

ДОСЛІДЖЕННЯ ПЕКРЕХІДНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЦИФРОВИХ САК

Мета роботи: Дослідити перехідні характеристики цифрових систем автоматичного керування для типових вхідних сигналів.

Порядок виконання роботи

1. Згідно з заданим варіантом (№51) випишемо вихідні параметри досліджуваної цифрової (Ц) САК, наведеної на рис. 1.1.

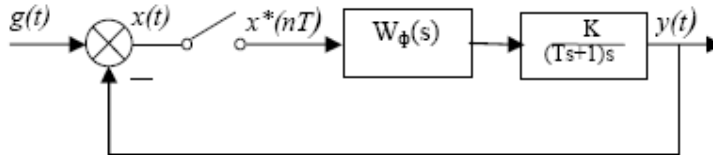


Рис. 1.1. Структурна схема досліджуваної цифрової САК

$$w_0(s) = \frac{k}{(Ts+1)s} = \frac{4}{(4s+1)s} \text{ - неперервна дискретна САК.}$$

2. Визначимо передатні функції розімкненої та замкненої САК відносно вхідного сигналу в загальному

випадку. Для цього виконаємо z-перетворення Лапласа $Z\left[\frac{w_0(s)}{s}\right]$ за допомогою таблиць перетворень Лапласа, виконавши наступні дії:

$$1) \quad \frac{w_0(s)}{s} = \frac{4}{(4s+1)s^2}$$

2) Для зручності перетворення розкладемо функцію $\frac{w_0(s)}{s}$ на прості дроби

$$\frac{w_0(s)}{s} = \frac{4}{(4s+1)s^2} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s^2} + \frac{C}{4s+1}$$

Маємо $(4A+C)s^2 + (A+4B)s + B = 4$, тоді $s^0 | B = 4$;

$$s^1 | A+4B = 0, \quad A = -16;$$

$$s^2 | 4A+C = 0, \quad C = -64.$$

$$\text{Тобто} \quad \frac{w_0(s)}{s} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s^2} + \frac{C}{4s+1} = \frac{-16}{s} + \frac{4}{s^2} - \frac{64}{4s+1} = \frac{-16}{s} + \frac{4}{s^2} - 16 \frac{1}{s+0,25}$$

$$3) \text{ Виконаємо z-перетворення } Z\left[\frac{w_0(s)}{s}\right] = -16 \frac{z}{z-1} + 4 \frac{Tz}{(z-1)^2} - 16 \frac{z}{z - e^{-0,25T}}$$

4) Отримаємо передаточну функцію розімкненої САК в z-формі:

$$w(z) = \frac{z-1}{z} Z \left[\frac{w_0(s)}{s} \right] = \frac{z-1}{z} \left(-16 \frac{z}{z-1} + 4 \frac{Tz}{(z-1)^2} - 16 \frac{z}{z-e^{-0,25T}} \right) = -16 + \frac{4T}{z-1} - 16 \frac{z-1}{z-e^{-0,25T}}$$

$$= \frac{z(16e^{-0,25T} - 16 + 4T) - 16e^{-0,25T} - 4Te^{-0,25T} + 16}{z^2 - (e^{-0,25T} + 1)z + e^{-0,25T}}$$

5) Передаточна функція замкнено САК:

$$\Phi(z) = \frac{w(z)}{w(z) + 1}$$

3. Визначимо передатні функції розімкненої та замкненої САК відносно вхідного сигналу для двох значень періоду квантування $T_k = 0,2$, $T_k = 0,8$:

а) при $T_k = 0,2$:

1) передаточна функція розімкненої САК:

$$w(z) = \frac{z(16e^{-0,25T} - 16 + 4T) - 16e^{-0,25T} - 4Te^{-0,25T} + 16}{z^2 - (e^{-0,25T} + 1)z + e^{-0,25T}} =$$

$$= \frac{z(16e^{-0,25*0,2} - 16 + 4*0,2) - 16e^{-0,25*0,2} - 4*0,2e^{-0,25*0,2} + 16}{z^2 - (e^{-0,25*0,2} + 1)z + e^{-0,25*0,2}} = \frac{0,01967z + 0,0193}{z^2 - 1,9512z + 0,9512}$$

2) передаточна функція замкненої САК:

$$\Phi(z) = \frac{w(z)}{w(z) + 1} = \frac{0,01967z + 0,0193}{z^2 - 1,9315z + 0,9705}$$

б) при $T_k = 0,8$:

1) передаточна функція розімкненої САК:

$$w(z) = \frac{z(16e^{-0,25T} - 16 + 4T) - 16e^{-0,25T} - 4Te^{-0,25T} + 16}{z^2 - (e^{-0,25T} + 1)z + e^{-0,25T}} =$$

$$= \frac{z(16e^{-0,25*0,8} - 16 + 4*0,8) - 16e^{-0,25*0,8} - 4*0,8e^{-0,25*0,8} + 16}{z^2 - (e^{-0,25*0,8} + 1)z + e^{-0,25*0,8}} = \frac{0,2997z + 0,2804}{z^2 - 1,8187z + 0,8187}$$

2) передаточна функція замкненої САК:

$$\Phi(z) = \frac{w(z)}{w(z) + 1} = \frac{0,2997z + 0,2804}{z^2 - 1,519z + 1,0991}$$

4. Визначимо аналітично перехідні характеристики ЦСАК $Y(z) = \Phi(z)*G(z)$, де $G(z) = \frac{z}{z-1}$ - зображення вхідного одиничного сигналу. Тобто

$$\text{а) при } T_k = 0,2 \ Y(z) = \frac{z}{z-1} * \frac{0,01967z + 0,0193}{z^2 - 1,9315z + 0,9705} = \frac{0,01967z^2 + 0,0193z}{z^3 - 2,9315z^2 + 2,902z - 0,9705}$$

$$\text{б) при } T_k = 0,8 \ Y(z) = \frac{z}{z-1} * \frac{0,2997z + 0,2804}{z^2 - 1,519z + 1,0991} = \frac{0,2997z^2 + 0,2804z}{z^3 - 2,519z^2 + 2,6181z - 1,0991}$$

5. Побудуємо графіки перехідних процесів, попередньо розклавши перехідні характеристики в ряд Лорана:

а) при $T_k = 0,2$

$$\frac{0,01967z^2 + 0,0193z}{z^3 - 2,9315z^2 + 2,902z - 0,9705}$$

$$\begin{aligned}
& 0,01967z^2 - 0,0577z + 0,0571 - 0,0191z^{-1} \quad 0,01967z^{-1} + 0,077z^{-2} + 0,1686z^{-3} + 0,2839z^{-4} + 0,4176z^{-5} \\
& \quad - 0,077z - 0,0571 + 0,0191z^{-1} \\
& \quad - 0,077z - 0,2257 + 0,2294z^{-1} - 0,0747z^{-2} \\
& \quad \quad - 0,1686 - 0,2103z^{-1} + 0,0747z^{-2} \\
& \quad \quad - 0,1686 - 0,4942z^{-1} + 0,4893z^{-2} - 0,1636z^{-3} \\
& \quad \quad \quad - 0,2839z^{-1} - 0,4146z^{-2} + 0,1636z^{-3} \\
& \quad \quad \quad - 0,2839z^{-1} - 0,8322z^{-2} + 0,8239z^{-3} - 0,2755z^{-4} \\
& \quad \quad \quad \quad - 0,4176z^{-2} - 0,6603z^{-3} + 0,2755z^{-4}
\end{aligned}$$

Тобто $C_1 = 0,01967$, $C_2 = 0,077$, $C_3 = 0,1686$, $C_4 = 0,2839$, $C_5 = 0,4176$. За цими даними побудуємо графік-гістограму перехідного процесу (рис. 1.2).

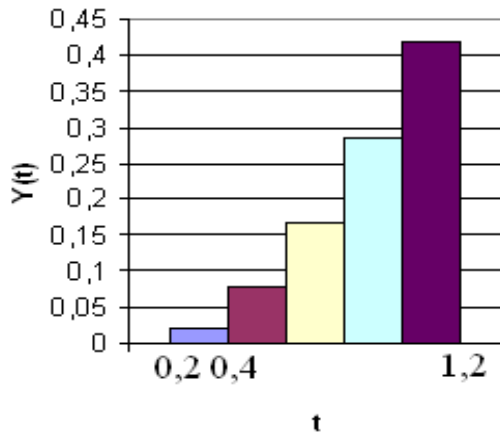


Рис. 1.2. Перехідна характеристика досліджуваної ЦСАК з періодом квантування $T_k = 0,2$

б) при $T_k = 0,8$

$$\begin{aligned}
& 0,2997z^2 + 0,2804z \quad z^3 - 2,519z^2 + 2,6181z - 1,0991 \\
& \quad - 0,2997z^2 - 0,7549z + 0,7846 - 0,3294z^{-1} \quad 0,2997z^{-1} + 1,0353z^{-2} + 1,8233z^{-3} + 2,2118z^{-4} + 1,9358z^{-5} \\
& \quad - 1,0353z - 0,7846 + 0,3294z^{-1} \\
& \quad - 1,0353z - 2,6079 + 2,7105z^{-1} - 1,1379z^{-2} \\
& \quad \quad - 1,8233 - 2,3811z^{-1} + 1,1379z^{-2} \\
& \quad \quad - 1,8233 - 4,5929z^{-1} + 4,7736z^{-2} - 2,004z^{-3} \\
& \quad \quad \quad - 2,2118z^{-1} - 3,6357z^{-2} + 2,004z^{-3} \\
& \quad \quad \quad - 2,2118z^{-1} - 5,5715z^{-2} + 5,7907z^{-3} - 2,431z^{-4} \\
& \quad \quad \quad \quad - 1,9358z^{-2} - 3,7867z^{-3} + 2,431z^{-4}
\end{aligned}$$

Таким чином, $C_1 = 0,2997$, $C_2 = 1,0353$, $C_3 = 1,8233$, $C_4 = 2,2118$, $C_5 = 1,9358$.

Побудуємо графік ЦСАК, враховуючи, що період квантування $T_k = 0,8$ (рис. 1.3).

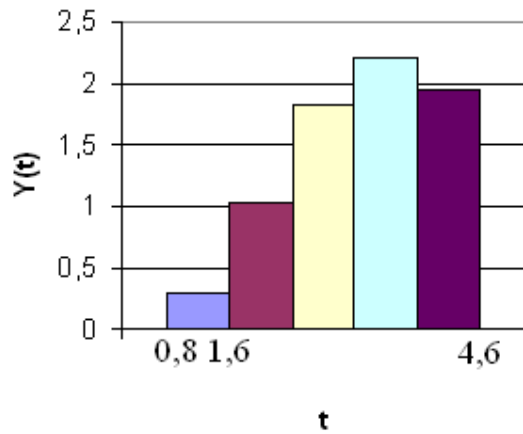


Рис. 1.3. Перехідна характеристика досліджуваної ЦСАК з періодом квантування $T_k = 0,8$

6. Проведемо моделювання цифрової та неперервної САК із використання MatLab:

» k=4

k = 4

» T=4

T = 4

» w0=tf([k],[T 1 0])

Transfer function:

4

4 s² + s

» wz1=c2d(w0,0.2)

Transfer function:

0.01967 z + 0.01935

z² - 1.951 z + 0.9512

Sampling time: 0.2

» wz2=c2d(w0,0.8)

Transfer function:

0.2997 z + 0.2804

z² - 1.819 z + 0.8187

Sampling time: 0.8

» Fz1=wz1/(wz1+1)

Transfer function:

0.01967 z³ - 0.01904 z² - 0.01904 z + 0.0184

z⁴ - 3.883 z³ + 5.691 z² - 3.731 z + 0.9232

Sampling time: 0.2

» Fz2=wz2/(wz2+1)

Transfer function:

$$0.2997 z^3 - 0.2647 z^2 - 0.2645 z + 0.2295$$

$$z^4 - 3.338 z^3 + 4.681 z^2 - 3.243 z + 0.8999$$

Sampling time: 0.8

» Step(Fz1,60)

» Step(Fz2,60)

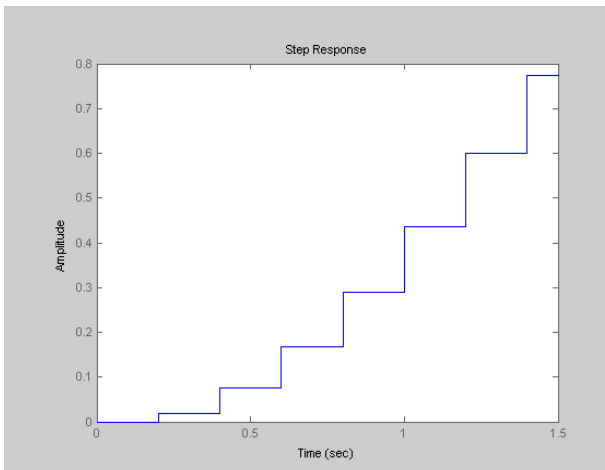
» F0=w0/(w0+1)

Transfer function:

$$16 s^2 + 4 s$$

$$16 s^4 + 8 s^3 + 17 s^2 + 4 s$$

» Step(F0,20)



Приведемо графіки перехідних процесів, отримані за допомогою програмного пакету MatLab.

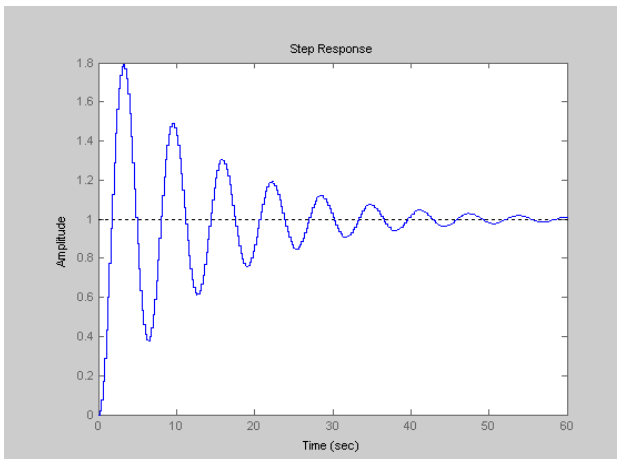


Рис. 1.4. Перехідна характеристика досліджуваної ЦСАК отримана за допомогою MatLab, період квантування

$$T_k = 0,2$$

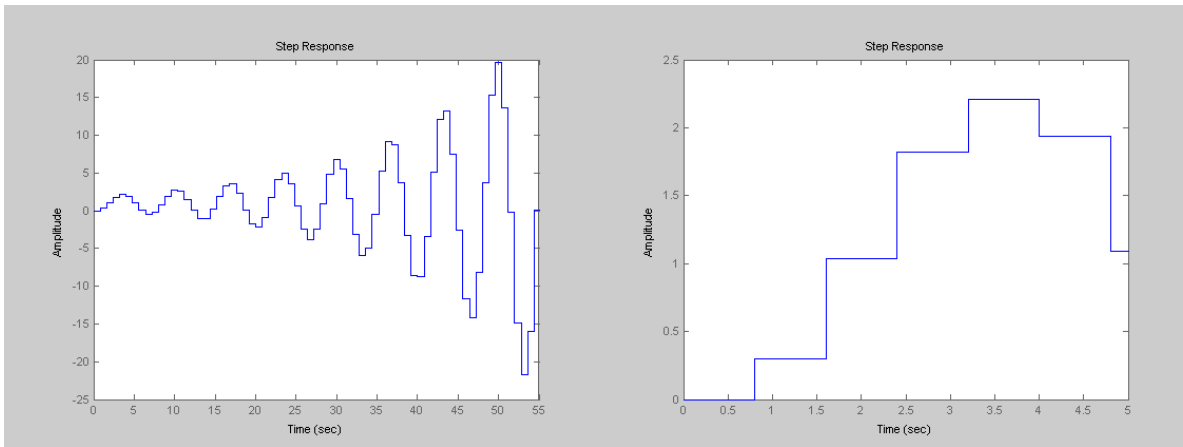


Рис. 1.5. Перехідна характеристика досліджуваної ЦСАК отримана за допомогою MatLab, період квантування $T_k = 0,8$

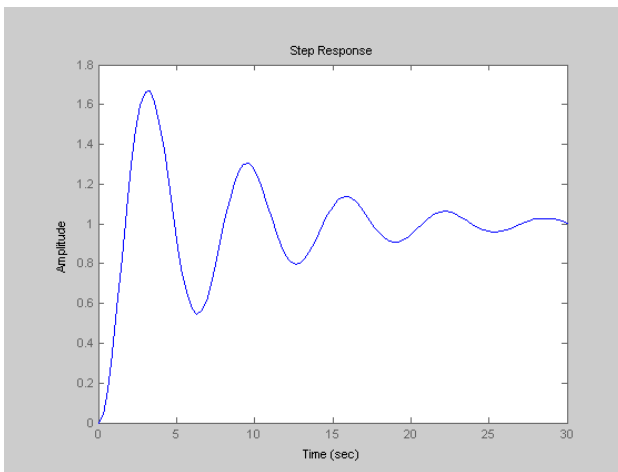


Рис. 1.6. Перехідна характеристика неперервної САК

Висновок

Виконуючи дану роботу, ми провели дослідження цифрових систем автоматичного керування. Я переконалася в правильності власних теоретичних розрахунків, порівнюючи отримані результати з результатами обчислень в програмі MatLab. Виявилося, що зі збільшенням періоду дискретизації цифрової САК правильність роботи системи страждає, тобто якість системи погіршується. Виконуючи лабораторну роботу, я також закріпила навички z-перетворення Лапласа функцій.