

Улитин Г.М., д.т.н., проф.,  
Петтик Ю.В. к.т.н., доцент  
Донецкий национальный технический университет

## КРУТИЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ БУРИЛЬНЫХ КОЛОНН ПРИ ПРИХВАТАХ

*The dynamical problem of boring machine for twirl vibrations for capture is investigated. Strains twirl calculations appearing in boring column during capture. There was investigated maximum strain on dependence force of friction and length of boring.*

*Досліджено задачу на крутильні коливання бурильної колони при прихваті її стінками свердловини. Отримано вираз для дотичних напружень, що виникають у колоні з урахуванням опору прихвата і опору різального інструменту з забоєм. Досліджено максимальні напруження залежно від значень сил опору і глибини буріння.*

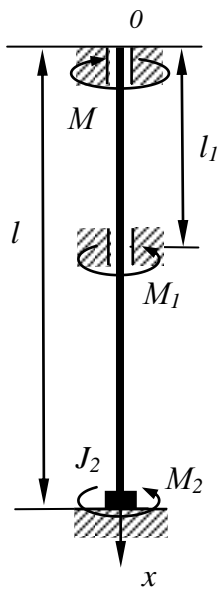
Обеспечение Украины сырьевыми и топливно-энергетическими ресурсами напрямую связано с увеличением объемов разведочных буровых работ, что обуславливает необходимость дальнейшего совершенствования технологии бурения. При этом важное значение имеет повышение эффективности и надежности бурового оборудования.

Эксплуатация буровых установок связана с разного рода динамическими процессами, протекающими в них. Известно, что крутильные колебания в бурильной колонне являются одним из основных источников ее поломок, а это приводит к авариям и многодневным простоям на буровых

участках. Поэтому, изучение динамики буровых станков является важным условием их эффективной и безаварийной эксплуатации. Остановимся подробно на задаче о крутильном ударе при прихвате буровой колонны.

Так при бурении скважин на больших глубинах могут происходить прихваты колонны стенками скважин за счет прилипания буровой колонны к стенкам и заклинивания труб в желобах, шламом или посторонними предметами. Прихват буровой колонны также возможен обвалившимся неустойчивыми породами и сальником.

В результате перечисленных прихватов происходят значительные увеличение касательных напряжений в колонне, которое может приводить к поломке буровых труб. Решению аналогичных задач, но без учета прихвата в скважине посвящены работы [1-3].



**Рис. 1** Расчетная схема буровой колонны

Целью данной работы является исследование касательных напряжений, возникающих при прихвате буровой колонны стенками скважины, как одного из экстремальных случаев в технологии бурения.

На рис. 1 приведена общая расчетная схема буровой колонны в момент образования прихвата, например сальникообразования.

Для такой задачи необходимо решить уравнение крутильных колебаний

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = -\frac{M_1(t)}{J} \delta(x-l_1) - \frac{M_2(t)}{J} \delta(x-l), \quad (1)$$

где  $\varphi_i(x, t)$  - углы закручивания поперечных сечений колонны;  $a^2 = \frac{GJ_p}{J}$ ;

$G$  - модуль упругости второго рода,  $J_p$  - полярный момент инерции площади поперечного сечения колонны;  $J$  - момент инерции массы единич-

ной длины;  $M_1(t)$  - момент сил сопротивления прихвата колонны;  
 $M_2(t)$  - момент сил трения на режущем инструменте;  
 $\delta(x)$  - дельта-функция Дирака;  $l_1$  - глубина прихвата;  $l$  - глубина бурения.

При граничных условиях:

$$\varphi(x,0) = 0, \quad J_2 \ddot{\varphi}(l_1, t) + c\varphi'(l, t) = 0, \quad (2)$$

где  $J_2$  - момент инерции режущего инструмента;  $c = GJ_p$  - жесткость при кручении.

И начальных условиях:

$$\varphi(x,0) = 0, \quad \dot{\varphi}(x,0) = \dot{\varphi}_0 e(l-x), \quad (3)$$

где  $\dot{\varphi}_0$  - угловая скорость вращения бурильной колонны,  $e(x)$  - единичная функция.

Вначале найдем решение соответствующего однородного уравнения

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial x^2} &= 0 \\ \text{с начальными условиями : } \bar{\varphi}(x,0) &= 0, \quad \dot{\bar{\varphi}}(x,0) = \dot{\varphi}_0 e(l-x) \\ \text{и граничными условиями : } \bar{\varphi}(x,0) &= 0; \quad J_2 \ddot{\bar{\varphi}}(l,t) + c\bar{\varphi}(l,t) = 0. \end{aligned} \right\} (4)$$

Решение граничной задачи (4) известно [2]. Оно имеет вид

$$\bar{\varphi}(x,t) = \frac{2\dot{\varphi}_0}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{\lambda_n x}{l} \sin \omega_n t}{\lambda_n^2 (1 + \xi \sin^2 \lambda_n)},$$

где  $\omega_n = \frac{\lambda_n a}{l}$  - собственные частоты колебаний колонны,  $\xi = \frac{J_2}{Jl}$ ,  $\lambda_n$  -

собственные числа граничной задачи, которые определяют из уравнения

$$\operatorname{tg} \lambda_n = \frac{1}{\xi \lambda_n}. \quad (5)$$

Соответствующие напряжения, т.е. напряжения, вызванные скоростью вращения колонны, имеют вид

$$\bar{\tau}_{\max}(x, \zeta) = 2\dot{\varphi}_o R \sqrt{\frac{GJ}{J_p}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{\lambda_n x}{e} \sin \lambda_n \zeta}{\lambda_n \Delta_n^2}, \quad (6)$$

где  $R$  - радиус колонны;  $\zeta = \frac{at}{l}$  - безразмерное время,

$\Delta_n^2 = 1 + \xi \sin^2 \lambda_n$  - квадрат нормы собственных функций  $X_n(x) = \sin \frac{\lambda_n x}{e}$ , которые ортогональны с весом  $\rho(x) = 1 + \xi \delta(x - e)$ .

Теперь рассмотрим неоднородную задачу

$$\frac{\partial^2 \tilde{\varphi}^2}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 \tilde{\varphi}^2}{\partial x^2} = -\frac{M_1(t)}{J} \delta(x - l_1) - \frac{M_2(t)}{J} \delta(x - l) \quad (7)$$

с однородными начальными условиями.

Для ее решения применим метода Фурье. Решение будем искать в виде разложения по собственным функциям

$$\tilde{\varphi}(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) \sin \frac{\lambda_n x}{l}. \quad (8)$$

Если подставить выражение (8) в уравнение (7), то с учетом свойств дельта-функции Дирака, получаем уравнение

$$\ddot{T}_n + \omega_n^2 T_n = -\frac{M_1(t) \sin \frac{\lambda_n l_1}{l}}{J \Delta_n^2} - \frac{M_2(t) \sin \lambda_n}{J \Delta_n^2}. \quad (9)$$

Решение неоднородного уравнения (9) получим методом вариации произвольных постоянных

$$T_n(t) = -\frac{1}{J\Delta_n^2\omega_n} \int_0^t \left( M_1(t)\sin\frac{\lambda_n l_1}{l} + M_2(t)\sin\lambda_n \right) \sin\omega_n(t-\theta) d\theta.$$

Ограничимся случаем, когда  $M_1(t) = const$  и  $M_2(t) = const$ . Тогда решение граничной задачи (7) примет вид

$$\tilde{\varphi}(x, \zeta) = \frac{2l}{Ja^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left( M_1 \sin\frac{\lambda_n l_1}{l} + M_2 \sin\lambda_n \right) \sin\frac{\lambda_n x}{l} (\cos\lambda_n \zeta - 1)}{\lambda_n^2 \Delta_n^2}.$$

Этому решению соответствуют напряжения

$$\tilde{\tau}(x, \zeta) = \frac{2R}{J_p} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left( M_1 \sin\frac{\lambda_n l_1}{l} + M_2 \sin\lambda_n \right) \cos\frac{\lambda_n x}{l} (\cos\lambda_n \zeta - 1)}{\lambda_n \Delta_n^2}. \quad (10)$$

Тогда общие напряжения, возникающие в колонне, с учетом напряжений от крутящего момента  $M$  на роторе будут равны

$$\tau = \frac{MR}{J_p} + \bar{\tau} + \tilde{\tau}. \quad (11)$$

Изучим максимальные напряжения при  $x = l$ , где наиболее часто возникает разрушение колонны.

Воспользуемся асимптотикой для собственных чисел, с учетом  $\xi > 1$ , что следует из формулы (5) [2]

$$\lambda_n = \pi(n-1) + \frac{1}{\pi(n-1)\xi}, \quad n \geq 2.$$

Тогда в суммах выделим первый член, а у остальных заменим  $\lambda_n \rightarrow \pi n$  и суммирование начинаем с  $n = 1$ . Формула (11) примет вид

$$\begin{aligned} \tau(l, \zeta) = & \frac{MR}{J_p} + 2\dot{\phi}_o R \sqrt{\frac{GJ}{J_p}} \frac{\cos \lambda_1 \sin \lambda_1 \zeta}{\lambda_1 \Delta_1^2} + \\ & + \frac{2\dot{\phi}_o R}{\pi} \sqrt{\frac{GJ}{J_p}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin \pi n \zeta}{n} + \frac{2R}{J_p} \cdot \frac{\left( M_1 \sin \frac{\lambda_1 l_1}{l} + M_2 \sin \lambda_1 \right) \cos \lambda_1 (\cos \lambda_n \zeta - 1)}{\lambda_1 \Delta_1^2} + \\ & + \frac{2RM_1}{J_p \pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \sin \frac{\pi_n l_1}{l}}{n} + \frac{2RM_1}{J_p \pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \sin \frac{\pi_n l_1}{l} \cos \pi n \zeta}{n}. \end{aligned} \quad (12)$$

Суммы в выражении (12) преобразуем с учетом известных разложений функций в ряд Фурье [4], взяв их наибольшие значения

$$\begin{aligned} \tau_{\max}(\xi) = & \frac{MR}{J_p} + 2\dot{\phi}_o R \sqrt{\frac{GJ}{J_p}} \frac{\cos \lambda_1 \sin \lambda_1 \zeta}{\lambda_1 \Delta_1^2} - \\ & - \frac{2R}{J_p} \cdot \frac{\left( M_1 \sin \frac{\lambda_1 l_1}{l} + M_2 \sin \lambda_1 \right) \cos \lambda_1 (1 - \cos \lambda_n \zeta)}{\lambda_1 \Delta_1^2} + \frac{RM_1 \ln 4}{J_p \pi}, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $0 \leq \zeta \leq \frac{\pi}{2\lambda_1}$ .

По формуле (13) было проведено вычисление максимальных касательных напряжений в зависимости от глубины прихвата, моментов на шпинделе станка, сопротивления прихвата, резания и при изменении безразмерного времени.

Исходные данные для расчета прихвата колонны были приняты следующие: угловая частота вращения колонны 12,56 рад/с, наружный диа-

**Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво) -  
Полтава: ПолтНТУ, 2009. - Вип. 3(25), т.2 С. 214-218**

метр бурильной трубы 51,5 мм, внутренний 39,5 мм; полярный момент инерции площади поперечного сечения колонны  $J_p = 2,258 \cdot 10^3 \text{ м}^4$ ; момент инерции массы единичной длины колонны  $J = 1,838 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ; момент сил сопротивления прихвата колонны  $M_1 = 0,4M = 400 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ; момент сил резания на забое  $M_2 = M - M_1 = 600 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ; момент на шпинделе  $M = 1000 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ; глубина бурения  $l = 800 \text{ м}$ ; момент инерции режущего инструмента  $J_2 = 8,118 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ .

На рис. 2 изображено изменение максимальных касательных напряжений в момент начала образования прихвата для различных его глубин (график 1 - для  $l_1 = 200 \text{ м}$ ; 2 для -  $l_2 = 400 \text{ м}$ ; 3 для -  $l_3 = 600 \text{ м}$ ) при глубине бурения 800 м в зависимости от безразмерного времени  $\zeta$ . Как видно, максимальные напряжения возникают в начальный момент прихвата.

Из графиков видно, что касательные напряжения возникают довольно значительные, максимальные значения которых практически не зависят от глубины прихвата и их можно снизить за счет уменьшения угловой частоты вращения или изменения конструктивных параметров бурильной колонны.

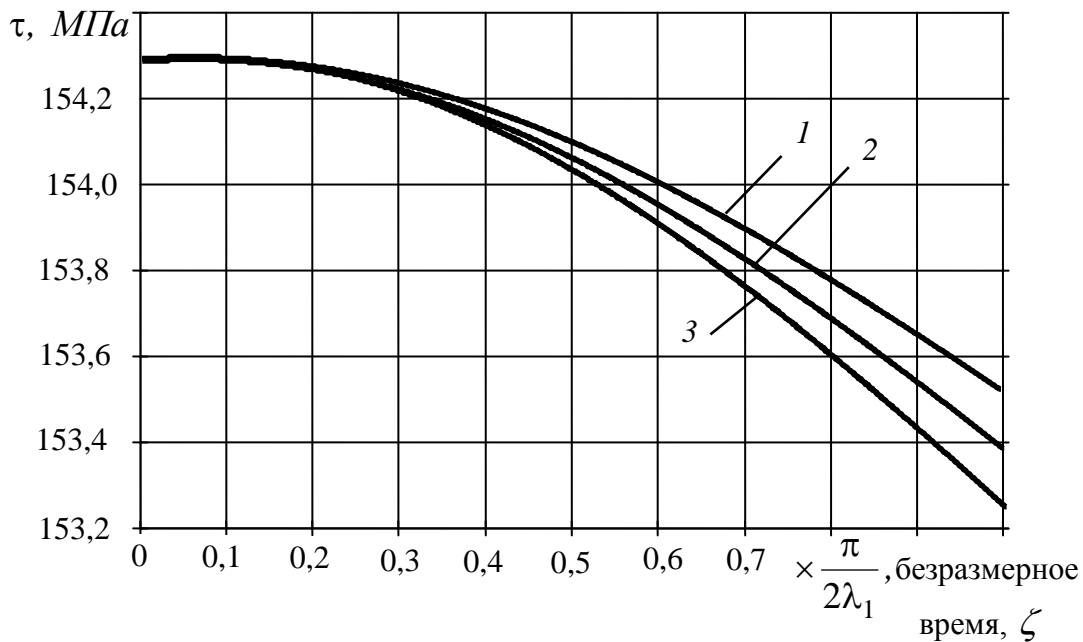


Рис. 2 – Изменение максимальных касательных напряжений в зависимости от безразмерного времени

#### Список литературы

1. Шевченко Ф.Л., Улитин Г.М., Петтик Ю.В. Крутильный удар при свободных колебаниях в буровых установках //Прогрессивные технологии и системы машиностроения. - Донецк: ДонГТУ. - 1999. – Вып. 8. – С.244-247.
2. Шевченко Ф.Л., Улитин Г.М. О разновидностях крутильных ударов возникающих при работе буровых установок и способах их устранения // Совершенствование техники и технологии бурения скважин на твердые полезные ископаемые. - Екатеринбург: Уральская ГГА. -2001. - Вып. 24. -С.132-138.
3. Улитин Г.М., Петтик Ю.В. Крутильный удар буровой колонны при заклинивании режущего инструмента // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: Гірничо-геологічна”. Донецьк; ДонНТУ, 2008. Випуск 7 (135). –С. 104-107.



**Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво) -  
Полтава: ПолтНТУ, 2009. - Вип. 3(25), т.2 С. 214-218**

4. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. –М.: Наука, 1971. – 1100 с.