Математическая модель профиля шахтного рельсового пути

Одной из подзадач математического моделирования процессов движения локомотива по рельсовому пути является корректное задание его профиля.

Как показано в работе [1], профиль рельсового пути y – случайная функция пути x с нормальным законом распределения и автокорреляционной функцией вида $R(\Delta x) = D_y \cdot e^{-\frac{\alpha \Delta x}{2}} \cos \beta \Delta x$, где D_y - дисперсия профиля рельсового пути; Δx - сдвиг по длине рельсового пути; α, β - показатели затухания и периодичности автокорреляционной функции. Для экспериментальной автокорреляционной функции продольного профиля пути, приведенной в [1] (рис. 1) методом наименьших квадратов были получены значения $D_y = 60{,}4\,мм^2$, $\alpha = 0.37\,м^{-1}$, $\beta = 0{,}42\,м^{-1}$.

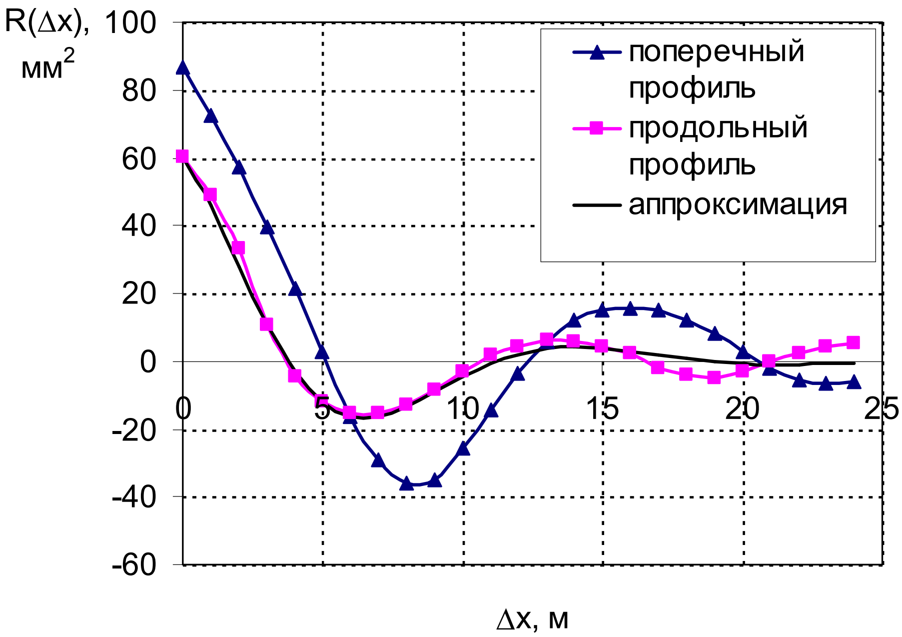

Рисунок 1 – Автокорреляционная функция профиля рельсового пути

Моделирование профиля производится для узловых точек, расположенных вдоль пути с шагом Δx по рекуррентным зависимостям [2]:

$$x_i = i \cdot \Delta x,\ i = 0..n;$$

$$y_{пi} = y_{п(i-1)} e^{-\frac{\alpha \Delta x}{2}} \cos \beta \Delta x + \sigma_у \xi_{1i} \sqrt{1 - e^{-\alpha \Delta x}}; \qquad (1)$$

$$y_{лi} = y_{л(i-1)} e^{-\frac{\alpha \Delta x}{2}} \cos \beta \Delta x + \sigma_у \xi_{2i} \sqrt{1 - e^{-\alpha \Delta x}},$$

где n – количество точек, задающих участок рельсового пути; $y_{пi}$ и $y_{лi}$ – профили правой и левой нитей рельсового пути в i-той точке; σ_y - среднеквадратическое отклонение профиля рельсового пути; ξ_{1i}, ξ_{2i} – последовательности независимых нормальных случайных чисел с МО, равным нулю, и дисперсией, равной 1.

Результаты моделирования профиля одной из нитей пути приведены на рис. 2. Для сравнения на графике приведен также один из фактических профилей, полученных в работе [1]. Очевидно, на практике изменение профиля происходит более плавно, чем в результате моделирования. Поэтому для использования в целях анализа рабочих процессов локомотивного транспорта полученные по формулам (1) реализации случайных функций должны быть сглажены с применением фильтра «скользящее среднее»:

$$y'_{п\mathrm{i}} = \frac{1}{n'} \sum_{j=-n'/2}^{n'/2} y_{п(i+j)};$$

$$y'_{л\mathrm{i}} = \frac{1}{n'} \sum_{j=-n'/2}^{n'/2} y_{л(i+j)}, \qquad (2)$$

где n' - число точек на интервале усреднения $\Delta x'$, рассчитывается как $n' = \left]\Delta x' / \Delta x\right[$.

Установлено, что для хорошего совпадения результатов моделирования и экспериментальных данных (рис. 2, кривые «сглаженная ММ» и «эксперимент») рекомендуемое значение интервала усреднения $\Delta x'$ составляет 2,5 м при шаге моделирования Δx порядка 0,1 м.

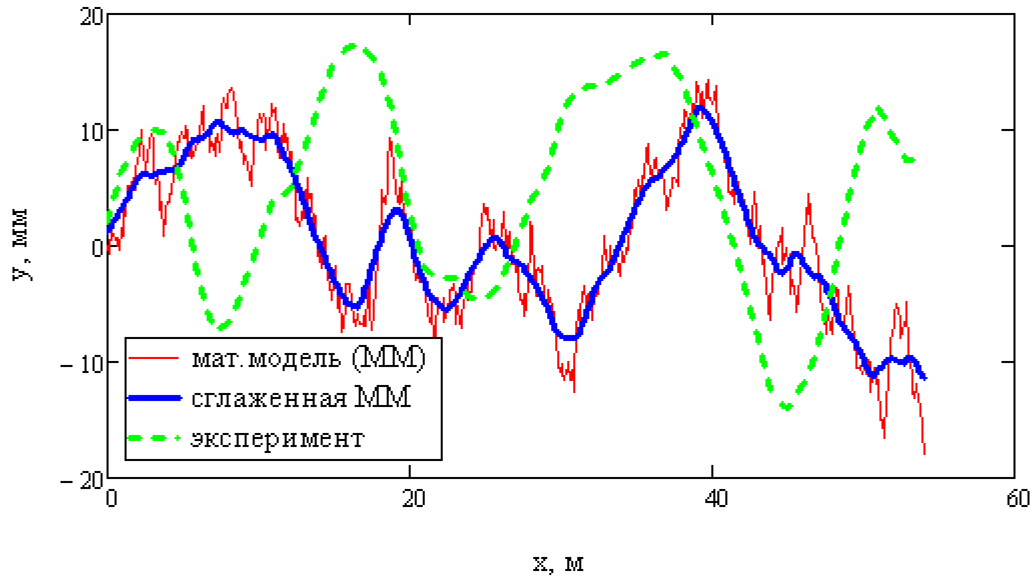

Рисунок 2 – Результаты моделирования профиля рельсового пути

Определение координат по высоте левой и правой нитей пути в точке с произвольной координатой *x* осуществляется по рассчитанным по (2) векторам узловых точек путем линейной интерполяции:

$$y_n(\mathrm{x}) = y'_{ni} + \frac{\mathrm{x} - \mathrm{x_i}}{\Delta x}\left(y'_{n(i+1)} - y'_{ni}\right),$$

$$y_л(\mathrm{x}) = y'_{лi} + \frac{\mathrm{x} - \mathrm{x_i}}{\Delta x}\left(y'_{л(i+1)} - y'_{лi}\right)$$

где y'_{ni}, $y'_{n(i+1)}$, $y'_{лi}$, $y'_{л(i+1)}$ - координаты по высоте ближайших к колесу узловых точек профиля правой и левой нитей пути.

Таким образом, выполнена разработка и идентификация параметров математической модели профиля шахтного рельсового пути, которая может быть использована при анализе рабочих процессов локомотивной откатки.

Литература

1. Шахтарь П. С. Рудничные локомотивы. - М.,. Недра,. 1982. - 296 с.
2. Быков В.В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. - М.: Советское радио, 1971. - 326 с.