

А.Г. Татьянченко, д-р техн. наук, Донецк, Украина,
З.С. Сергеев, Донецк, Украина

ДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ОСЕВОГО ИНСТРУМЕНТА

The method of determination of unfavorable relationships between by the cutting parameters was developed at holes making by round-shank tool which is based on the dynamic model of ponderable bar with rigid and pivoting restraint ends. The zones edges of dynamic instability were set on a diagram «cutting speed - feed rate», within the limits of which there can be resonance parametric in round-shank tool.

Введение

Динамические процессы в зоне резания осевого лезвийного инструмента являются серьезным сдерживающим фактором, препятствующим повышению режимов чистовой обработки отверстий. В работе [1] на основе математического аппарата динамической устойчивости упругих систем [2] было показано, что наряду с собственными и вынужденными колебаниями в осевом инструменте могут возникать и параметрические колебания различного рода, способные вызвать параметрический резонанс. Основной причиной возникновения таких колебаний являются рабочие процессы в зоне резания, и поэтому характер развития параметрических колебаний во многом зависит от параметров режимов резания. Было установлено, что между скоростью резания и подачей могут существовать неблагоприятные соотношения (зоны динамической неустойчивости) при которых в осевом инструменте возможен параметрический резонанс.

Рассмотренная в работе [1] расчетная схема осевого инструмента с шарнирным закреплением наглядно демонстрирует эффект параметрического резонанса, однако она учитывает не все возможные варианты закрепления осевых инструментов.

Так, для многих осевых инструментов предпочтительной является схема закрепления с одной шарнирной и одной жесткой опорами (рис.1). В частности, такая схема характерна для сверления (жесткое закрепление в патроне и шарнирное – в зоне резания), зенкерования и развертывания разверткой с длинными калибрующими ленточками (шарнирное закрепление в плавающем патроне и жесткое – в зоне резания). Поэтому определение зон динамической неустойчивости для этой схемы расширит возможности динамического анализа такого инструмента.

Основное содержание статьи

Определим границы зон динамической неустойчивости для такой схемы математической постановке. Приложим к весоному стержню с погонной массой m периодически изменяющуюся продольную силу $P(t) = P_0 + P \cdot \cos \Theta t$.

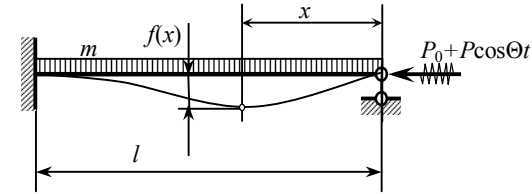


Рис.1. Расчетная динамическая схема

Решение поставленной задачи в отличие от случая, рассмотренного в работе [1], сводится к общему случаю математической динамической устойчивости, который описывается системами дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами вида [2]:

$$\mathbf{C} \frac{d^2 \mathbf{f}}{dt^2} + [\mathbf{E} - \alpha \mathbf{A} - \beta \Phi(t) \mathbf{B}] \mathbf{f} = 0. \quad (1)$$

где \mathbf{E} – единичная матрица, $\mathbf{C} = \begin{vmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \dots & \\ & & & 1 \end{vmatrix}$ – частотная матрица, \mathbf{A} и \mathbf{B} – матрицы коэффициентов, α и β – характеристические числа, определяемые из условия $|\mathbf{A} - \alpha \mathbf{E}| = 0$ и $|\mathbf{B} - \beta \mathbf{E}| = 0$, $f(x)$ – поперечное смещение сечения с координатой x .

Коэффициенты матриц \mathbf{A} и \mathbf{B} зависят от способа задания фундаментальных функций поперечных колебаний. Для заданной схемы используем фундаментальную функцию собственных колебаний незагруженного стержня с аналогичным защемлением [3]

$\varphi_n(x) = \sin k_n x - \frac{\sin k_n l}{\operatorname{sh} k_n l} \operatorname{sh} k_n x$, где k_n – корни трансцендентного уравнения $\operatorname{tg} k l = \operatorname{th} k l$. После подчинения условию нормирования фундаментальных функций

$$\overline{\varphi}_n = \frac{\varphi_n(x)}{\sqrt{m \int_0^l \varphi_n^2(x) dx}}, \quad (2)$$

уравнение (1) приводится к виду

$$\mathbf{C} \frac{d^2 \mathbf{f}}{dt^2} + [\mathbf{E} - P(t) \mathbf{A}] \mathbf{f} = 0. \quad (3)$$

Элементы матрицы \mathbf{A} находятся по формуле $a_{in} = \frac{1}{\omega_i^2} \int N_0(x) \frac{d\varphi_i}{dx} \frac{d\varphi_n}{dx} dx$,

а с учетом (2) и того, что $\omega_i = k_i^2 \sqrt{\frac{EJ}{m}}$,

$$a_{in} = \frac{1}{k^4 EJ} \int_0^l \frac{d\varphi_i}{dx} \frac{d\varphi_n}{dx} dx / \left(\sqrt{\int_0^l \varphi_i^2 dx \int_0^l \varphi_n^2 dx} \right),$$

элементы матрицы \mathbf{C} определяются по формуле $c_{ni} = \delta_{ni} \frac{m}{k_n^4 EJ}$.

Уравнение критических частот для (1) известно в виде [2]

$$\begin{vmatrix} \mathbf{E} - \alpha \mathbf{A} \pm \beta \mathbf{B} - 0,25\Theta^2 \mathbf{C} & -0,5\beta \mathbf{B} & 0 & \dots \\ -0,5\beta \mathbf{B} & \mathbf{E} - \alpha \mathbf{A} - 2,25\Theta^2 \mathbf{C} & -0,5\beta \mathbf{B} & \dots \\ 0 & -0,5\beta \mathbf{B} & \mathbf{E} - \alpha \mathbf{A} - 6,25\Theta^2 \mathbf{C} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} = 0. \quad (4)$$

Приравниваем верхний диагональный квазиэлемент матрицы (4) к нулю, с учетом (3), получаем частотное уравнение для определения границ областей динамической неустойчивости

$$\| \mathbf{E} - (P_0 \pm 0,5P) - 0,25\Theta^2 \mathbf{C} \| = 0. \quad (5)$$

После перемножения на обратную матрицу \mathbf{C}^{-1} , элементы которой определяются по формуле $c_{ni} = \frac{k_n^4 EJ}{\delta_{ni} m}$, уравнение (5) приводится к виду

$$\| \mathbf{C}^{-1} - (P_0 \pm P) \cdot \mathbf{C}^{-1} \mathbf{A} - 0,25\Theta^2 \mathbf{E} \| = 0. \quad (6)$$

Для вычисления элементов матриц \mathbf{A} и \mathbf{C} удобно использовать известные решения для балочных функций [2]. Таким образом матрица третьего порядка \mathbf{A} будет иметь вид

$$\mathbf{A} = \begin{vmatrix} \frac{11,153}{k_1^4 EJ} & \frac{4,282}{k_1^4 EJ} & -\frac{3,801}{k_1^4 EJ} \\ \frac{4,282}{k_2^4 EJ} & \frac{42,816}{k_2^4 EJ} & \frac{7,810}{k_2^4 EJ} \\ -\frac{3,801}{k_3^4 EJ} & \frac{7,810}{k_3^4 EJ} & \frac{94,034}{k_3^4 EJ} \end{vmatrix},$$

а матрица \mathbf{C}^{-1}

$$\mathbf{C}^{-1} = \begin{vmatrix} \frac{k_1^4 EJ}{m} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_2^4 EJ}{m} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_3^4 EJ}{m} \end{vmatrix} = \frac{EJ}{m} \begin{vmatrix} 237,82 & 0 & 0 \\ 0 & 2497 & 0 \\ 0 & 0 & 10867 \end{vmatrix}.$$

Введем обозначения:

$$\alpha = \frac{(P_0 \pm P)l^2}{EJ}, \quad (7)$$

$$\lambda = \frac{m\Theta^2 l^4}{EJ}. \quad (8)$$

Тогда после подстановки \mathbf{A} и \mathbf{C}^{-1} из (6) получаем диагональную матрицу вида

$$\begin{vmatrix} 237,82 - 11,153\alpha - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 2497 - 42,816\alpha - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 10867 - 94,034\alpha - \lambda \end{vmatrix} = 0, \quad (9)$$

Таким образом, нахождение границ первых трех главных областей динамической неустойчивости стержня с шарнирным и жестким закреплением на концах сводится к решению уравнений

$$\begin{aligned} 237,82 - 11,153\alpha - \lambda &= 0, \\ 2497 - 42,816\alpha - \lambda &= 0, \\ 10867 - 94,034\alpha - \lambda &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Границы главных областей динамической неустойчивости, исходя из уравнений (10) с учетом (7) и (8) будут определяться следующими зависимостями:

$$\Theta = \frac{1}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{m} \left(237,82 - 11,153 \frac{(P_0 \pm P)l^2}{EJ} \right)} \quad (11)$$

– для первой,

$$\Theta = \frac{1}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{m} \left(2497 - 42,816 \frac{(P_0 \pm P)l^2}{EJ} \right)} \quad (12)$$

– для второй и

$$\Theta = \frac{1}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{m} \left(10867 - 94,034 \frac{(P_0 \pm P)l^2}{EJ} \right)} \quad (13)$$

– для третьей области. Верхней границе каждой области будет соответствовать знак «плюс» в числителе, нижней – знак «минус».

Границы главных областей более высокого порядка можно определить рассматривая матрицу (9) соответствующего порядка. Для определения границ вспомогательных областей динамической неустойчивости, кратных целым числам можно определить выделяя из (4) квазиматрицы более высокого порядка. Так, для определения границ вспомогательных областей динамической неустойчивости, кратных двум, необходимо рассматривать не верхний диагональный квазиэлемент, а квазиматрицу вида

$$\left\| \begin{array}{cc} \mathbf{E} - \alpha \mathbf{A} \pm \beta \mathbf{B} - 0,25\Theta^2 \mathbf{C} & -0,5\beta \mathbf{B} \\ -0,5\beta \mathbf{B} & \mathbf{E} - \alpha \mathbf{A} - 2,25\Theta^2 \mathbf{C} \end{array} \right\| = 0, \quad (14)$$

что значительно усложняет ход решения. При этом необходимо отметить, что границы вспомогательных областей значительно ниже границ главных областей.

Рассмотрим теперь практическую реализацию изложенного метода определения границ динамической неустойчивости применительно к особенностям работы осевого инструмента. Для этого необходимо выразить основные исходные параметры в выражениях (7), (8), (11)-(13) через геометрические параметры всего инструмента и его режущей части и параметры режимов резания. Так, например, погонную массу m можно выразить через параметры поперечного сечения инструмента. В этом плане наибольшую сложность и наибольшее значение представляет выражение через геометрические параметры инструмента и параметры рабочих процессов постоянной P_0 и переменной P составляющих продольной силы, которые являются основным источником внешних статических и динамических воздействий на расчетную систему.

Анализ, проведенный в работе [1], показал, что величина этих усилий непосредственно связана с параметрами рабочих процессов и схемами обработки. Так, постоянную составляющую продольной силы, которая характеризует статическое воздействие на систему, можно определить по формуле [4]:

$$P_0 = C_{px} S \cdot t = \sin(\varphi + \Delta) [(ctg\Theta - tgC) \cdot \tau_p - \mu \cdot \sigma_T] \cdot S \cdot t, \quad (15)$$

где $\varphi, \Delta, \Theta, C$ – углы резания, τ и σ_T – прочностные характеристики обрабатываемого материала, S – подача, t – глубина резания.

Для выражения величины переменной составляющей продольной силы P , которая характеризует динамическое воздействие на систему, в каждом

конкретном случае необходимо учитывать особенности конструкции и работы осевого инструмента. Возникновение динамической составляющей возможно, как при установившемся, так и при неустановившемся процессе резания. В первом случае причиной возникновения динамической составляющей могут быть погрешности изготовления и заточки инструмента и ее величина может быть определена на основе анализа конструкции инструмента. Во втором случае для определения динамической составляющей необходимо рассматривать весь процесс контактного взаимодействия инструмента и детали в процессе резания.

Определим границы динамической неустойчивости осевого инструмента, в пределах которых возможен параметрический резонанс вследствие неравномерной заточки зубьев осевого инструмента. Согласно данным [5] доля δ периодической составляющей радиальной, а следовательно и осевой силы резания для нового осевого инструмента 20% при сверлении и свыше 20% при зенкерования и развертывании. Определим границы динамической неустойчивости, приняв $\delta = 0,2$ и представив переменную составляющую продольной силы P в виде

$$P = \delta \cdot C_{px} S \cdot t, \quad (16)$$

После подстановки (15)-(16) параметры (7) и (8) принимают вид

$$\alpha = \frac{(1 \pm \delta) \cdot C_{px} S \cdot d \cdot l^2}{2EJ}, \quad \lambda = \frac{m \cdot V^2 l^4 z}{EJ \cdot d^2}.$$

Тогда применительно к осевому инструменту границы первой, второй и третьей областей (11)-(13) динамической неустойчивости процесса обработки, выраженные через параметры режимов резания, соответственно принимают вид

$$V(S) = \sqrt{\frac{EJ \cdot d^2}{m \cdot l^4 z} \left(237,82 - 11,153 \frac{(1 \pm \delta) \cdot C_{px} S \cdot d \cdot l^2}{2EJ} \right)}, \quad (17)$$

$$V(S) = \sqrt{\frac{EJ \cdot d^2}{m \cdot l^4 z} \left(2497 - 42,816 \frac{(1 \pm \delta) \cdot C_{px} S \cdot d \cdot l^2}{2EJ} \right)}, \quad (18)$$

$$V(S) = \sqrt{\frac{EJ \cdot d^2}{m \cdot l^4 z} \left(10867 - 94,034 \frac{(1 \pm \delta) \cdot C_{px} S \cdot d \cdot l^2}{2EJ} \right)}, \quad (19)$$

где $V(S)$ – критическая скорость резания для подачи S , $\Theta = V \cdot z / \pi d$ – частота вынужденных колебаний [6], z – число зубьев осевого инструмента.

На рисунке 2 приведена диаграмма областей динамической неустойчивости для одной из конструкций осевого инструмента ($d = 8$ мм, $l = 300$ мм, $z = 8$) согласно зависимостей (17)-(19), из которой можно определить

неблагоприятные для данного инструмента соотношения между скоростью резания V и подачей S .

Верхней границе каждой области динамической неустойчивости соответствует положительное значение параметра δ , а нижней – отрицательное. При критических соотношениях параметров режимов резания V и S , попадающих в заштрихованные области на рисунке 2, возникает резонансное возрастание поперечных перемещений инструмента, снижающее точность обработки отверстия.

Представляя зависимости (17)-(19) в виде

$$V(S) = \sqrt{a - (1 \pm b) \cdot c \cdot S} \quad (20)$$

и объединяя постоянные параметры в (17)-(19) через a , b и c , можно сделать вывод, что положение областей динамической неустойчивости определяется параметром a , их ширина – параметром b , а степень

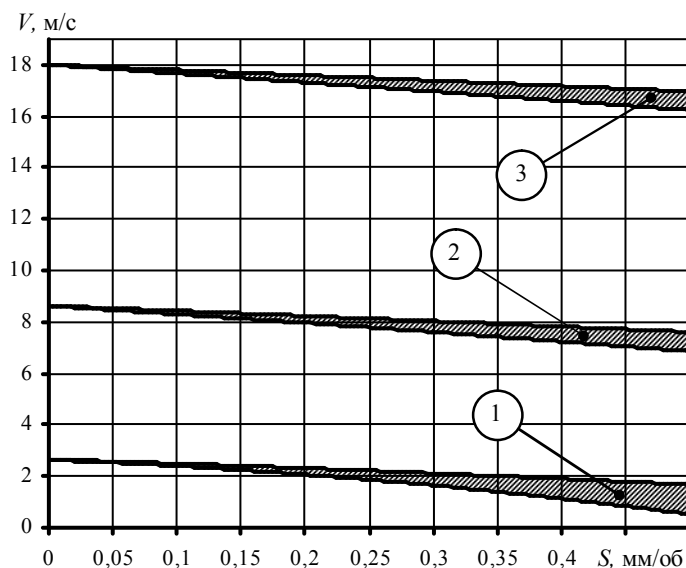


Рис.2. Области динамической неустойчивости осевого инструмента

искривления границ – параметром c .

Анализ границ областей динамической устойчивости осевого инструмента показывает, что устойчивый параметрический резонанс с учетом естественного демпфирования системы возможен лишь при попадании режимов резания в достаточно широкий интервал зоны динамической

неустойчивости, то есть при достаточно больших значениях параметра b в (20). В соответствии с рекомендациями по выбору режимов резания для различных видов обработки отверстий [6] такое возможно лишь для операций черновой обработки отверстий при сверлении и зенкерования. Однако при этом следует иметь ввиду, что помимо основных областей существуют вспомогательные области, границы которых можно определить, рассматривая не отдельную матрицу, а квазиматрицы типа (14) более чем второго порядка. При этом несмотря на то, что эти области имеют меньшую ширину по сравнению с основными и подчас вырождаются в «скелетные» линии, границы вспомогательных областей соответствуют значительно меньшим параметрам режимов резания, совпадающих с рекомендуемыми режимами для чистовой обработки отверстий при зенкерования и развертывании. Поэтому даже попадание в 20% область вокруг «скелетной» линии может вызвать нежелательные динамические процессы в осевом инструменте. Однако, разработанные математические модели позволяют определять условия возникновения резонанса, но не позволяют прогнозировать его последствия. Поэтому для оценки влияния рассмотренных динамических процессов на точность чистовой обработки отверстий, разработанные динамические модели нуждаются в дальнейшем развитии и, прежде всего, с точки зрения прогнозирования поперечных смещений в процессе колебаний осевого инструмента.

Выводы

Численные исследования динамических процессов в осевом инструменте, проведенные на основе разработанной динамической модели инструмента с жестким и шарнирным закреплением на концах, показали возможность возникновения параметрического резонанса и неблагоприятных динамических процессов в рекомендуемых диапазонах режимов резания. Для оценки влияния этих динамических процессов на точность обработки отверстия необходимо совершенствовать расчетную динамическую модель и модель контактного взаимодействия инструмента и детали в процессе резания.

Список литературы: 1. *Татьянченко А.Г.* О динамической устойчивости осевого инструмента. / Вібрації в техніці та технологіях. Збірник праць III міжнародної науково-технічної конференції. – Вінниця: ВДСГІ, 1998. – С. 100-103. 2. *Болотин В.В.* Динамическая устойчивость упругих систем. – М.: Гостехиздат, 1956. – 600 с. 3. *Киселев В.А.* Строительная механика. Спец. курс.: динамика и устойчивость сооружений: [учеб. для вузов по спец. "Автомобильные дороги", "Мосты и тоннели" и "Стр-во аэродромов"] / В.А. Киселев. – [3-е изд., испр. и доп.] – М.: Стройиздат, 1980. – 616 с. 4. *Мальшко И.А.* Основы теории проектирования осевых комбинированных инструментов: автореф. дис. докт. техн. наук. / И.А. Мальшко. – К., КПИ, 1995. – 36 с. 5. Справочник инструментальщика / [Ординарцев И.А., Филиппов Г.В., Шевченко А.Н. и др.]; Под общ. ред. И.А. Ординарцева. – Л.: Машиностроение Ленингр. отд-ние, 1987. – 846 с. 6. *Подураев В.Н.* Обработка резанием с вибрациями. – М.: Машиностроение, 1970. – 352 с.

Поступила в редколлегию 26.05.2009