

УДК 515.2

ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ КАНОНІЧНИХ РІВНЯНЬ КОНІЧНИХ ПЕРЕРІЗІВ У СЕРЕДОВИЩІ AutoCAD

Карабчевський В.В., к.т.н.

Донецький національний технічний університет

E-mail: karabch@pmi.dgtu.donetsk.ua

Анотація – розглянуто використання засобів твердотілого моделювання для отримання ліній конічних перерізів, запропоновано методи отримання параметрів канонічних рівнянь ліній перерізів, що є кривими другого порядку.

Ключові слова – твердотільне моделювання, конічні перерізи, еліпс, парабола, гіпербола, канонічне рівняння.

Постановка проблеми. Засоби системи AutoCAD дозволяють отримати лінії перерізів твердотільних об'єктів у вигляді так званих регіонів, межі яких належать одночасно об'єкту та січній площині. В деяких випадках, коли з геометрії відомий тип лінії, що є перерізом, можна ставити задачу отримання математичного опису такої лінії.

Аналіз останніх досліджень. В літературі, присвяченій AutoCAD, описують використання команди section для отримання перерізів твердотільних моделей. Всі такі описи, відомі автору статті, обмежуються правилами застосування цієї команди, візуальним прикладом у вигляді відповідного скріншота, та констатацією факту, що отримано один або декілька регіонів. В [1] звернено увагу на можливість розбити такий регіон з допомогою команди explode і отримати результат у вигляді ліній, що створюють його межі. У випадку, коли команду section застосовано до прямого кругового конусу, у складі меж регіону можна знайти відрізки прямих, еліпс або еліптичну дугу, а також сплайн. Відомо, що відповідно до положення січної площини, переріз є двома твірними, еліпсом, параболою або гіперболою [2,3]. Система AutoCAD не має у своєму складі об'єктів типу парабола та гіпербола, тож можна припустити, що сплайн використано для моделювання перерізу саме у таких випадках.

Формулювання цілей статті. Вищезазначене дозволяє поставити задачу використання результатів, які дає команда section, для отримання канонічного рівняння лінії перерізу прямого кругового конуса у випадках, коли така лінія є параболою або гіперболою.

Основна частина. У випадку, коли січна площина проходить через вершину конусу, переріз представлено двома твірними,

результатом використання команд `section` та `explode` є три відрізки – дві твірних та лінія перетину січної площини з підґрунтям конусу, яку на рисунку 1 не виділено. Коли січна площина перетинає всі твірні і є паралельною до підґрунтя, AutoCAD дозволяє отримати коло (об'єкт `circle`), яке можна розглядати як еліпс з однаковими осями (рис. 1). Засоби доступу до властивостей об'єктів дозволяють отримати геометричні характеристики відрізків та кола.

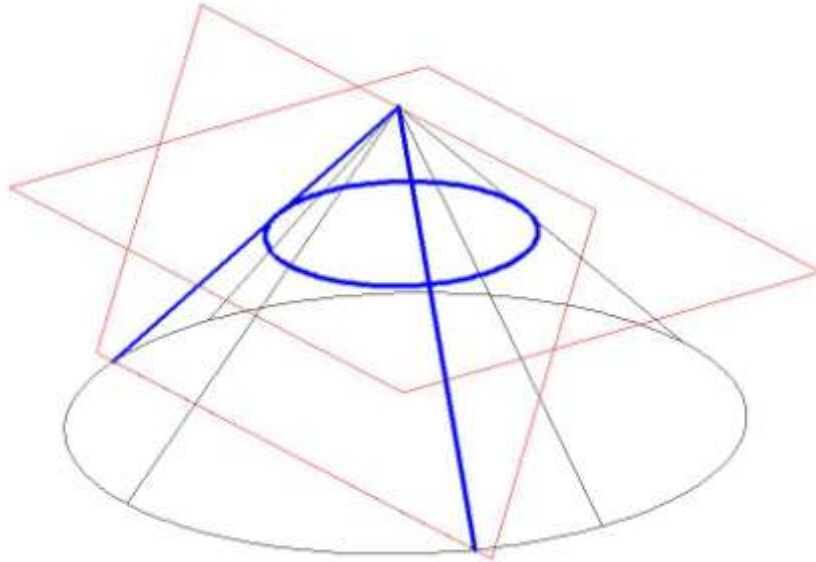


Рис. 1. Перерізи конусу у вигляді двох твірних та кола

На рис.2 представлені перерізи: площиною П1, яка перетинає всі твірні і не є паралельною підґрунтя – у вигляді еліпса; площиною П2, яка є паралельною твірній SC – у вигляді сплайну, що моделює параболу; площиною П3, яка є паралельною двом твірним, SA та SB – у вигляді сплайну, що моделює гіперболу.

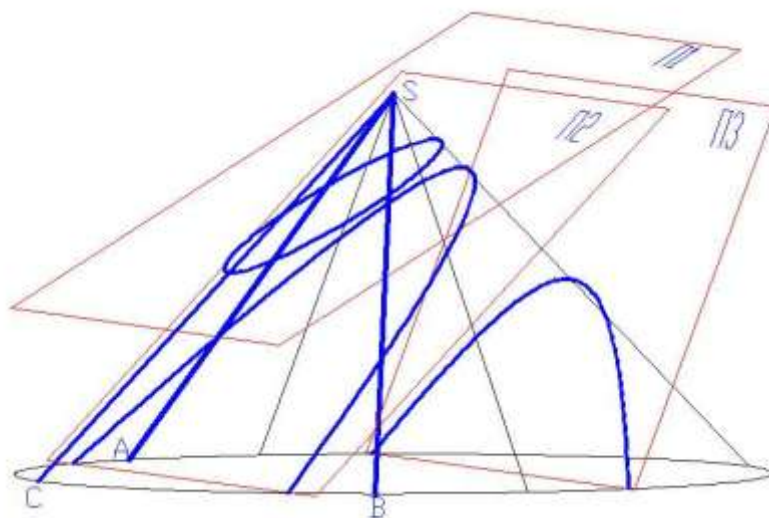


Рис. 2. Перерізи конусу у вигляді еліпсу, параболи та гіперболи

Параметри канонічного рівняння еліпсу можна дістати з бази даних AutoCAD. Парабола та гіпербола змодельовані сплайнами з трьома вузловими точками – перша та остання є точками перетину січної площини з підгрунтям конусу, середня є вершиною сплайну. Перехід до системи координат, горизонтальна площина якої лежить у площині відповідної кривої, дозволяє проілюструвати отримання параметрів канонічного рівняння параболи (рис. 3). Параметр p канонічного рівняння (1) можемо отримати підстановкою у співвідношення (2) координат деякої точки параболи, наприклад T1. Перевірка підстановкою отриманого значення p та координат точки T2 в (1) підтверджує правильність результату.

$$y^2 = 2 \cdot p \cdot x \quad (1).$$

$$p = \frac{y^2}{2 \cdot x} \quad (2).$$

Для пошуку параметрів канонічного рівняння гіперболи (3) потрібно отримати її другу гілку (рис. 4), що дає можливість знайти центр зображеної на рис. 5 системи координат та визначити таким чином параметр a , який буде дорівнювати половині відстані між вершинами гілок.

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (3).$$

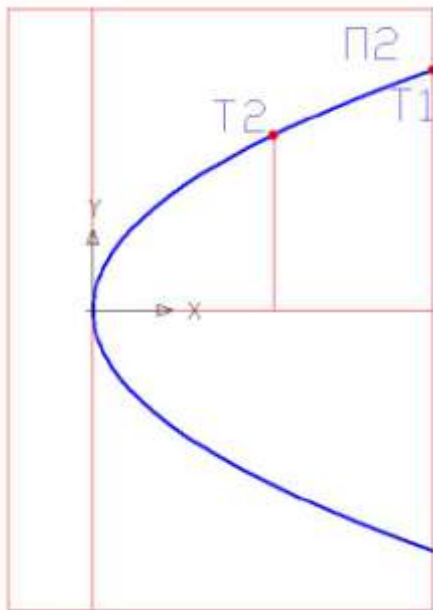


Рис. 3. Отримання параметрів канонічного рівняння параболи

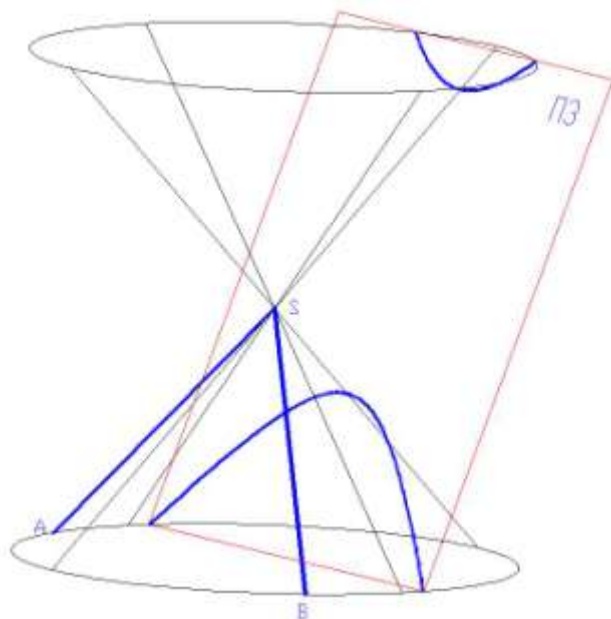


Рис. 4. До отримання канонічного рівняння гіперболи

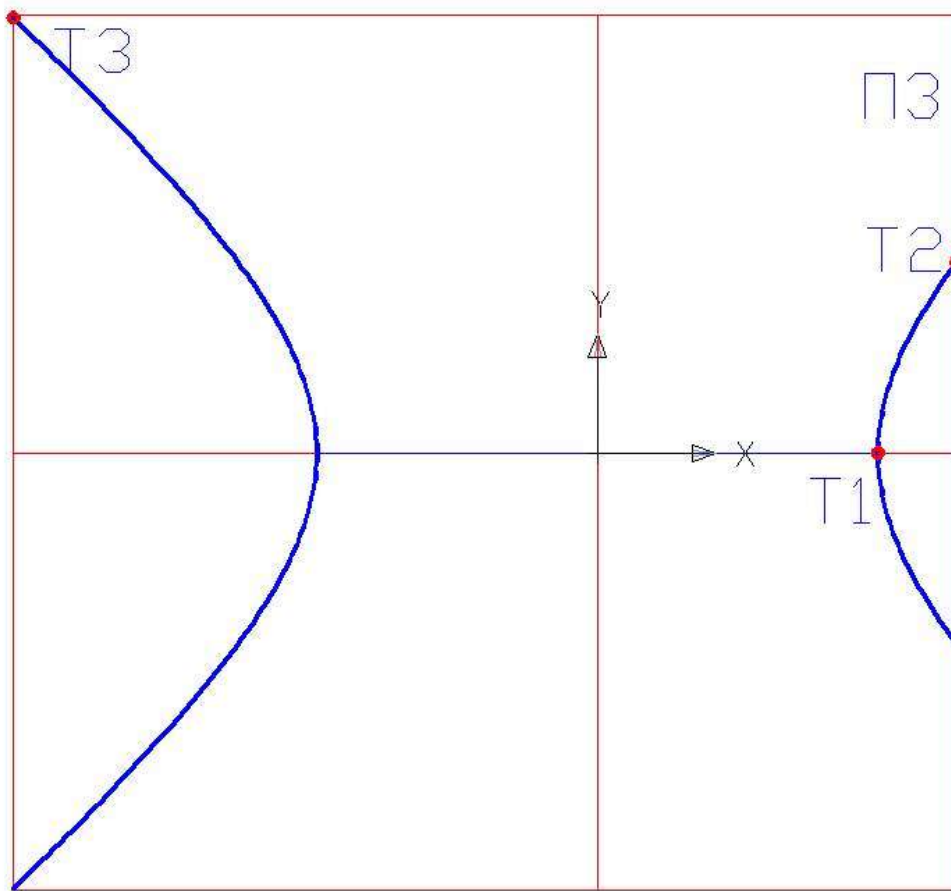


Рис. 5. Отримання параметрів канонічного рівняння гіперболи

Підставивши значення a та координати точки $T2$ у співвідношення (4), можемо отримати параметр b .

$$b = \sqrt{\frac{y^2}{\frac{x^2}{a^2} - 1}} \quad (4).$$

Підстановка отриманих параметрів у та координат будь-якої точки, наприклад $T3$, у (3) підтверджує правильність результатів.

Для зберігання отриманих канонічних рівнянь у базі даних AutoCAD доцільно використати блоки з атрибутами. У склад блока потрібно включити сплайни, що моделюють відповідні лінії, пояснювальний текст, що містить назву кривої і вигляд канонічного рівняння, та атрибут (для параболи) або два атрибути (для гіперболи), які містять значення отриманих параметрів. Використання атрибутів є доцільним, бо воно спрощує витяг відповідних значень з бази даних, атрибути повинні мати тип constant (незмінні).

Слід також звернути увагу на можливість того, що січна площина перетинає всі твірні конуса, який можна побудувати подовженням конічної поверхні, а тверdotільний конус, який її подає, буде перетнуто через підґрунтя (рис. 6, 7).

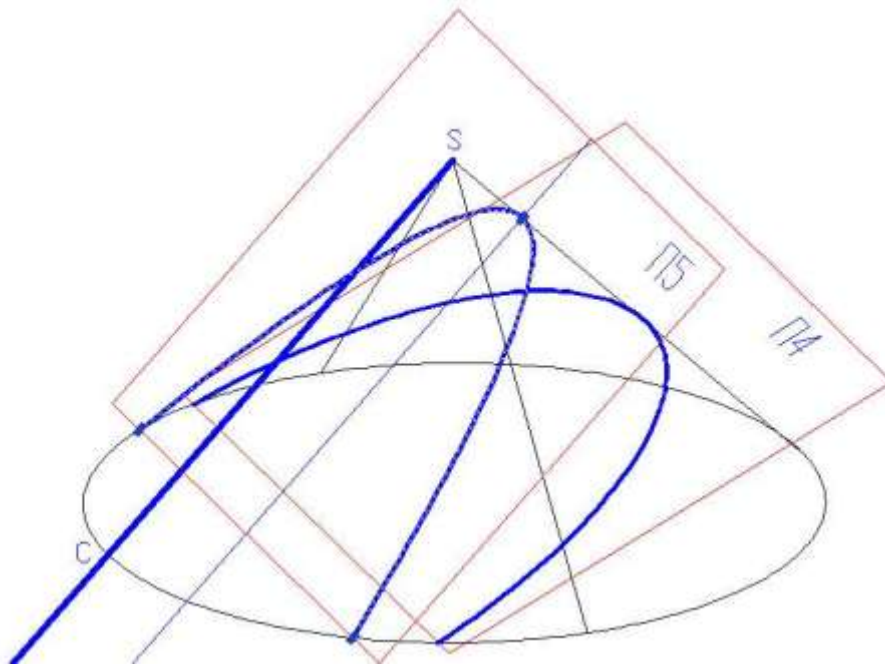


Рис. 6. Переріз конусу у вигляді еліптичної дуги

Властивості еліптичної дуги дають можливість визначити параметри канонічного рівняння відповідного еліпса.

Результати, що AutoCAD отримує для площин, які є майже паралельними одній твірній, мають деякі особливості. На рис. 7, подібному до рис. 6, кут нахилу твірної SC до площини П5 становить 0.002 градуси.

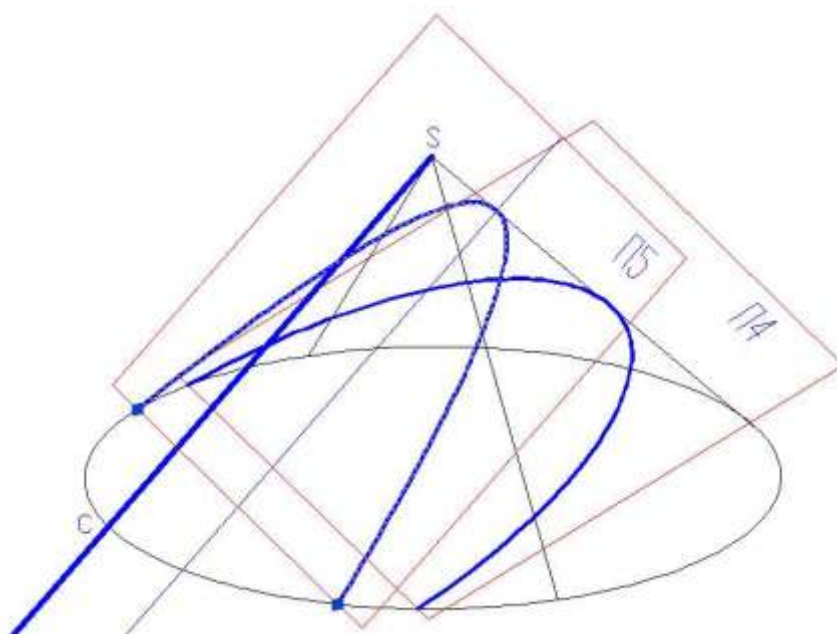


Рис. 7. Особливий вид перерізу

В цьому випадку переріз є сплайном, хоч теоретично це еліптична дуга. На рис. 6 відповідний кут становить 0.003 градуси, результат – еліптична дуга. Відсутність паралельності SC та П5 проілюстровано подовженням твірної SC та її проекції на П5 до взаємного перетину з допомогою команди fillet. Точка перетину знаходиться далеко за межами рисунку, для рис. 6 довжина SC після подовження становить 540302 одиниці, для рис. 7 – 810397 одиниць (висота конусу – 100 одиниць). Візуально ці випадки можна розрізнити, коли криву вибрано, для еліптичної дуги ручки (grips) знаходяться у кінцях дуги та на кінці осі еліпса, для сплайна, що лежить у площині П5 (рис. 7) – у контрольних точках.

Висновки. Запропоновані методи дозволяють отримати математичний опис конічних перерізів, які побудовано з використанням засобів твердотілого моделювання системи AutoCAD, у вигляді канонічних рівнянь відповідних кривих ліній. Такі описи можна використовувати при розв'язанні задач САПР та АСНД. Можна поставити задачу розробки програмних засобів, які дозволять автоматизувати розв'язання цієї задачі у середовищі AutoCAD.

Література

1. Карабчевський В.В. Підтримка зв'язку між двовимірними і тривимірними моделями під час розв'язання деяких геометричних задач // Сборник трудов 8-й Международной научно-практической конференции «Современные проблемы геометрического моделирования». Мелитополь: ТГАТА. – 2004. – С. 70-75.
2. Гордон В.О., Семенцов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии. – М.: Наука, 1973. –366 с.
3. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии. – М.: Наука, 1969. –272 с.

THE OBTAINING OF CANONICAL EQUATIONS PARAMETERS OF CONIC SECTIONS IN AutoCAD ENVIRONMENT

V. Karabchevsky

Summary

The solid modeling means using for conic section lines obtaining is considered, the methods of canonical equations parameters of second order curves section lines obtaining are proposed.