

## СРАВНИТЕЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ МЕЖВИТКОВЫХ КОРОТКИХ ЗАМЫКАНИЙ И НЕСИММЕТРИИ НАПРЯЖЕНИЯ В АСИНХРОННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИНАХ

*Реферат* — переходная модель для асинхронных электрических машин со статорной обмоткой, которая имеет дефект в одной фазе, полученная с использованием теории непрерывного преобразования. Наличие компонентов тока обратной последовательности и 3-й гармоники часто рассматриваются как точные критерии. Однако, эти компоненты существуют и тогда, когда двигатель исправен, это обуславливается несимметрией питающего напряжения. Необходим точный критерий, чтобы иметь достоверные результаты диагностики и чтобы повысить чувствительность и надежность системы диагностики. Для того, чтобы отличать междувитковые короткие замыкания в обмотке статора и несимметрию питающего напряжения необходима точная математическая модель. Адекватность модели подтверждена совпадением результатов моделирования и экспериментов.

*Ключевые слова* - асинхронные электрические машины, критерий дефекта, междувитковые короткие замыкания, несимметрия напряжения.

### ВВЕДЕНИЕ

АД не имеют себе равных по выносливости, простоте и относительно низкой стоимости. Их роль в промышленности возросла после развития приводов с регулируемой скоростью вращения, а также их использования для преобразования энергии в другие формы. Нестабильная работа асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором может быть вызвана неисправностями. Было бы очень важно выявлять любой дефект на ранней стадии, исключаяющей риск возникновения тяжелых повреждений двигателя. Приблизительно 30-40 % всех неисправностей в асинхронных двигателях с короткозамкнутым ротором - дефекты статора. При этом междувитковые короткие замыкания в обмотке статора — одна из самых трудновыявляемых неисправностей. В зависимости от вида защиты, двигатель может продолжать вращаться, но нагревание в короткозамкнутых витках вскоре вызовет тяжелые повреждения, например, междуфазное замыкание или замыкание витков на землю. Вот почему, междувитковые короткие замыкания в обмотке статора очень серьезное повреждение и важный предмет для изучения.

Более совершенные методы, например, векторный подход Парка, импеданс обратной последовательности, исследование магнитного потока или сигнатурный анализ вращающегося двигателя (MCSA) предлагают для асинхронных двигателей с междувитковыми повреждениями исследование и обнаружение дефекта.

Несомненно, составляющие тока используют как индикаторы витковых повреждений. Первый компонент это —  $fs$ , вызванный непосредственно повреждением, и второй -  $3fs$ , вызванный пульсацией напряжения. Эти два

компонента оказались очень хорошими индикаторами замыканий и соответственно устанавливали очень четкое соотношение межвитковых замыканий для обмотки статора. К сожалению, другие рабочие условия, такие как небольшой дисбаланс потребляемого напряжения из сети, который неизбежен в реальности дает подобные эффекты. Поэтому практически невозможно различить межвитковые короткие замыкания в обмотке статора и несимметрию напряжения в сети.

Точная математическая модель для межвитковых коротких замыканий и несимметрии потребляемого напряжения детально разработана.

## II. МОДЕЛИРОВАНИЕ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

### A. Исправная машина

При моделировании приняты следующие допущения:

- состояние магнитного поля остается ненасыщенным;
- полагаем, что магнитная проницаемость железа бесконечна и воздушный зазор является очень маленьким и гладким;
- полагаем, что пространственная магнитодвижущая сила (ПМДС) и профили потока синусоидально распределены и высшие гармоники незначительны;

Тогда напряжение и уравнения магнитного потока асинхронной машины могут быть записаны как [11]:

$$[V_s] = [R_s] \cdot [I_s] + \frac{d[\Phi_s]}{dt} \quad (1)$$

$$[V_r] = [R_r] \cdot [I_r] + \frac{d[\Phi_r]}{dt} \quad (2)$$

где

$$[\Phi_s] = [L_{ss}] \cdot [I_s] + [M_{sr}] \cdot [I_r] \quad (3)$$

$$[\Phi_r] = [M_{sr}]^T [I_s] + [L_{rr}] \cdot [I_r] \quad (4)$$

и

$$[I_s] = [i_{sa} \ i_{sb} \ i_{sc}]^T$$

$$[I_r] = [i_{ra} \ i_{rb} \ i_{rc}]^T$$

$$[V_s] = [v_{sa} \ v_{sb} \ v_{sc}]^T$$

$[R_s] = R_s \cdot I_{3 \times 3}$ ; матрица сопротивлений статора, и матрица индуктивностей статора дают:

$$[L_{ss}] = \begin{pmatrix} L_{saa} & M_{sab} & M_{sac} \\ M_{sba} & L_{sbb} & M_{sbc} \\ M_{sca} & M_{scb} & L_{scc} \end{pmatrix}$$

где  $L_{saa} = L_{sbb} = L_{scc} = l_s$ ; - собственная индуктивность статора

$M_{sab} = M_{sac} = M_{sbc} = M_{ba} = M_{ca} = M_{cb} = M_s$ ; - взаимная индуктивность в фазе статора.

$$[L_{rr}] = \begin{pmatrix} L_{raa} & M_{rab} & M_{rac} \\ M_{rba} & L_{rbb} & M_{rbc} \\ M_{rca} & M_{rcb} & L_{rcc} \end{pmatrix}$$

где

$L_{raa} = L_{rbb} = L_{rcc} = l_r$ ; - собственная индуктивность статора

$M_{rab} = M_{rac} = M_{rbc} = M_{ra} = M_{rb} = M_{rc} = M_r$ ; - взаимная индуктивность в фазе статора.

$[M_{sr}]$  - взаимная матрица индуктивности между статором и ротором, которая является функцией  $\theta$ , пространственным положением ротора.

$$[M_{sr}] = M_{sr} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

Уравнения вращающего и механического моментов имеют вид:

$$T_e = [I_s]^T \frac{\partial [M_{sr}]}{\partial \theta_m} [I_r] \quad (5)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{p}{J} (T_e - T_L) \quad (6)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \quad (7)$$

где  $\theta$  - механический угол,  $\omega$  - механическая скорость,  $T_L$  - вращающий момент нагрузки и  $J$  - инерция ротора.

Преобразование Парка часто используется, чтобы облегчить решение трудных дифференциальных уравнений с переменными во времени коэффициентами. Уравнение преобразования Парка имеет форму:

$$[X_{rodq}] = [X_{ro} \quad X_{rd} \quad X_{rq}]^t = [P(\theta_r)]^{-1} \cdot [X_{3r}] \quad (8)$$

где матрица преобразований  $[P(\theta_r)]$  описывается, как:

$$[P(\theta_r)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\theta_r) & -\sin(\theta_r) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\theta_r - 2\pi/3) & -\sin(\theta_r - 2\pi/3) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\theta_r + 2\pi/3) & -\sin(\theta_r + 2\pi/3) \end{pmatrix} \quad (9)$$

здесь  $\theta_r$  является угловым смещением между системой Парка и первой фазой ротора.

Преобразовав вышеупомянутые переменные ротора, описанные в (1) и (2) к системе отсчета Парка, мы получаем:

$$\begin{pmatrix} V_{sa} \\ V_{sb} \\ V_{sc} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{d\theta_r}{dt} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{d\theta_r}{dt} & 0 \end{pmatrix} [L_T] \begin{pmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{pmatrix} + [L_T] \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{pmatrix} \quad (10)$$

где

$$[L_T] = \begin{pmatrix} l_s & M_s & M_s & M_{sr} & 0 \\ M_s & l_s & M_s & -\frac{1}{2}M_{sr} & \frac{\sqrt{3}}{2}M_{sr} \\ M_s & M_s & l_s & -\frac{1}{2}M_{sr} & -\frac{\sqrt{3}}{2}M_{sr} \\ M_{sr} & -\frac{1}{2}M_{sr} & -\frac{1}{2}M_{sr} & L_r & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2}M_{sr} & -\frac{\sqrt{3}}{2}M_{sr} & 0 & L_r \end{pmatrix}$$

и электромагнитный момент, описанный в (5) имеет вид:

$$\Gamma_e = [i_s]^t \frac{\partial}{\partial \theta} [M_{sr}] [P(\theta_r)] [i_{rodq}] \quad (11)$$

$$\Gamma_e = \sqrt{\frac{3}{2}} M_{sr} \left( - (i_{sa} \times i_{rq}) + i_{sb} \times \left( \frac{\sqrt{3}}{2} i_{rd} - \frac{1}{2} i_{rq} \right) + i_{sc} \times \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} i_{rd} - \frac{1}{2} i_{rq} \right) \right) \quad (12)$$

### *В. Моделирование короткого замыкания в статоре асинхронного двигателя*

Короткое замыкание приводит к возникновению одного или более дополнительных витков. Принимая во внимание существование дополнительного короткозамкнутого витка, необходимо определить два параметра, существенные для понимания модели, которая представляет межвитковые короткие замыкания [10, 11]:

- Угол  $\theta_{cc}$ , который является реальным углом между током межвиткового короткого замыкания в обмотке статора и осью фазы А. Этот параметр позволяет определить место повреждения в обмотке и может иметь только три значения 0,  $2\pi/3$  или  $4\pi/3$ , относящихся соответственно к короткому замыканию в фазах статора А, В или С.

- параметр  $\eta_{cc}$  позволяет определять количество короткозамкнутых витков. Этот параметр может быть написан как:

$$\eta_{cc} = \frac{\text{количество короткозамкнутых витков в обмотке}}{\text{Общее количество витков в фазе}}$$

Уравнения статора и ротора с повреждениями при вращении записываются в виде:

$$\begin{cases} [V_s] = [R_s] [i_s] + \frac{d}{dt} [\phi_s] \\ 0 = R_{cc} i_{cc} + \frac{d}{dt} \phi_{cc} \\ 0 = [R_r] [i_r] + \frac{d}{dt} [\phi_r] \end{cases}$$

где

$$[\phi_s] = [L_s] [i_s] + [M_{sr}] [i_r] + [M_{scc}] i_{cc}$$

$$[\phi_r] = [M_{rs}] [i_s] + [L_r] [i_r] + [M_{rcc}] i_{cc}$$

$$\phi_{cc} = [M_{ccs}] [i_s] + [M_{ccr}] [i_r] + L_{cc} i_{cc}$$

$$[M_{scc}] = \eta_{cc} l_{sp} \begin{bmatrix} \cos(\theta_{cc}) \\ \cos\left(\theta_{cc} - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_{cc} + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$[M_{rcc}] = \eta_{cc} l_{sp} \begin{bmatrix} \cos(\theta_{cc} - \theta) \\ \cos\left(\theta_{cc} - \theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_{cc} - \theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (15)$$

Когда короткое замыкание происходит в фазе  $s_a$ ,  $\theta_{cc}$  может быть равен нулю.

Применяя преобразование Парка на уравнения ротора (13), получим:

$$\begin{pmatrix} V_{sa} \\ V_{sb} \\ V_{sc} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{cc} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ i_{cc} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{pmatrix} + [L_{Tcc}] \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ i_{cc} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{d\theta_r}{dt} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{d\theta_r}{dt} & 0 \end{pmatrix} [L_{Tcc}] \begin{pmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ i_{cc} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{pmatrix}$$

где  $[L_{Tcc}]$  представляет полную матрицу индуктивностей, включая уравнение короткого замыкания

$$[L_{Tcc}] = \begin{pmatrix} l_s & M_s & M_s & \eta_{cc} l_s & M_{sr} & 0 \\ M_s & l_s & M_s & \eta_{cc} M_s & -\frac{1}{2} M_{sr} & \frac{\sqrt{3}}{2} M_{sr} \\ M_s & M_s & l_s & \eta_{cc} M_s & -\frac{1}{2} M_{sr} & -\frac{\sqrt{3}}{2} M_{sr} \\ \eta_{cc} l_s & \eta_{cc} M_s & \eta_{cc} M_s & \eta_{cc}^2 l_s & \eta_{cc} M_{sr} & 0 \\ M_{sr} & -\frac{1}{2} M_{sr} & -\frac{1}{2} M_{sr} & \eta_{cc} M_{sr} & L_r & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} M_{sr} & -\frac{\sqrt{3}}{2} M_{sr} & 0 & 0 & L_r \end{pmatrix}$$

При добавлении первых и третьих рядов (16), и перестройки термов, уравнения двигателя могут быть выражены как:

$$\begin{pmatrix} V_{sa} \\ V_{sb} \\ V_{sc} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{sa} + \eta_{cc} i_{cc} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{d\theta_r}{dt} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{d\theta_r}{dt} & 0 \end{pmatrix} \cdot [L_{Tcc2}] \cdot \begin{pmatrix} i_{sa} + \eta_{cc} i_{cc} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{pmatrix} + [L_{Tcc2}] \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_{sa} + \eta_{cc} i_{cc} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{pmatrix} \quad (17)$$

$[L_{Tcc2}]$  - представляет собой полную матрицу индуктивностей после суммирования

$$[L_{Tcc2}] = \begin{pmatrix} (1+\eta_{cc})l_s & (1+\eta_{cc})m_s & (1+\eta_{cc})m_s & (1+\eta_{cc})M_{sr} & 0 \\ m_s & l_s & m_s & -\frac{1}{2}M_{sr} & \frac{\sqrt{3}}{2}M_{sr} \\ m_s & m_s & l_s & -\frac{1}{2}M_{sr} & -\frac{\sqrt{3}}{2}M_{sr} \\ (1+\eta_{cc})M_{sr} & -\frac{1}{2}M_{sr} & -\frac{1}{2}M_{sr} & L_r & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2}M_{sr} & -\frac{\sqrt{3}}{2}M_{sr} & 0 & L_r \end{pmatrix}$$

Деля первый ряд (17) на  $(1+\eta_{cc})$ , уравнения двигателя приобретают вид:

$$\begin{pmatrix} \frac{V_{sa}}{1+\eta_{cc}} \\ V_{sb} \\ V_{sc} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{R_s}{1+\eta_{cc}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{sa} + \eta_{cc}i_{cc} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{d\theta_r}{dt} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{d\theta_r}{dt} & 0 \end{pmatrix} [L_T] \begin{pmatrix} i_{sa} + \eta_{cc}i_{cc} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{pmatrix} + [L_T] \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_{sa} + \eta_{cc}i_{cc} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{pmatrix} \quad (18)$$

Последняя система уравнений дополнена электромагнитным вращающим моментом  $T_e$ , который получен из магнитного соenergy  $W_{co}$ .

$$\Gamma_e = [i_{sabccc}]^t \frac{\partial}{\partial \theta} [M_{sr}] [i_{rabc}] \quad (19)$$

$$\Gamma_e = [i_{sabccc}]^t \frac{\partial}{\partial \theta} [M_{sr}] [P(\theta_r)] [i_{rodq}] \quad (20)$$

$$\Gamma_e = [i_{sa} \quad i_{sb} \quad i_{sc} \quad i_{cc}] \sqrt{\frac{3}{2}} M_{sr} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & -\eta_{cc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{pmatrix} \quad (21)$$

$$\Gamma_e = \sqrt{\frac{3}{2}} M_{sr} \left( -(i_{sa} + \eta_{cc} i_{cc}) \times i_{rq} + \right. \\ \left. + i_{sb} \times \left( \frac{\sqrt{3}}{2} i_{rd} + \frac{1}{2} i_{rq} \right) + i_{sc} \times \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} i_{rd} + \frac{1}{2} i_{rq} \right) \right) \quad (22)$$

Следовательно, исходя из (10), (18) и (12), (22), мы можем заметить прекрасное сходство между напряжением в сети и межвитковыми короткими замыканиями, с падением напряжения в поврежденной фазе и значение ее сопротивления описывается отношением  $(1 + \eta_{cc})$ .

### III. МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Было выполнено моделирование несимметрии питающего напряжения и межвитковых коротких замыканий. На рис.1 показаны составляющие гармоники при несимметрии питающего напряжения, когда двигатель исправен. Мы отмечаем что 3-я гармоника и обратная последовательность появляется в спектрах общего тока при несимметрии напряжения в первой фазе статора.

На рис.2 показаны спектры токов вектора Парка в статоре с 10 % замкнувшихся витков в первой фазе обмотки статора. Это число ясно показывает почему составляющие обратной последовательности и третья гармоника в общем токе не могут использоваться как индикатор этого повреждения при наличии несимметрии напряжения в статоре.

Осциллограмма на рис. 3 показывает, что невозможно иметь симметрию питающего напряжения. Мы можем заметить присутствие всех гармоник, описывающихся следующей формулой:

$$f_{\text{sup ply}} = Kf, \quad K = 1,3,5,7,9,\dots \quad (23)$$

Рис. 4 подтверждает существование частотных компонентов в ряде токов (150 Гц, 250 Гц, 350 Гц .....) из-за несимметрии питающего напряжения, описанной ранее.

#### IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Переходная модель для асинхронного двигателя с межвитковыми замыканиями в обмотке статора на одной фазе получена с использованием системы отчета теории трансформации. Эта модель использовалась для сравнительного исследования межвитковых коротких замыканий и несимметрии питающего напряжения. Видно, что межвитковое короткое замыкание – это только падение напряжения в поврежденной фазе отношением  $(1 + \eta cc)$ , плюс изменение в его сопротивлении с тем же самым соотношением. Это подобие не может дать точный диагноз при несимметрии питающего напряжения.

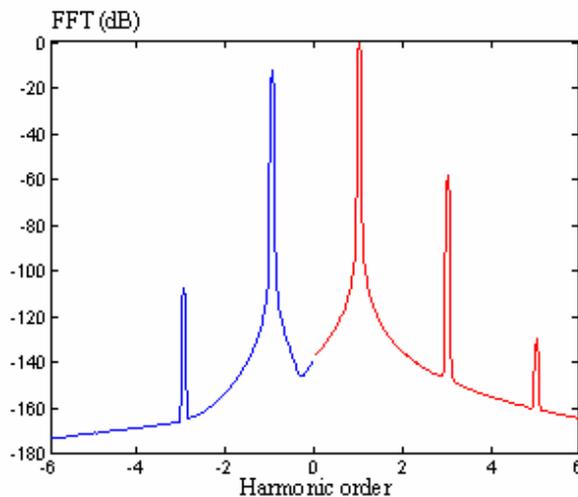


Рис. 1. Спектры токов статора вектора Парка с 15 % асимметрии питающего напряжения в фазе А.

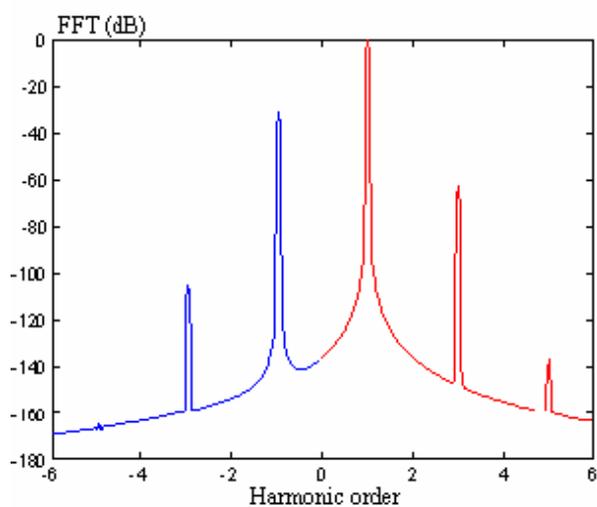


Рис. 2. Спектры токов статора вектора Парка с 10 % междувитковых коротких замыканий в фазе А статора.

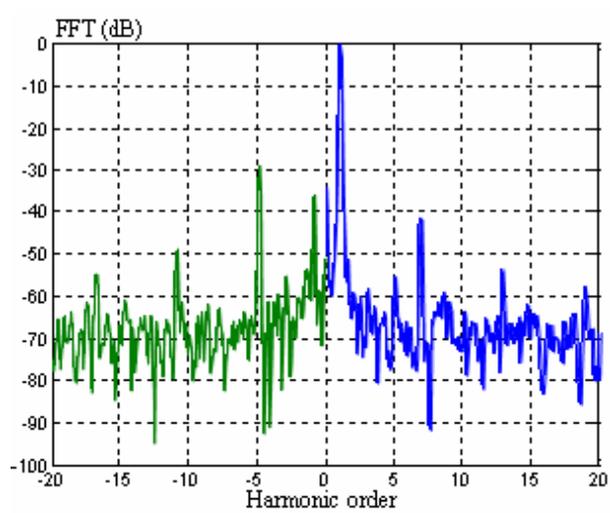


Рис. 3. Экспериментально записанные результаты. Спектры вектора Парка фазного напряжения.

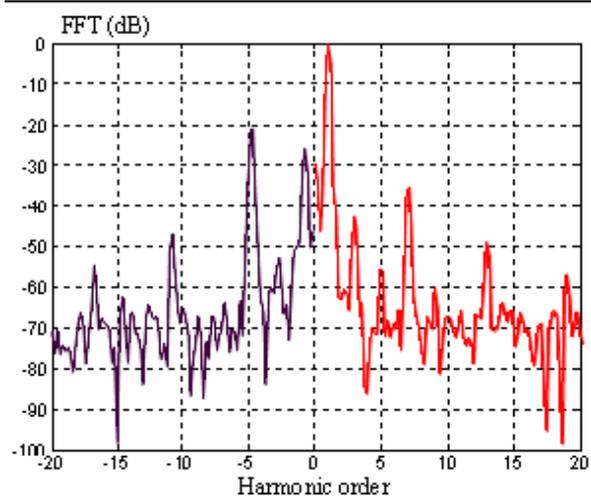


Рис. 4. Экспериментально полученные результаты. Спектры вектора Парка токов статора исправного двигателя с несимметрией питающего напряжения.