

Закарюкин В. П. Алгоритм расчета схемы замещения трехфазного трансформатора в фазовых координатах // Новые технологии управления и методы анализа электрических систем и систем тягового электроснабжения: Межвузовский сборник научных трудов с международным участием. – Иркутск, 2000. Вып. 1. – С. 31-38.

## **АЛГОРИТМ РАСЧЕТА СХЕМЫ ЗАМЕЩЕНИЯ ТРЕХФАЗНОГО ТРАНСФОРМАТОРА В ФАЗОВЫХ КООРДИНАТАХ**

Традиционный метод расчета синусоидального режима системы тягового электроснабжения переменного тока [1] предусматривает представление нагрузок-электропроводов в виде источников тока с заданным током и дальнейшим пересчетом токов с тяговых обмоток трансформаторов на первичные обмотки. Более совершенная методика, используемая при расчетах режимов электроэнергетических систем [2], предполагает задание полной электрической мощности, потребляемой нагрузкой, и представление системы резистивными, индуктивными и емкостными элементами. Эту методику можно использовать и для расчетов режимов электротяговых систем, если из-за несимметрии тяговой нагрузки системы электроснабжения 1х25 кВ проводить расчеты в фазовых координатах, а не для однолинейных схем замещения. Эквивалентирование тяговых трехфазных трансформаторов системы элементами без взаимоиндуктивных связей может быть выполнено по методике работы [3].

В данной статье представлен практический алгоритм расчета эквивалентной схемы замещения трехфазного многообмоточного трансформатора в фазовых координатах, основные идеи которого перекликаются с идеями работы [3]. Составленная на основе этого алгоритма программа предназначена для формирования файла исходных данных трехфазного трансформатора системы тягового электроснабжения переменного тока, отображающая решетчатую схему замещения трансформатора  $RLC$ -элементами. При моделировании многообмоточного трансформатора с любыми схемами соединения обмоток учтены потери в меди трансформатора и индуктивность рассеивания (параметры короткого замыкания трансформатора), а также потери в стали и индуктивность ветви намагничивания (параметры холостого хода), с принятием следующих допущений:

- трансформатор считается линейной системой, а его магнитопровод (рис. 1) характеризуется постоянной величиной комплексной магнитной проницаемости, определяемой из паспортных значений тока и активной мощности холостого хода, так что активные потери в стали учтены введением мнимой части магнитной проницаемости

сердечника;

- каждая катушка обладает активным и реактивным сопротивлениями, которые определяются параметрами короткого замыкания, а между обмотками сопротивления распределены так, что потери мощности распределяются поровну (что эквивалентно одной и той же плотности тока в катушках);

- числа витков определяются по значению рабочей индукции в сердечнике или могут быть заданы во входных данных;

- магнитные проницаемости материала всех стержней трансформатора и их поперечные сечения одинаковы.

Из-за необходимости формирования заданной входными данными схемы соединения катушек трансформатора выводы отдельных катушек трансформатора приходится отличать от узлов (зажимов) уже сформированного трансформатора с определенным соединением выводов катушек.

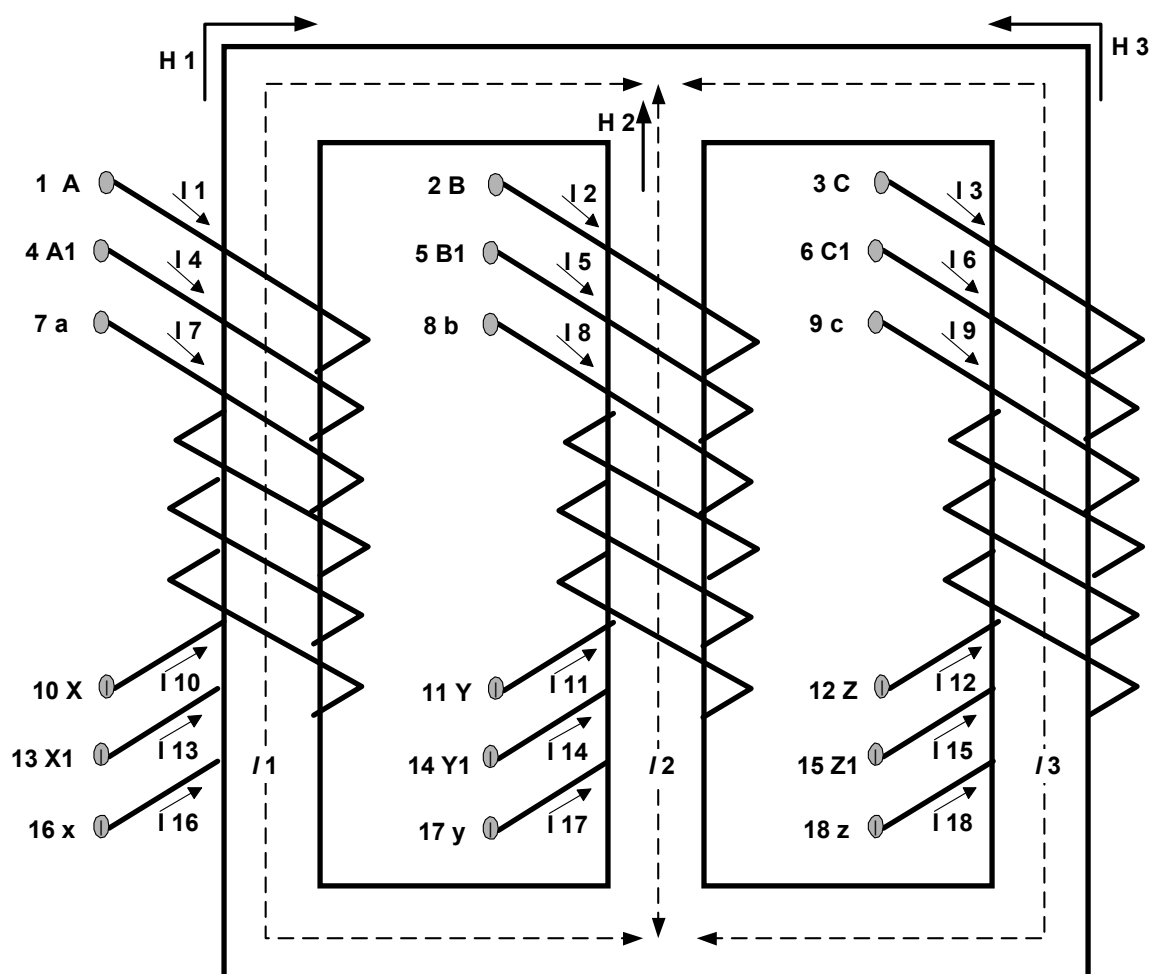


Рис. 1. Схема трехобмоточного трансформатора.

Уравнения электрического и магнитного состояний трансформатора связывают между собой электрические и магнитные величины, определяющие режим работы трансформатора. Для рисунка 1 эти уравнения, по аналогии с уравнениями, приведенными в книге [4], могут быть записаны следующим образом для трехфазного трех-стержневого трансформатора с  $n$  обмотками и  $3n$  катушками:

$$\left. \begin{aligned} \underline{I}_1(R_1 + jX_1 + w_1 \underline{U}_{01}) &= \underline{U}_1 - \underline{U}_{3n+1}; \\ \underline{I}_2(R_2 + jX_2 + w_2 \underline{U}_{02}) &= \underline{U}_2 - \underline{U}_{3n+2}; \\ \underline{I}_3(R_3 + jX_3 + w_3 \underline{U}_{03}) &= \underline{U}_3 - \underline{U}_{3n+3}; \\ &\dots\dots\dots \\ \underline{I}_{3n}(R_{3n} + jX_{3n} + w_{3n} \underline{U}_{03n}) &= \underline{U}_{3n} - \underline{U}_{3n+3n}; \\ \underline{U}_{01} + \underline{U}_{02} + \underline{U}_{03} &= 0; \\ -w_1 \underline{I}_1 + w_2 \underline{I}_2 - w_4 \underline{I}_4 + w_5 \underline{I}_5 - \dots - w_{3n-2} \underline{I}_{3n-2} + \\ + w_{3n-1} \underline{I}_{3n-1} - \underline{I}_1(c_1 + jc_2)\underline{U}_{01} + \underline{I}_2(c_1 + jc_2)\underline{U}_{02} &= 0; \\ -w_2 \underline{I}_2 + w_3 \underline{I}_3 - w_5 \underline{I}_5 + w_6 \underline{I}_6 - \dots - w_{3n-1} \underline{I}_{3n-1} + \\ + w_{3n} \underline{I}_{3n} - \underline{I}_2(c_1 + jc_2)\underline{U}_{02} + \underline{I}_3(c_1 + jc_2)\underline{U}_{03} &= 0; \end{aligned} \right\} (1)$$

где  $\underline{U}_{0k} = j 6.2832 f \Phi_k$ ;  $j = \sqrt{-1}$ ;  
 $f$  - циклическая частота, Гц;

$\underline{H}_k = \frac{\underline{U}_{0k}}{6.2832 f \mu_0 \mu_r S}$  - комплекс напряженности магнитного поля (А/м) в стержне  $k$ ;

$$c_1 = \frac{\mu_r''}{6.2832 f \mu_0 (\mu_r'^2 + \mu_r''^2) S}; \quad c_2 = -\frac{\mu_r'}{6.2832 f \mu_0 (\mu_r'^2 + \mu_r''^2) S};$$

$\Phi_k = w_i \mu_0 \mu_r S \underline{H}_k$  - комплекс потокосцепления магнитного поля (Вб) катушки  $i$  ( $i$  меняется от единицы до  $3n$ ) с магнитным полем сердечника номер  $k$  (от 1 до 3);

$\underline{\mu} = \mu_r' - j \mu_r''$  - комплексная относительная магнитная проницаемость сердечника, одинаковая для всех трех стержней;  $\mu_0$  - магнитная постоянная;

$S$  - площадь сечения каждого стержня, м<sup>2</sup>;

$\underline{I}_i$  - комплекс тока (А) в катушке номер  $i$ ;

$\underline{U}_i, \underline{U}_{3n+i}$  - комплексы потенциалов (В) начала и конца катушки



ричная часть матрицы  $D$  и  $Y_{ij} = Y_{ji}$ ):

1) если  $j < 7$ , то  $\underline{Y}_{ij} = -\underline{D}_{ij}$  ;

2) если  $j > 6, i < 7$ , то  $\underline{Y}_{ij} = \underline{D}_{i,j-6}$ ;

3) если  $j > 6, i > 6$ , то  $\underline{Y}_{ij} = \underline{D}_{i-6,j-6}$ .

Для формирования модели при определенной схеме соединения катушек необходимо произвести вычисления проводимостей новых ветвей, образующихся при запараллеливании ветвей исходной схемы, и сложить проводимости объединяемых узлов исходной схемы:

$$\underline{Y}_{нов,k,l} = \sum_k \sum_l \underline{Y}_{ij}. \quad (4)$$

С этой целью в исходных данных задачи необходима информация о номерах выводов катушек по рис. 1, объединяемых в каждом узле трансформатора.

Определение необходимых параметров трансформатора, используемых в системе (1), по его паспортным данным производится следующим образом.

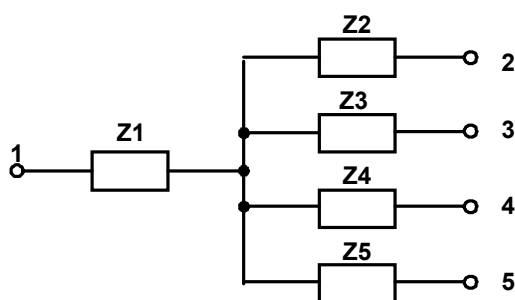


Рис. 2. Схема замещения пятиобмоточного трансформатора.

На рис. 2 изображена Г-образная схема замещения пятиобмоточного трансформатора (без отображения шунта на землю, определяемого потерями в сердечнике). Паспортные характеристики трансформатора определяют параметры холостого хода и короткого замыкания. Для индуктивных рассеяний первой и второй обмоток можно записать следующее уравнение:

$$X_1 + X_2 = \frac{3U_1 u_{12}}{S_H}, \quad (5)$$

где  $U_1$  - номинальное напряжение обмотки 1 (В),  $u_{12}$  - напряжение короткого замыкания обмотки 2 в относительных единицах,  $S_H$  - номинальная мощность трансформатора (ВА). Будем исходить из того, что за-

даны напряжения короткого замыкания  $u_{12}, u_{13}, u_{14}, u_{15}, u_{25}$ , первая цифра обозначает обмотку, на которую подается напряжение, вторая - коротко-

$$X_1 = \frac{1.5 U_1^2 (u_{12} + u_{15} - u_{25})}{S_H}; \quad X_2 = \frac{1.5 U_2^2 (u_{12} + u_{25} - u_{15})}{S_H};$$

$$X_5 = \frac{1.5 U_5^2 (u_{15} + u_{25} - u_{12})}{S_H}; \quad X_3 = \frac{3 U_3^2 u_{13}}{S_H} - X_1 \frac{U_3^2}{U_1^2};$$

$$X_4 = \frac{3 U_4^2 u_{14}}{S_H} - X_1 \frac{U_4^2}{U_1^2}.$$

замкнутую обмотку. Из уравнений, аналогичных (5), получаются выражения для реактивностей рассеяния отдельных обмоток:

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= \frac{1.5 U_1^2 (u_{12} + u_{1n} - u_{2n})}{S_H}; \quad X_2 = \frac{1.5 U_2^2 (u_{12} + u_{2n} - u_{1n})}{S_H}; \\ X_i &= \frac{3 U_i^2 u_{1i}}{S_H} - X_1 \frac{U_i^2}{U_1^2}; \quad i = 3, 4, \dots, n; \end{aligned} \right\} (6)$$

Если обмоток у трансформатора всего две, то имеется только по одному параметру  $u_{12}$  и  $P_{12}$ . При  $n$  обмотках уравнения выглядят так:

Активные сопротивления обмоток определяются мощностями короткого замыкания трансформатора в предположении одинаковости рассеиваемой на обмотках мощности следующим образом:

где  $U_i, U_j$  - номинальные напряжения катушек  $i$  (на которую подается напряжение) и  $j$  (короткозамкнутую);

$R_i, R_j$  - их активные сопротивления;

$I_i$  - номинальный ток катушки  $i$ ;

$S_H$  - номинальная мощность трансформатора.

$$P_{ij} = 3 I_i^2 \left( R_i + R_j \frac{U_i^2}{U_j^2} \right) = \frac{2 R_i S_H^2}{3 U_i^2}, \quad (7)$$

Для числа обмоток, большего двух, можно обойтись и без предположения одинаковости рассеиваемой на катушках мощности при коротком замыкании. Записывая уравнения для активной мощности по аналогии с уравнениями (5) и (6), получим следующие выражения для определения активных сопротивлений катушек:

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{1.5 U_1^2 (P_{12} + P_{1n} - P_{2n})}{S_H}; P_2 = \frac{1.5 U_2^2 (P_{12} + P_{2n} - P_{1n})}{S_H}; \\ R_i &= \frac{3 U_i^2 P_{1i}}{S_H^2} - R_1 \frac{U_i^2}{U_1^2}; \quad i = 3, 4, \dots, n; \end{aligned} \right\} (8)$$

Неизвестную магнитную проницаемость можно определить из параметров холостого хода трансформатора. Имея в виду симметрию подаваемого напряжения в опыте холостого хода и нулевые токи обмоток (кроме первичной), а также предполагая равенство чисел витков катушек первичной обмотки  $w_1=w_2=w_3=w$  и малость активных сопротивлений катушек по сравнению с реактивными,  $R_i + jX_{si} \approx jX_{si}$ , систему уравнений (1) можно переписать для холостого хода трансформатора следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \underline{I}_1 jX_{s1} + w \underline{U}_{01} &= U_1; \\ \underline{I}_2 jX_{s2} + w \underline{U}_{02} &= U_1 \underline{a}_2; \\ \underline{I}_3 jX_{s3} + w \underline{U}_{03} &= U_1 \underline{a}_1; \\ -w \underline{I}_1 + w \underline{I}_2 + l_1 \underline{H}_1 - l_2 \underline{H}_2 &= 0; \\ -w \underline{I}_2 + w \underline{I}_3 + l_2 \underline{H}_2 - l_3 \underline{H}_3 &= 0; \\ \underline{H}_1 + \underline{H}_2 + \underline{H}_3 &= 0; \end{aligned} \right\} (9)$$

где  $U_1, U_1 \underline{a}_2, U_1 \underline{a}_1$  - трехфазная система напряжений прямой последовательности, подаваемая на трансформатор. Первые три уравнения системы (9) в комбинации с последним уравнением и предположением  $X_{s1}=X_{s2}=X_{s3}$  приводят к уравнению

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0; \quad (10)$$

Пренебрегая далее падениями напряжений на сопротивлениях обмоток в первых трех уравнениях системы (9) и заменив последнее уравнение уравнением (10), можно разрешить систему относительно токов в катушках:

$$\left. \begin{aligned} \underline{I}_1 &= \frac{U_1 (2B_1 - B_2 \underline{a}_2 - B_3 \underline{a}_1)}{j3\mu_r}; \quad \underline{I}_2 = \frac{U_1 (-B_1 + 2B_2 \underline{a}_2 - B_3 \underline{a}_1)}{j3\mu_r}; \\ \underline{I}_3 &= \frac{U_1 (-B_1 - B_2 \underline{a}_2 + 2B_3 \underline{a}_1)}{j3\mu_r}; \end{aligned} \right\} (11)$$

где  $B_i = \frac{l_i}{6.2832 f w^2 \mu_0 S}$ ,  $i=1,2,3$ ;  $\underline{a}_1 = e^{j120^\circ}$ ;  $\underline{a}_2 = e^{-j120^\circ}$ .

Из выражений (11) получается комплекс полной мощности холостого хода  $\underline{S}_x$ :

$$\underline{S}_x = \underline{\dot{I}}_1 U_1 + \underline{\dot{I}}_2 U_1 \underline{a}_2 + \underline{\dot{I}}_3 U_1 \underline{a}_1 = U_1 (\underline{\dot{I}}_1 + \underline{\dot{I}}_2 \underline{a}_2 + \underline{\dot{I}}_3 \underline{a}_1), \quad (12)$$

где две точки означают сопряженный комплекс.

Учитывая смену знака  $j$  при комплексном сопряжении и соотношения

$$\underline{\ddot{a}}_2 = \underline{a}_1, \quad \underline{\ddot{a}}_1 = \underline{a}_2, \quad \underline{\mu}_r = \mu_r' + j \mu_r'', \quad \text{получим}$$

$$\underline{S}_x = P_x + j Q_x = P_x + j i_x S_H = \frac{U_1^2 (B_1 + B_2 + B_3) (\mu_r'' + j \mu_r')}{|\underline{\mu}_r|^2}, \quad (13)$$

где  $i_x$  - ток холостого хода трансформатора в относительных единицах.

Число витков катушки связано с ее номинальным напряжением  $U_i$  (кВ), максимальной индукцией в стержне  $B_c$  (предполагается, что ее величина одинакова для всех стержней и измеряется в тесла) и сечением стержней  $S$  формулой [5]:

$$w_i = \frac{4.5 U_i}{B_c S}. \quad (14)$$

Подставляя выражение (14) в формулу (13) и разделяя вещественные и мнимые части, можно получить выражения для расчета составляющих магнитной проницаемости через значения мощности и тока холостого хода:

$$P_x = \frac{U_1^2 \mu_r'' (l_1 + l_2 + l_3)}{6.2832 f w^2 \mu_0 \mu_r'^2 S};$$

$$\mu_r' = \frac{U_1^2 (B_1 + B_2 + B_3)}{i_x S_H} = \frac{125 B_c^2 S (l_1 + l_2 + l_3)}{i_x S_H}; \quad (15)$$

$$\mu_r'' = \frac{0.008 P_x \mu_r'^2}{B_c S (l_1 + l_2 + l_3)}. \quad (16)$$



где  $P_x$  - в мегаваттах,  $B_c$  - тесла,  $S$  - м<sup>2</sup>,  $l_i$  - м.

Несколько проще выражения (15) и (16) можно переписать в следующем виде:

$$X = B_c^2 S(l_1 + l_2 + l_3); \quad \mu_r' = \frac{125 X}{i_x S_H}; \quad \mu_r'' = \frac{0.008 P_x \mu_r'^2}{X}. \quad (17)$$

В процессе вычислений сначала определяются числа витков в соответствии с формулой (14), затем составляющие магнитной проницаемости по формулам (17) и сопротивления катушек по выражениям (6) и (8). Далее происходит формирование матрицы коэффициентов системы (1), обращение системы и формирование шунтов и ветвей схемы замещения.

Предлагаемый алгоритм эквивалентирования многообмоточного трансформатора решетчатой схемой замещения с  $RLC$ -элементами позволяет производить расчеты режимов систем тягового электропитания переменного тока в фазовых координатах с заданием потребляемых электровозами активных и реактивных мощностей. Этот алгоритм реализован программно с получением на выходе программы модели системы тягового электропитания, пригодной для дальнейшего расчета режима.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Марквардт К.Г. Электропитание электрифицированных железных дорог. М.: Транспорт, 1982. 528 с.
2. Идельчик В.И. Расчеты и оптимизация режимов электрических сетей и систем. М.: Энергоатомиздат, 1988. 288 с.
3. Вайнштейн Л.М., Мельников Н.А. О возможности замены схем со взаимной индукцией эквивалентными без взаимной индукции. Электричество, 1965, N 5, с. 16-18.
4. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. М.: Высшая школа, 1978. 528 с.
5. Электротехнический справочник. Т. 2. Электротехнические изделия и устройства. М.: Энергоатомиздат, 1986. 712 с.