

Одеський національний політехнічний університет
**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА
У НЕСТАЦІОНАРНИХ РЕЖИМАХ РОБОТИ**

Пропонується математична модель асинхронного двигуна із урахуванням втрат у магнітопроводі статора, що ґрунтується на модифікованих рівняннях Парка-Горєва. Наведено результати розрахунків.

Предлагается математическая модель асинхронного двигателя, основанная на уравнениях Парка-Горєва с учетом потерь в магнитопроводе статора. Представлены результаты расчетов.

The mathematical model of asynchronous engine, based on equations of Park-Gorev with taking into account the losses at iron core of stator is offered. The results of calculations are presented.

Ефективність найбільш поширених частотно-керуваних асинхронних електроприводів визначається рівнем втрат у асинхронних двигунах (АД), що виконують електромеханічне перетворення енергії. Значну частину часу регульовані асинхронні електроприводи можуть працювати у нестационарних режимах. Для аналізу електромагнітних, механічних, енергетичних показників як електроприводів взагалі, так і в АД двигунах зокрема використовуються математичні моделі (ММ), що ґрунтуються на рівняннях Парка-Горєва [1,2,3]. Недоліком таких ММ є нехтування втратами у сталі магнітопроводу, частка яких може складати від 20 до 40 % від загальних втрат у двигуні. В результаті це може призвести до похибок у розрахунках енергетичних та теплових показників АД.

За останній час були запропоновані різні методи керування втрат у сталі при розрахунках у нестационарних режимах. Але розрахунок миттєвих значень поточозчеплень проводився у них окремо від розрахунку цих втрат, що є причиною похибки у результатах моделювання.

Згідно з [4] основні втрати у сталі АД

$$\Delta P_{cm} = \Delta p_{n1} \cdot \sum_i (g_i \cdot B_i^2) \cdot \left(\frac{f_i}{50}\right)^\alpha, \quad (1)$$

де: Δp_{n1} – питомі втрати у 1 кг сталі при індукції 1 Тл та частоті 50 Гц; g_i – маса i -го елемента магнітопроводу (спинка, зубці); B_i та f_i – відповідно амплітуда та частота зміни індукції у i -му елементі магнітопроводу; α – показник ступеня, що визначає співвідношення між втратами на гістерезис та від струмів Фуко, величина α визначається маркою сталі і лежить у межах $\alpha = 1,3 \dots 1,5$.

Ліва частка втрат в сталі в АД виділяється у магнітопроводі статора, оскільки частота індукції у роторі досить мала (0,5...5 Гц). Виключення складають випадки коли асинхронні машини працюють із великими частотами ковзання (прямий пуск, глибоке регулювання амплітудою потоку, машини подвійного живлення, тощо). У випадку частотного керування АД частота зміни магнітного потоку у роторі взагалі

не перевищує критичних значень у будь-яких режимах роботи. Таким чином втрати у сталі ротора не перевищуватимуть 0,5...2 % від втрат у магнітопроводі статора і тому їх можна не враховувати.

Індукції B_i у магнітопроводі статора пропорційні сумі основного магнітного потоку і потоку розсіювання $\Phi_1 = \Phi_\delta + \Phi_{1\sigma}$ [1,4]. У свою чергу потік Φ_1 пропорційний поточозчепленню статора Ψ_1

$$\Psi_1 = w_1 \cdot (\Phi_\delta + \Phi_{1\sigma}) = w_1 \cdot B_i \cdot S_i, \quad (2)$$

де: w_1 – кількість витків обмотки статора; S_i – площа перетину i -го елемента магнітопроводу статора. З урахуванням (2) вираз (1) набуде наступного вигляду

$$\Delta P_{cm} = \frac{\Delta p_{n1}}{50^\alpha} \cdot \sum_i \left(g_i \cdot \frac{\Phi_1^2}{S_i} \right) \cdot \frac{f_1^2}{f_1^{(2-\alpha)}}. \quad (3)$$

Урахувати наявність цих втрат та їх вплив на електромагнітні процеси у асинхронній машині пропонується наступним чином. До заступних схем обмоток статора узагальненої машини (рис.1) вносяться додаткові опори R_f (показані пунктиром). Різниця потенціалів на цих опорах дорівнює ЕРС статора E_1 , що пропорційна потоку Φ_1 та частоті f_1 (або першій похідній поточозчеплення Ψ_1 за часом)

$$E_1 = 4,44 \cdot \Phi_1 \cdot f_1 \cdot w_1 \cdot k_{об1}. \quad (4)$$

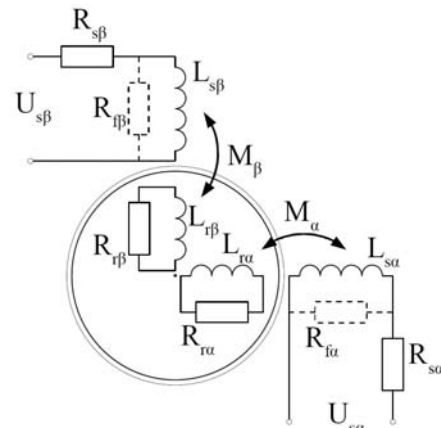


Рис.1. Модель узагальненої асинхронної машини із урахуванням втрат у сталі статора

Для того, щоб втрати у опорах R_f дорівнювали втратам у сталі розрахованими за (1) опір R_f має бути пропорційним частоті живлення у ступені (2- α)

$$R(f_1) = \frac{m \cdot E_{1H}^2}{\Delta P_{cmH} \cdot f_{1H}^{(2-\alpha)}}, \quad (5)$$

де: m – кількість фаз АД; f_{1H} – номінальна частота живлення; E_{1H} та ΔP_{cmH} – відповідно ЕРС обмотки статора та втрати у сталі, що визначаються за результатами електромагнітного розрахунку двигуна у номінальному режимі.

Аби таким чином враховувати втрати у магнітопроводі при розрахунку нестационарних режимів до рівнянь електричної рівноваги кіл статора слід внести деякі зміни, що враховуватимуть додаткове падіння напруги на опорі обмотки статора від складової струму що протікає у колі з R_f . Рівняння кола статора фази α

$$u_{1\alpha} = R_1(i_{1\alpha} + i_{f\alpha}) + \frac{d\Psi_{1\alpha}}{dt},$$

де: $i_{f\alpha}$ – складова струму статора від втрат у сталі

$$i_{f\alpha} = \frac{1}{R_f} \cdot \frac{d\Psi_{1\alpha}}{dt}. \quad (6)$$

Для фази β – аналогічно. Після перетворень із урахуванням (6) система рівнянь Парка-Горева, набуває наступного вигляду

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Psi_{1\alpha}}{dt} &= \frac{(u_{1\alpha} - R_1 i_{1\alpha})}{R_1 + R_f} \cdot R_f \\ \frac{d\Psi_{1\beta}}{dt} &= \frac{(u_{1\beta} - R_1 i_{1\beta})}{R_1 + R_f} \cdot R_f \\ \frac{d\Psi_{2\alpha}}{dt} &= -R_2 i_{2\alpha} - p \omega_p \Psi_{2\beta} \\ \frac{d\Psi_{2\beta}}{dt} &= -R_2 i_{2\beta} + p \omega_p \Psi_{2\alpha} \\ \frac{d\omega_p}{dt} &= \frac{1}{J_\Sigma} \left(\frac{mp}{2} \frac{M}{D} (\Psi_{1\beta} \Psi_{2\alpha} - \Psi_{1\alpha} \Psi_{2\beta}) - M_H \right) \end{aligned} \right\}, \quad (7)$$

де: p – кількість пар полюсів; M – взаємна індуктивність обмоток статора й ротора; $D = L_s L_r - M^2$ – розрахунковий коефіцієнт; L_s та L_r – повні індуктивності, відповідно статора й ротора; M_H – момент опору навантаження; J_Σ – загальний момент інерції.

Для спрощення реалізації розв'язання систему (7) доцільно доповнити рівнянням

$$\frac{d\phi_1}{dt} = \omega_1, \quad (8)$$

де: $\omega_1 = 2\pi f_1$ – частота обертання узагальненого вектора напруги живлення. У цьому випадку проекції узагальненого вектора напруги живлення обмоток статора на вісі α та β дорівнюють

$$\left. \begin{aligned} u_{1\alpha} &= U_{\max} \cdot \cos(\phi_1) \\ u_{1\beta} &= U_{\max} \cdot \sin(\phi_1) \end{aligned} \right\},$$

де: U_{\max} – амплітуда напруги живлення.

Для моделювання частотно-регульованих АД систему (7,8) доцільно доповнити ще одним рівнянням

$$\frac{d\omega_1}{dt} = \epsilon_1, \quad (9)$$

де: ϵ_1 – кутове прискорення узагальненого вектора напруги живлення. Для моделювання деякого визначеного режиму роботи АД (розгони, гальмування, переходи з однієї швидкості на іншу) достатньо лише задати характер зміни у часі кутового прискорення $\epsilon_1 = f(t)$. Амплітуда напруги живлення U_{\max} у цьому разі визначатиметься законом частотного регулювання. Наприклад, для пропорційного закону $U/f = \text{const}$ $U_{\max} = k_U \cdot \omega_1$, де k_U – коефіцієнт пропорційності. Аналогічно функцією від ω_1 є і опір R_f .

Після розв'язання системи рівнянь (7,8,9) відносно потокозчеплень струми у колі з R_f визначаються за виразом

$$i_{f\alpha} = \frac{Du_{1\alpha} - L_2 R_1 \Psi_{1\alpha} + L_{12m} R_1 \Psi_{2\alpha}}{D(R_2 + R_f)}, \quad (12)$$

(у фазі β – аналогічно). Вирази для розрахунку струмів у обмотках $i_{1\alpha}$ та $i_{2\alpha}$ наведені у [1,2,3]. Загальний струм статора $i_{s\alpha} = i_{1\alpha} + i_{f\alpha}$ за цим струмом визначатимуться втрати у обмотці статора

$$\Delta P_1 = \frac{m}{2} (i_{s\alpha}^2 + i_{s\beta}^2) R_1. \quad (13)$$

Втрати у обмотці ротора

$$\Delta P_2 = \frac{m}{2} (i_{2\alpha}^2 + i_{2\beta}^2) R_2 \quad (14)$$

Втрати у магнітопроводі статора

$$\Delta P_{cm} = \frac{m}{2} (i_{f\alpha}^2 + i_{f\beta}^2) R_f \quad (15)$$

У результаті спільного розв'язання системи рівнянь.

На рис.2 – 4 подано результати розрахунку перехідних процесів двигуна 4A100L4 для наступного режиму:

- розгін за 5,5 с до частоти обертання ротора 162 c^{-1} , що відповідає частоті живлення 52 Гц;
- робота на цій частоті протягом 2 с;
- зниження швидкості за 5,5 с до частоти обертання ротора $1,67 \text{ c}^{-1}$, що відповідає частоті живлення 0,8 Гц;
- момент опору на валу $M_H = 12 \text{ Н}\cdot\text{м}$, загальний момент інерції $J_\Sigma = 0,5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$.

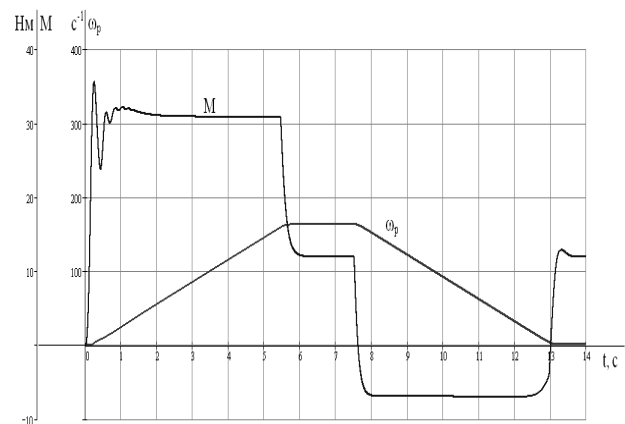


Рис.2. Графік перехідних процесів: М – електромагнітний момент; ω_p – частота обертання ротора

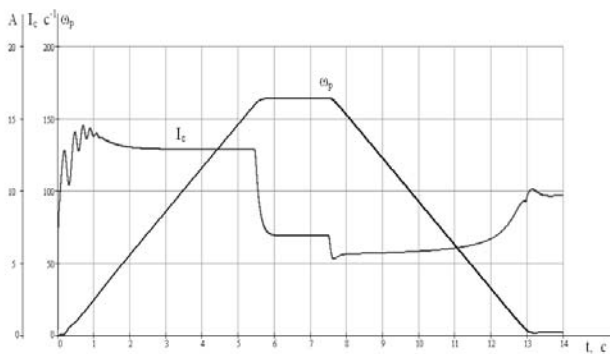


Рис.3. Графік перехідних процесів:
 I_s – струм статора; ω_p – частота обертання ротора

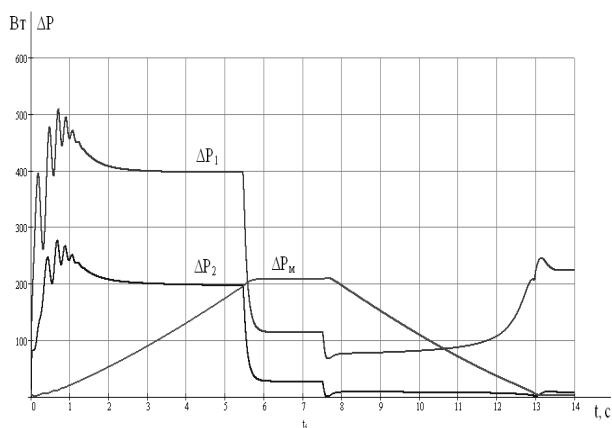


Рис.4. Втрати в активних частинах АД при перехідних процесах: ΔP_1 – у обмотці статора; ΔP_2 – у обмотці ротора; ΔP_m – у магнітопроводі статора

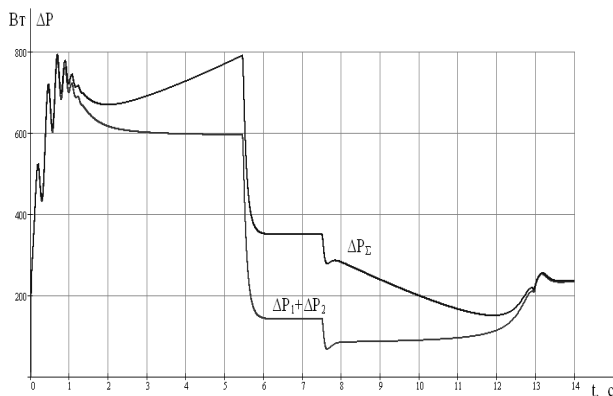


Рис.5. Сумарні втрати в АД: $\Delta P_1 + \Delta P_2$ – без урахування втрат у сталі; ΔP_Σ – з урахуванням втрат у сталі

Таким чином можна зробити наступні висновки:

1. Запропонована математична модель дозволяє враховувати втрати у магнітопроводі статора асинхронної машини у нестационарних режимах роботи.
2. Урахування втрат у сталі істотно уточнює результати розрахунків енергетичних показників АД у перехідних режимах, що видно з рис.5.
3. До недоліків запропонованої моделі слід віднести нехтування втратами у сталі ротора. Це може призвести до похибок при аналізі енергетичних показни-

ків асинхронних машин, що тривало працюють із великими ковзаннями. Наприклад, при глибокому регулюванні амплітудою потоку, у машинах подвійного живлення, тощо.

Список використаної літератури

1. Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины.– М.: Энергия, 1980.– 733 с.
2. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин.– М.: Высш. шк., 1987.– 248 с.
2. Копылов И.П. Электромеханические преобразователи энергии.– М.: Энергия, 1973.– 400 с.
3. Проектирование электрических машин / Под ред. И.П.Копылова.– М.: Энергия, 1980.– 543 с.

Отримано 07.07.06



Петрушин Віктор Сергійович,
 д-р техн. наук, професор.
 Зав. кафедрою
 електричних машин ОНПУ,
 пр-т Шевченка, 1,
 м. Одеса, 65044,
 тел. (8-0482) 28-84-94



Якімець Андрій Миронович,
 канд. техн. наук, доцент
 кафедри електричних машин
 ОНПУ, пр-т Шевченка, 1,
 м. Одеса, 65044,
 тел. (8-0482) 28-86-81



Бабійчук Ольга Борисівна,
 асистент кафедри
 електричних машин,
 ОНПУ, пр-т Шевченка, 1,
 м. Одеса, 65044,
 тел. (8-0482) 28-86-82