О статистических постулатах в моделях механики сыпучих тел

Ротенберг А.В. (technoproekt@technologic.ru)

НПП «Технопроект» г. Пенза

1. ВВЕДЕНИЕ

Благодаря развитому в настоящее время аппарату дифференциальных уравнений в частных производных, для анализа механики сыпучего тела (СТ) широко используются континуальные модели [1].

Возможность использования той или иной континуальной модели для СТ требует обоснования, в рамках которого формулируются ограничения на параметры СТ, на параметры внешних воздействий и на режимы движения СТ, чем задается область применимости и точность механических расчетов.

Обоснованием континуальной модели СТ обычно являются либо данные экспериментов, либо теоретические соображения, либо комбинации тех и других[2]. Эти модели в общем случае приводят к дифференциальным уравнениям в частных производных.

Наиболее последовательным теоретическим обоснованием континуальных моделей представляется статистическое рассмотрение, поскольку оно является изначально наиболее детальным и приводит к обобщенному уравнению переноса (уравнению Энскога), дающему приближение сплошной среды. При этом переходе (от статсистемы к приближению сплошной среды) видны вводимые упрощения и ограничения [3].

В свою очередь известны работы, в которых СТ рассматриваются как чисто статистические системы, при этом используются соотношения классической статмеханики и физической кинетики, полученные для систем микрочастиц [4]. Однако поскольку СТ представляет собой систему не микро, а макрочастиц, то перенос соотношений статмеханики и физкинетики на сыпучую среду без анализа обусловленных этим обстоятельством ограничений представляется неправомочным.

Например, одной из существенных особенностей СТ-системы является отсутствие безоговорочной применимости методов теории вероятности, являющейся основой статфизики систем микрочастиц (молекулярных систем). Это связано с тем, что, если в изучаемых молекулярных системах число частиц имеет порядок не менее 10^{20}, то в рассматриваемых объемах сыпучих сред число частиц может иметь порядок $10^2 \ldots 10^{10}$. Применимость методов теории вероятности в системах СТ при числе частиц $\sim 10^2 \ldots 10^{10}$

не всегда очевидна, что приводит к необходимости анализа применимости статистического описания для СТ- систем.

Кроме того, неочевидно и безоговорочное перенесение на СТ таких статистических требований, как тождественность частиц, эргодичность СТ-системы, квазизамкнутость, хаотичность.

В настоящей статье представлены результаты анализа применимости аппарата классической статистики в механике СТ, заключающегося в определении условий и ограничений на СТ, внешние условия и условия наблюдения, при которых СТ, как система частиц, подчиняется набору статистических постулатов. Полученные условия и ограничения будут являться как обоснованием статмоделей СТ, так и обоснованием континуальных моделей СТ, выводимых в физической кинетике как приближение сплошной среды из обобщенного уравнения переноса (уравнения Энскога).

2. АНАЛИЗ ПРИМЕНИМОСТИ ПОСТУЛАТОВ СТАТИСТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ В СТ-СИСТЕМАХ.

В данном разделе приводятся постулаты статмеханики и обсуждаются ограничения и условия, обеспечивающие их применимость к описанию СТ.

<u>Постулат 1.</u> Система содержит большое число частиц N.

Математическим аппаратом статистической механики является теория вероятностей. Требованием большого числа частиц N обеспечивается точность предсказаний макропараметров системы.

Получим численную оценку величины N. Для этого воспользуемся следующей теоремой из теории вероятностей: если имеется система, состоящая из N независимых частей, то относительная флуктуация δ_u любой аддитивной функции состояния U пропорциональна величине, обратной корню квадратному из числа частей N [3] :

$$\delta_u \sim \frac{1}{\sqrt{N}} \quad . \tag{1}$$

Под *U* для определенности можно иметь в виду внутреннюю энергию статсистемы *N* частиц. В нашем случае части системы – составляющие ее частицы.

Введем величину :

$$\varphi_1 = 1 - \frac{1}{\sqrt{N}} \quad . \tag{2}$$

Прикладное значение величины φ_1 заключается в следующем: задаваясь минимально допустимой величиной φ_1 , по (2) можно оценить минимальное число частиц системы, обеспечивающее возможность ее статистического рассмотрения с заданной погрешностью φ_1: например, при φ_1=0,9 N_{min}=100 ; при φ_1=0,99 N_{min}=10000 и т.д.

При практических инженерных расчетах в механике СТ, как правило, пересчитать непосредственно число частиц не представляется возможным. Поэтому величину N оценивают следующим образом :

$$N = \frac{V\theta}{v} \quad , \tag{3}$$

где V - связный объем, занимаемый сыпучим телом,

θ - коэффициент заполнения объема частицами СТ,

v - объем одной частицы.

Отсюда, при заданном СТ (известны параметры θ и v) и φ_1, из (2) получается условие на объем V :

$$V \geq \frac{v}{\theta\varphi_1^{\ 2}} \quad . \tag{4}$$

<u>Постулат 2.</u> Система может быть разбита на большое число квазизамкнутых подсистем.

Требование квазизамкнутости подсистем обеспечивает совмещение двух свойств статсистемы : с одной стороны, взаимодействие ее подсистем со своим окружением должно быть достаточным для того, чтобы обеспечить возможность перехода системы в новое равновесное состояние за конечное время при изменении внешних условий; с другой стороны, это взаимодействие должно быть достаточно малым для того, чтобы подсистемы были статистически независимыми, что требуется для применимости теоремы о сложении вероятностей.

Совместить два этих условия можно одним из следующих способов :

1) потребовать, чтобы в течение времени наблюдения время взаимодействия подсистем в среднем было много меньше времени их невзаимодействия (изолированности);

2) потребовать, чтобы энергия взаимодействия подсистем была много меньше их внутренней энергии;

3) совместить требования 1 и 2.

Рассмотрим условия, налагаемые на статсистему этими требованиями.

Первое из указанных требований выполнимо в статсистемах с конечным радиусом взаимодействия r_u, меньшим среднего расстояния λ между частицами (средней длины свободного пробега):

$$r_u < \lambda \quad . \tag{5}$$

К этому виду статсистем относятся :

а) разреженные системы частиц с быстроубывающим потенциалом межчастичного взаимодействия;

б) системы с контактным типом взаимодействия частиц, при этом :

$$r_u = d \quad , \tag{6}$$

где d – диаметр эквивалентной сферы (ДЭС) для частиц СТ.

Для дальнейших расчетов запишем выражение для времени взаимодействия τ_u в модельном случае упругого центрального столкновения двух сферических частиц с одинаковыми массами на основе соотношений контактной задачи Герца [5]. В соответствии с этими соотношениями время τ_u выражается в виде :

$$\tau_u = 2{,}9432\left(\frac{15m\left(1-\nu^2\right)}{8E}\right)^{2/5}\left(r\upsilon_0\right)^{-1/5} \quad , \tag{7}$$

где m – масса частиц;

r - радиус частиц;

υ_0 - относительная скорость частиц;

ν - коэффициент Пуассона материала частиц;

E - модуль Юнга материала частиц.

С учетом сказанного степень замкнутости системы может быть оценена величиной:

$$\varphi_2 = \lambda \big/ \lambda + r_u = \tau_\lambda \upsilon \big/ \left(\tau_\lambda \upsilon + \tau_u \upsilon\right) = \tau_\lambda \big/ \left(\tau_\lambda + \tau_u\right) , \tag{8}$$

где υ – средняя скорость пробега частиц вне взаимодействия.

В (8) принято, что средние относительные скорости частиц в режиме свободного пробега и в режиме взаимодействия равны.

Для двух одинаковых стальных шариков с r=0,1мм, движущихся с относительной скоростью v_0=0,1м/с, при условии, что длина свободного пробега $\lambda \approx$ r, расчет на основе (7), (8) дает : $\varphi_2=0{,}98$.

Второе требование, обеспечивающее условие квазизамкнутости статсистемы, выполняется достаточно просто в СТ-системах. Пусть подсистема содержит некоторое число частиц N с конечным радиусом взаимодействия (в частности – с контактным) при конечном размере частиц. В этом случае подсистема взаимодействует с окружением практически только своими поверхностными частицами. Относительное количество этих частиц может быть оценено так:

$$\frac{N^{2/3}}{N} = N^{-1/3} = (1-\varphi_1)^{2/3}. \tag{9}$$

Таким образом, величина φ_1 может служить оценкой степени замкнутости подсистемы для этого типа статсистем.

Требование большого числа подсистем позволяет рассматривать статистическую макросистему как состоящую из выделенной подсистемы и термостата (все остальные подсистемы).

Постулат 3. В равновесной статсистеме выполняются условия эргодической гипотезы.

Эквивалентная формулировка этого постулата, позволяющая ввести численные оценки, выглядит так: статсистемы, способные в течение конечного промежутка времени (времени наблюдения) побывать во всех микросостояниях, принадлежащих данной энергии (макросостоянию с данной энергией), являются эргодическими. Эргодичность необходима для замены вычисления средних величин по времени средними по ансамблю.

Предположим, что число микросостояний системы, соответствующих некоторому значению макроэнергии E, равно Ω_E. Вводя среднее время χ пребывания системы в конкретном микросостоянии («время жизни» микросостояния), определим, что за время наблюдения T система побывает в среднем в $n=T/\chi$ различных микросостояниях.

При $n \geq \Omega_E$ система будет являться эргодической. При $n < \Omega_E$ система не является строго эргодической. В этом случае ($n<\Omega_E$) можно говорить о степени эргодичности системы, вводя характеризующую ее величину φ_3 по формуле:

$$\varphi_3 = \frac{n}{\Omega_E} \quad . \tag{10}$$

Отсюда, при заданной величине φ_3, с учетом выражения для n, следует условие на время наблюдения T:

$$T \geq \Omega_E \chi \varphi_3 \quad . \tag{11}$$

Оценим среднее «время жизни» χ микросостояния системы. Для определенности рассмотрим систему с контактным типом взаимодействия частиц. Среднее время свободного пробега частиц τ_λ при этом определяется так:

$$\tau_\lambda = \frac{\lambda}{\upsilon} \quad . \tag{12}$$

Зная число частиц N, занимаемый системой объем V, ДЭС частиц d, можно оценить λ следующим образом:

$$\lambda = \left(V - \frac{\pi d^3 N}{6} \right)^{1/3} . \tag{13}$$

Поскольку для всех N частиц равновесной статсистемы среднее время τ_λ одинаково, взаимодействие носит контактный характер (время взаимодействия бесконечно мало), то все возможные микросостояния системы, соответствующие энергии E, реализуются в среднем один раз за время τ_λ. Тогда среднее «время жизни» χ микросостояния есть:

$$\chi = \frac{\tau_\lambda}{N} \quad . \tag{14}$$

Подставляя сюда (12), (13), (14), получим :

$$\chi = \frac{\left(V - \frac{\pi d^3 N}{6} \right)^{1/3}}{\upsilon N} \quad . \tag{15}$$

Например, для системы из N=100 сферических частиц диаметром d=0,2мм в прямоугольном объеме V=1мм^3, величина λ =0,83мм.

Если при этом υ =0,1м/с и время наблюдения за системой T=100с, то $\tau_\lambda = 8{,}3 \cdot 10^{-3}$ с, $\chi = 8{,}3 \cdot 10^{-5}$ с и $n = 1{,}2 \cdot 10^6$.

Порядок подсчета числа состояний Ω_E рассматривается далее при обсуждении постулата 6.

<u>Постулат 4.</u> (Принцип тождественности частиц). Все частицы одного вида, входящие в систему, тождественны.

Это означает, что если статсистема включает частицы «одного вида», то ее макросостояние не изменяется при взаимной перестановке частиц. Отсюда, при подсчете числа микросостояний, реализующих данное макросостояние статсистемы, полученное полное число микросостояний необходимо уменьшить в число раз, равное числу перестановок частиц.

Возникает вопрос о критерии отнесения частиц СТ (макрочастиц) к одному виду.

В реальных системах макрочастиц частицы не являются тождественными, имеет место распределение частиц по их механико-геометрическим параметрам : диаметру эквивалентной сферы (ДЭС), форме, массе, коэффициенту трения, упругим модулям. В ряде задач учет разброса параметров частиц необходим, в других – не имеет значения. В первом случае принцип тождественности неприменим. Во втором случае представляется возможным ввести понятие степени тождественности φ_4 частиц СТ, в качестве которой может быть взята величина $\varphi_4 = 1 - \sigma$, где σ - средняя относительная флуктуация многомерной случайной величины, отдельными измерениями которой являются средние относительные флуктуации учитываемых механико-геометрических параметров, т.е.

$$\sigma = \left(\sum_{i=1}^{l} \sigma_i^2 \right)^{1/2}, \qquad (16)$$

где σ_i – средняя относительная флуктуация i-го параметра;

l – число учитываемых механико-геометрических параметров.

В каждом конкретном случае ограничение на величину φ_4, имеющее смысл критерия тождественности частиц, должно связывать ее с максимально допустимым отклонением тех макропараметров системы, которые являются существенными в решаемой задаче. Например, если имеется разброс частиц по массе со средней относительной флуктуацией σ_m и по ДЭС с σ_d , то:

$$\varphi_4 = 1 - \sqrt{\sigma_m^2 + \sigma_d^2} \ . \qquad (17)$$

В частности, если σ_m=0,1 и σ_d=0,1, то φ_4=0,86.

<u>Постулат 5.</u> Любое последующее микросостояние равновесной статсистемы никак не связано с ее предыдущим микросостоянием.

Этим утверждением постулируется хаотичность равновесной статсистемы во времени.

Данный постулат по существу накладывает ограничение на величину τ – период измерений в соотношении со средним временем $\frac{(\tau_\lambda + \tau_u)}{N}$, в течение которого сохраняется полная детерминированность последовательных состояний статсистемы. Величина τ должна быть не меньше некоторой минимальной величины τ_0 , в течение которой достигается полная хаотичность по отношению к предыдущему микросостоянию.

Введем характеристику φ_5 степени хаотичности статсистемы:

$$\varphi_5 = 1 - \frac{\tau_\lambda + \tau_u}{\tau N} \ . \qquad (18)$$

Тогда, например, если λ=0,83мм ; υ=0,1м/с ; τ=1с, $\tau_u = 2 \cdot 10^{-5}$ с ; τ_λ=10^{-3}с; N=100, то

$$\varphi_5 \approx 0{,}99999\,. \tag{19}$$

Постулат 6. Микросостояния изолированной системы, соответствующие одному и тому же значению ее энергии, равновероятны.

Содержание этого постулата равносильно утверждению о том, что система находится в равновесии.

Этот постулат по существу подразделяет все взаимодействия частиц в системе на внутренние тепловые взаимодействия и внешние поля. При этом тепловые взаимодействия обеспечивают состояние «молекулярного» хаоса и позволяют ввести понятие статистической температуры, а внешние поля, нарушающие равновероятность, вносят вклад в энергию системы, видоизменяя функцию распределения. Фактически этим постулатом утверждается, что такое разделение взаимодействий и соответствующих им движений может быть проведено.

С этой точки зрения все локальные взаимодействия между частицами являются внутренними и влияют только на внутреннюю энергию системы, учитываемую интегральными параметрами T и μ – статистической температурой (квазитемпературой – в случае СТ) и химпотенциалом.

Любые взаимодействия, нарушающие равновероятность микросостояний системы, относятся на счет внешних полей (например, поле силы тяжести).

Остановимся на важном вопросе подсчета числа состояний Ω_E системы.

Плотность числа состояний $\Omega(E)$ для статсистемы микрочастиц с учетом их тождественности есть [3]:

$$\Omega(E) = \frac{1}{N!\,h^{3N}} \frac{\partial \Gamma}{\partial E} \quad , \tag{20}$$

где $\partial \Gamma$ – фазовый объем, соответствующий слою ∂E вдоль гиперповерхности постоянной энергии E в $6N$-мерном фазовом пространстве:

$$E\left(\vec{P}_1,...,\vec{P}_N,\vec{r}_1,...,\vec{r}_N\right) = E \ , \tag{21}$$

где $\vec{P}_i, \vec{r}_i$ - фазовые переменные i-й частицы;

h – постоянная Планка.

В отличие от молекулярных статсистем, частицы СТ имеют конечные размеры, что должно учитываться при расчете числа состояний. Проведем учет конечного размера частиц и определим величину h для статсистем макрочастиц.

Рассмотрим отдельную частицу с линейным размером (диаметром эквивалентной сферы) d в объеме V. Конфигурационная часть фазового пространства для этой частицы совпадает с V. Однако не все точки объема V доступны: частица не может подойти к стенкам, ограничивающим объем, на расстояние, меньшее, чем d/2. Поэтому, учитывая по две стенки вдоль каждого из трех измерений для оставшейся доступной части объема V можно записать:

$$V_1 = \left(\sqrt[3]{V} - d\right)^3, \tag{22}$$

Предположим далее, что в объеме V присутствует еще одна частица, тождественная первой. В этом случае из доступной для каждой из частиц части объема V_1 исключается объем D частицы :

$$D = \frac{\pi d^3}{6\theta}, \quad 0 \le \theta \le 1 \ , \tag{23}$$

где θ – коэффициент заполнения или в данном случае – коэффициент формы частиц СТ.

Параметр θ интегральным образом учитывает форму частиц и геометрическую структуру их упаковки в данном объеме V.

Выражение для доступной части объема в случае двух частиц записывается в виде :

$$V_2 = V_1 - D \ , \tag{24}$$

(индексы 1 и 2 у V указывают число частиц в реальном объеме V).

Если в объеме 3 частицы, то :

$$V_3 = V_2 - D \tag{25}$$

и так далее.

В общем случае системы N частиц для доступной части объема каждой из частиц можно записать :

$$V_N = \left(\sqrt[3]{V} - d\right)^3 - \frac{\pi d^3}{6\theta}\left(N-1\right) . \tag{26}$$

Отсюда следует, что объем конфигурационной части фазового пространства для системы N частиц есть :

$$V_{конф} = \left(V_N\right)^N = \left[\left(\sqrt[3]{V} - d\right)^3 - \frac{\pi d^3}{6\theta}\left(N-1\right)\right]^N . \tag{27}$$

Из (27) при V_N=0 следует, что максимальное число частиц с диаметром эквивалентной сферы d и коэффициентом заполнения θ в объеме V есть :

$$N_{\max} = \left[\frac{6\left(\sqrt[3]{V} - d\right)^3 \theta}{\pi d^3} + 1 \right] \qquad (28)$$

(здесь квадратные скобки обозначают целую часть числа).

Из (27) видно, что конечность размера частиц уменьшает конфигурационный объем системы и при $N=N_{max}$ делает его равным нулю.

Расчет плотности числа состояний $\Omega(E)$ для системы N свободных частиц с диаметром эквивалентной сферы d дает:

$$\Omega(E) = \frac{3NC_{3N}(2mE)^{\frac{3N}{2}}}{2N!h^{3N}E} \left[\left(\sqrt[3]{V} - d\right)^3 - \frac{(N-1)\pi d^3}{6\theta} \right]^N , \qquad (29)$$

где:

$$C_l = \begin{cases} \dfrac{(2\pi)^{l/2}}{2\cdot 4\cdot 6 ... (l-2)l} & , l \text{ - четно} \\ \dfrac{2^{(l+1)/2}\pi^{(n-1)/2}}{1\cdot 3\cdot 5 ... (l-2)l} & , l \text{ – нечетно.} \end{cases} \qquad (30)$$

Необходимо придать классический смысл величине h в случае СТ-системы.

Исходим из того, что h есть минимальная ячейка фазового пространства. Тогда:

$$h = \Delta p \Delta r \quad ,$$

где Δr, Δp – пределы различимости координат и импульсов частиц. Эти пределы либо выбираются из условий задачи (с учетом достаточной степени детализации описания), либо определяются погрешностью средств измерений.

В том случае, если все N частиц системы не могут быть сочтены тождественными, а тождественны только K из N частиц, то плотность числа состояний есть:

$$\Omega(E) = \frac{3NC_{3N}(2mE)^{3N/2}}{2K!\left(\Delta r \Delta p\right)^{3N}E} \left[\left(\sqrt[3]{V} - d\right)^3 - \frac{(N-1)\pi d^3}{6\theta} \right]^N . \qquad (31)$$

Число состояний Ω_E с данной энергией E системы есть:

$$\Omega_E = \Omega(E)\Delta E \quad . \qquad (32)$$

Значение ΔE также, как и Δr и Δp, выбирается либо из условий задачи, либо определяется погрешностью средств измерений.

Рассчитаем число состояний Ω_E для рассмотренной выше системы из N=100 одинаковых стальных шариков с d=0,2мм, находящихся в объеме V=1мм^3 в состоянии равновесного псевдоожижения со средней скоростью частиц υ=0,1м/с. Предполагаем, что пределы различимости координат Δr, импульсов Δp частиц и энергии системы ΔE есть: $\Delta r = 10^{-3}\,м$, $\Delta p = 3{,}27 \cdot 10^{9}\,кг \cdot м / с$, $\Delta E = 3{,}27 \cdot 10^{-8}\,Дж$. При этом энергия системы оценивается следующим выражением:

$$E = Nm\frac{\upsilon^2}{2} \quad . \tag{33}$$

Полагая все N частиц тождественными, в соответствии с (31), (32) при K=N, получим:

$$\Omega_E = 5{,}24 \cdot 10^{863} \quad . \tag{34}$$

Зная Ω_E и задаваясь величиной $\varphi_3 = 0{,}9$ для рассматриваемой системы найдем T согласно (11):

$$T \geq 1{,}3 \cdot 10^{852} \quad . \tag{35}$$

Постулат 7. Состояние системы полностью определяется функцией распределения, аргументами которой являются фазовые переменные. При этом макропараметры рассчитываются как статистические средние соответствующих микропараметров.

Данным постулатом вводится ограничение на аргументы функции распределения, а именно : функция распределения зависит только от координат и импульсов частиц системы (в системах с постоянным числом частиц). Этот статистический постулат является прямым обобщением ньютоновой механики единичных тел, в которой предполагается, что задание набора координат и импульсов всех частиц полностью определяет их движение.

В случае статсистем с переменным числом частиц естественным дополнением к аргументам функции распределения является число частиц, которое здесь будет переменной величиной.

Требование стационарности статистических систем накладывает еще более жесткое ограничение на вид зависимости функции распределения f от фазовых переменных, а именно: если система стационарна, то функция распределения не зависит от времени, а значит она должна в любом случае приводится к виду, когда фазовые переменные входят в нее через интегралы движения.

Требование статистической независимости подсистем позволяет существенно сузить число интегралов движения, оставляя только аддитивные : энергия, три компоненты вектора импульса, три компоненты вектора момента импульса.

Таким образом, значения аддитивных интегралов движения – энергии, импульса и момента – полностью определяют статистические свойства замкнутой системы, т.е. статистические распределения любых ее подсистем, а с ними и средние значения любых их физических величин. Эти семь интегралов движения заменяют собой то огромное число начальных условий, которое требовалось бы при механическом подходе.

Импульс и момент импульса замкнутой системы связаны с ее движением как целого – поступательным движением и вращением соответственно. Поэтому статистическое состояние собственно системы зависит только от ее энергии.

С учетом сказанного запишем одночастичную функцию распределения f для общего модельного случая СТ-системы квазиизолированных частиц, предполагая, что каждая частица является твердым телом с шестью степенями свободы (три поступательных и три вращательных) и совершает свое движение в поле силы тяжести:

$$f = \left(\frac{m}{\pi\alpha} \right)^{3/2} e^{-\frac{mu^2 + \tau_{ij} w_i w_j + 2mgz + 2\gamma}{2\alpha}} , \qquad (36)$$

где m – масса частиц;

α – модуль распределения;

u – скорость частицы;

τ_{ij} – тензор инерции частицы (i, j=1,2,3);

w_i – i-я компонента угловой скорости;

g – ускорение свободного падения;

z – вертикальная координата (вдоль направления силы тяжести);

γ – пристенный потенциал (отличен от нуля в окрестности стенок сосуда).

В выражение (36) для функции распределения f в соответствии с Постулатом 2 не вошли упругая и кинетическая составляющие энергии деформирования частицы, порождаемые взаимодействием частиц.

Модуль распределения α в (36) может быть оценен по средней скорости движения частиц на основе соотношения:

$$\alpha = \frac{m\upsilon^2}{3} . \qquad (37)$$

При $m = 3{,}27 \cdot 10^{-8}\,кг$, $\upsilon = 0{,}1\,м/с$ величина $\alpha = 1{,}09 \cdot 10^{-10}\,Дж$.

Таким образом, анализ применимости системы статпостулатов заключается в сравнении пяти величин φ_i (i=1,…,5), характеризующих данную статсистему, которые можно понимать как компоненты некоторого характеристического вектора системы, с заданными предельно (минимально) допустимыми для них значениями φ_i^o .

Из величин $\varphi_1,\ldots,\varphi_5$ можно скомпоновать критерий достоверности ψ, интегральным образом характеризующий возможность применения статистического описания к СТ-системам:

$$\psi = \prod_{i=1}^{5} \varphi_i \ . \tag{38}$$

Чем ближе величина ψ к единице, тем более достоверным будут предсказания статмодели СТ-системы.

Например, для рассмотренной выше СТ-системы N=100 одинаковых стальных шариков расчет дает: $\psi \approx$0,79. Для сравнения: если число частиц в рассмотренной системе N=3, то $\psi \approx$0,37 (при этом время наблюдения $T \geq 120$ с).

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Введены величины: степень замкнутости системы, степень тождественности частиц, степень эргодичности, степень хаотичности системы и их численные параметры, на основе которых построен простой критерий достоверности статописания, позволяющий принимать решение об использовании статистической или континуальной модели для рассматриваемого СТ.

2. Получена формула для подсчета числа микросостояний СТ-системы с учетом формы частиц и их конечного размера.

3. Введены величины, характеризующие процесс измерений в системе: T – полное время наблюдения, τ - период повторения последовательных измерений. Время самого измерения считается бесконечно малым по сравнению с меньшей из величин: τ , τ_λ и τ_u .

4. Анализ применимости статмеханических постулатов должен являться неотъемлемым этапом при разработке или использовании как статистических, так и континуальных моделей СТ-систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гениев Г.А., Эстрин М.И. Динамика пластической и сыпучей сред. – М.: Стройиздат, 1972. – 216с.

2. Вялов С.С. Реологические основы механики грунтов. – М.: «Высшая школа», 1978. – 447с.

3. Левич В.Г. Курс теоретической физики. Т.1. – М.: «Наука», 1969. – 912с.

4. Раскин Х.И. Применение методов физической кинетики к задачам вибрационного воздействия на сыпучие среды./ДАН СССР, 1975, Т. 220, №1, с.54…57.

5. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. – М.: Мир, 1989. – 510с.