete wavelet transform to analysis and representation of continuous signals. Vestnik MEI, 6, 2000.
3. D.A. Slesarev, V.A. Barat. Application of wavelet transform to analysis of signals with impulse terms. Izmeritel'naya Tehnika, 2000, 8, pp.43-46 MEI, 6, 2000.
4. M. Tchobanou, V. Mironov. Design of multi-dimensional filter banks. In Proc. The Second International Workshop on Multi-dimensional (nD) Systems NDS-2000, pages 183–188, Zielona Gora, Poland, 2000.

[2] The work was done under the support of the grant # T00-3.1-1251 and of the program # 208.04.04.042 of MINOBRA-ZOVANIE of Russian Federation.