

На конкурс на лучшую научную работу студентов  
по разделу  
“Техническая кибернетика, вычислительная, микропроцессорная  
техника и информатика”

Студенческая работа на тему:  
“Моделирование переходных процессов  
в длинных электрических линиях”

Донецк-2008



## Содержание

Введение .....	4
1. Анализ математической модели электрических линий .....	5
2. Разработка математической моделей элементарного участка электрической линии.....	8
3. Разработка математической модели длинных электрических линий.....	10
3.1 Математические модели на основе П-четырёхполюсника.....	10
3.2 Математические модели на основе Г-четырёхполюсника .....	11
3.3 Математические модели на основе Т-четырёхполюсника .....	12
3.4. Система уравнений цепочечной модели в матричной форме.....	13
4. Результаты моделирования длинной электрической цепи.....	18
Заключение.....	25
Литература .....	26
Приложение 1. Листинг программы построения выходной и амплитудо-частотной характеристики для заданного вида четырёхполюсника.....	27

## **Введение**

Современные компьютерные технологии, в основе которых лежат прикладные пакеты, предоставляют возможность более глубокого изучения вопросов, связанных с проектированием электрических схем. Они позволяют качественно изменить и существенно улучшить технологию изучения, перевести ее в виртуальную действительность, осуществить в этой виртуальной лаборатории необходимые исследования с получением количественных результатов.

Однако проблемы, возникающие на пути решения этой задачи, могут быть преодолены путем глубокого изучения физических явлений во всех звеньях системы. Проще сказать, для грамотного использования компьютера необходимо хорошо знать и понимать физику работы отдельных звеньев системы, их взаимосвязь и взаимонезависимость.

Целью данной научно-исследовательской работы является создание математической модели минимальной сложности, адекватно отражающей переходные процессы в электрической линии.

# 1. Анализ математической модели электрических линий

Рассмотрим в общем виде математическую модель переходных процессов в длинных электрических линиях.

Для определения минимального по сложности приближенного математического описания динамики переходного процесса в электрической цепи, рассмотрим длинную линию с заданным напряжением  $U(t)$  и внутренним сопротивлением  $R_i$ , нагруженную на сопротивление  $R_H$  (рис.1.1).

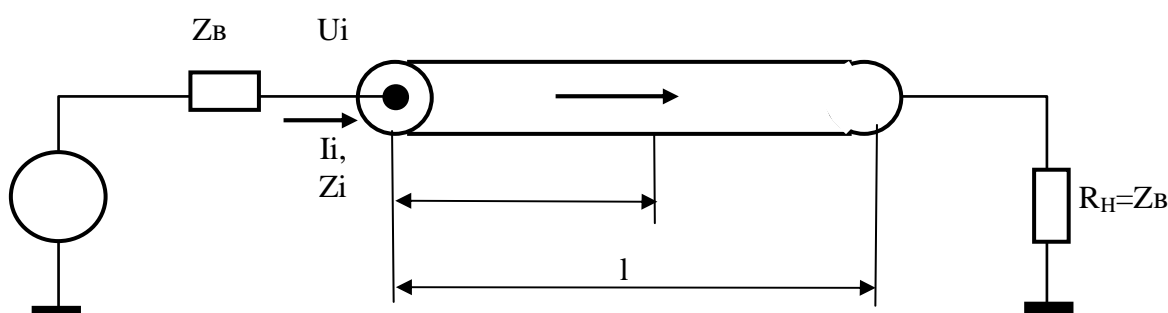


Рисунок 1.1 – Обобщенная схема длинной электрической линии.

В произвольных режимах напряжение и ток описывается телеграфными уравнениями волновых движений в частных производных:

$$-\frac{\partial U(x,t)}{\partial x} = L_0 \frac{\partial I(x,t)}{\partial t} + R_0 I(x,t); \quad (1.1)$$

$$-\frac{\partial I(x,t)}{\partial x} = C_0 \frac{\partial U(x,t)}{\partial t} + G_0 U(x,t), \quad (1.2)$$

Очевидно, что при относительно низком темпе переходных процессов телеграфные уравнения могут быть сведены к более простой математической модели – к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Для количественной характеристики темпа переходных процессов в электрической цепи удобно использовать соотношение длины ветви  $l$  и минимальной длины  $\lambda_{min}$  вдоль длинной электрической линии при действии наиболее быстрых составляющих производственных возмущающих воздействий ( $\lambda_{min} = aT_{min}$ , где  $a \cong 3 \cdot 10^8$  м/с – скорость света,  $T_{min}$  – период верхней гармоники существенного спектра производственных возмущающих

воздействий в электрической цепи). Поэтому минимальная длина бегущей волны длинной электрической линии при реальных условиях не превышает  $\lambda_{min} \cong 3M$ . Для конкретной длинной электрической цепи этот темп возмущающих воздействий является либо низким, либо высоким, в зависимости от соотношения длины  $l$  и минимальной длины бегущей волны  $\lambda_{min}$ . Таким образом, в рабочей полосе частот возмущающих воздействий (примерно до 100МГц) длинной электрической цепи по отношению к длине бегущей волны могут считаться как короткими ( $l \ll \lambda_{min}$ ), так и длинными ( $l \approx \lambda_{min}$ ). В силу этого, для длинных электрических линий различной протяженности должны использоваться различные минимальные по сложности математические модели переходных электрических процессов.

Любая реальная электрическая цепь, потребляющая или преобразующая энергию, может быть замещена эквивалентной схемой замещения (математическим аналогом). Элементами схемы замещения являются: активное сопротивление, индуктивность и емкость. Отсюда видно, какое преимущество дает применение схем замещения. Реальных электротехнических устройств великое множество и все они при расчете могут быть заменены всего тремя элементами. Одной из целей использования эквивалентных схем замещения является их использование в длинных электрических линиях для изучения входной, выходной характеристик. Для электрической линии может быть применена схема замещения с использованием четырехполюсников.

Четырехполюсники – это электрическая цепь с двумя парами зажимов и включенная таким образом, что через каждую пару ее зажимов проходят попарно равные и противоположно направленные токи. Иногда подобный четырехполюсник называют 2х2-полюсником.

Различают линейные и нелинейные четырехполюсники, четырехполюсники пассивные и активные. Последние, в свою очередь, разделяются на активные четырехполюсники с зависимыми и с независимыми источниками. Примером активного четырехполюсника с

зависимыми источниками может служить любой усилитель. При этом, смотря по тому, в каком именно режиме работает усилитель, его можно рассматривать или как линейный, или как нелинейный четырехполюсник. Различают также четырехполюсники с сосредоточенными и с распределенными элементами. К числу последних относятся длинные линии, если важны именно соотношения между напряжениями и токами на внешних зажимах линии.

Определенные классы четырехполюсников, независимо от их внутренней структуры, обладают рядом общих свойств. Предполагается, что четырехполюсник содержит конечное число сосредоточенных элементов.

## 2. Разработка математической моделей элементарного участка электрической линии

При разбиении длинной электрической линии на более короткие ветви могут быть использованы следующие виды четырехполюсников:

1. П – четырехполюсник.

Схема П – четырехполюсника представлена на рисунке 2.1.

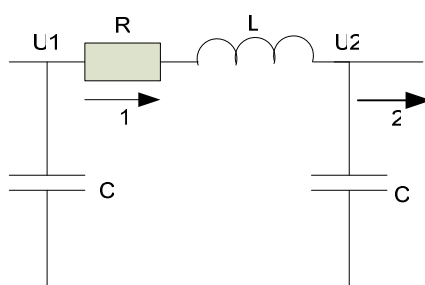


Рис. 2.1 – Схема П - четырехполюсника

Математические уравнения, описывающие работу схемы:

$$U_1 - U_2 = R * I + L * \frac{dI_1}{dt}$$

$$I_1 - I_2 = c * \frac{dU_1}{dt}$$

2. Г-четырёхполюсник

Схема Г-четырёхполюсника представлена на рисунке 2.2.

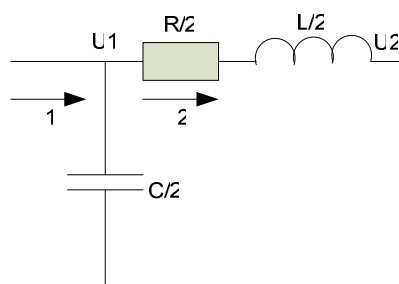


Рис.2.2 – Схема Г-четырёхполюсника

Математические уравнения, описывающие работу схемы:

$$U_1 - U_2 = \frac{R}{2} * I + \frac{L}{2} * \frac{dI_2}{dt}$$

$$I_1 - I_2 = \frac{c}{2} * \frac{dU_1}{dt}$$



### 3. T-четырёхполюсник

Схема T-четырёхполюсника представлена на рисунке 2.3.

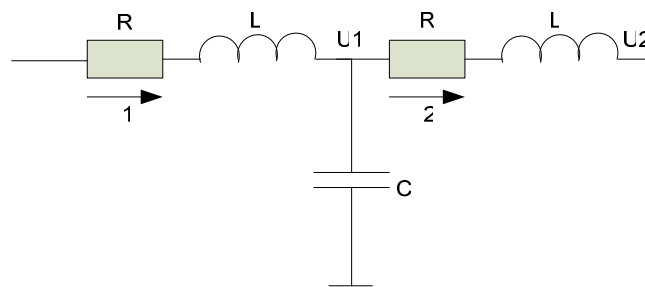


Рис.2.3. – Схема T – четырёхполюсника

Математические уравнения, описывающие работу схемы:

$$U_1 - U_2 = R * I + L * \frac{dI_2}{dt}$$

$$I_1 - I_2 = c * \frac{dU_1}{dt}$$