D.M. Marchenko, A.V. Boiko, M.V. Klipakov

Management of time-dependent dynamical regimes in the system "Vehicle – traction electric drive – rail track"

A theoretical study of the fundamental laws of formation chaotic structures in the development of nonstationary dynamical regimes of acceleration applied to the analysis of vertical displacements traction motor. The modified method of reconstructing the invariant characteristics of time series based on the calculation of the local index index of damage. Demonstrated the possibility of effective use of local indicators in the detection problem of identification of the transient regime, evolving as a result of collective self-organization of spatial effects tribokontakta.

Keywords: *dynamic chaos, traction drive, engine, transient dynamic regimes.*

Марченко Д.Н. – к.т.н., доцент кафедры железнодорожного транспорта Восточноукраинского национального университета им. В. Даля (г. Луганск);

Бойко А.В. – зав. отделением довузовской підготовки, профориентационной работы, трудоустройства и свіязей с випускниками Политехнического коледжа ЛНАУ (г. Луганск);

Клипаков Н.В. – старший преподаватель кафедры прикладной математики Восточноукраинского национального университета им. В. Даля (г. Луганск).

Рецензент: ***Пожидаев В.Ф.***, д.т.н., проф., заведующий кафедрой информатики Восточноукраинского национального университета им. В. Даля (г. Луганск).

УДК 621.833

П. Л. Носко, В.Е. Шисман, А.П. Карпов, Л.М. Чокнадий

г. Луганск

МОДЕЛЬ СОВМЕЩЕНИЯ СХВАТА МАНИПУЛЯТОРА С ОБЪЕКТОМ

Создана математическая модель для определения точности совмещения схвата манипулятора подъемно – транспортного робота с объектом подъема и транспортирования в заданную координату. При этом учитывается случайный характер погрешностей обобщенных координат. Рис. 1, ист. 3.

Создана математическая модель для определения точности совмещения схвата манипулятора подъемно-транспортного робота с объектом подъема и транспортирования в заданную координату. При этом учитывается случайный характер погрешностей обобщенных координат.

В конкретных условиях эксплуатации обобщенные координаты манипулятора отрабатываются с погрешностями. При этом погрешности имеют случайный характер с вероятностными характеристиками. В связи с этим, одной из наиболее важной подъемно-транспортной операцией является взятие произвольно ориентированным схватом манипулятора подъемно-транспортного робота (ПТР) объекта, который находится в неподвижной системе координат. В реальных условиях обобщенные координаты n-звенного манипулятора (рис. 1) полностью определяют положение схвата. Однако, для того, чтобы произвольно ориентированным схватом ПТР взять объект, зафиксированного в неподвижной системе координат, необходимо иметь соответствующее программное и информационное обеспечение, учитывающее случайный характер погрешностей отработки обобщенных координат. С целью создания соответствующего программного обеспечения в настоящей работе разработана математическая модель определения действительного значения обобщенных координат.

Математически задача сводится к тому, что необходимо обеспечить совмещение единичных векторов $\bar{N}$ и $\bar{N}_0$. При этом вектор $\bar{N}$ направлен по оси схвата и приложен в его центре (точка М), находящегося в подвижной системе координат $X_n Y_n Z_n$ n-звенного манипулятора ПТР. Вектор же $\overline{N}_0$ задан в неподвижной системе координат $X_0Y_0Z_0$ и направлен по оси груза и приложенного в точке М (рис. 1,а).

Однако, учитывая наличие случайных погрешностей, действительные значения вектора обобщенных координат неизвестны. В результате этих погрешностей возникают: – линейные погрешности ($\Delta x, \Delta y, \Delta z$) смещения точки М вдоль соответствующих осей; – угловая погрешность (а) отработки программного значения вектора обобщенных координат, угла между векторами $\overline{N}$ и $\overline{N}_0$ (рис. 1,а).

Рассмотрим n-звенный манипулятор (рис. 1, б). Пусть начало неподвижной системы координат совпадает с точкой О, где находится объект. Вектор $\overline{N}_0$ задан в неподвижной системе координат $\overline{N}_0 = \{N_0x_0; N_0y_0; N_0z_0$. Вектор $\overline{N}$ задан в подвижной системе координат $X_nY_nZ_n$, будет $\overline{N}_0 = \{Nx_n; Ny_n; Nz_n\}$.

Матрица перехода, учитывающая угловое перемещение имеет вид:

$$M_{on} = \begin{vmatrix} \cos(q_1 + q_2 + ... + q_n) & -\sin(q_1 + q_2 + ... + q_n) & 0 \\ \sin(q_1 + q_2 + ... + q_n) & \cos(q_1 + q_2 + ... + q_n) & 0 \end{vmatrix}. \quad (1)$$

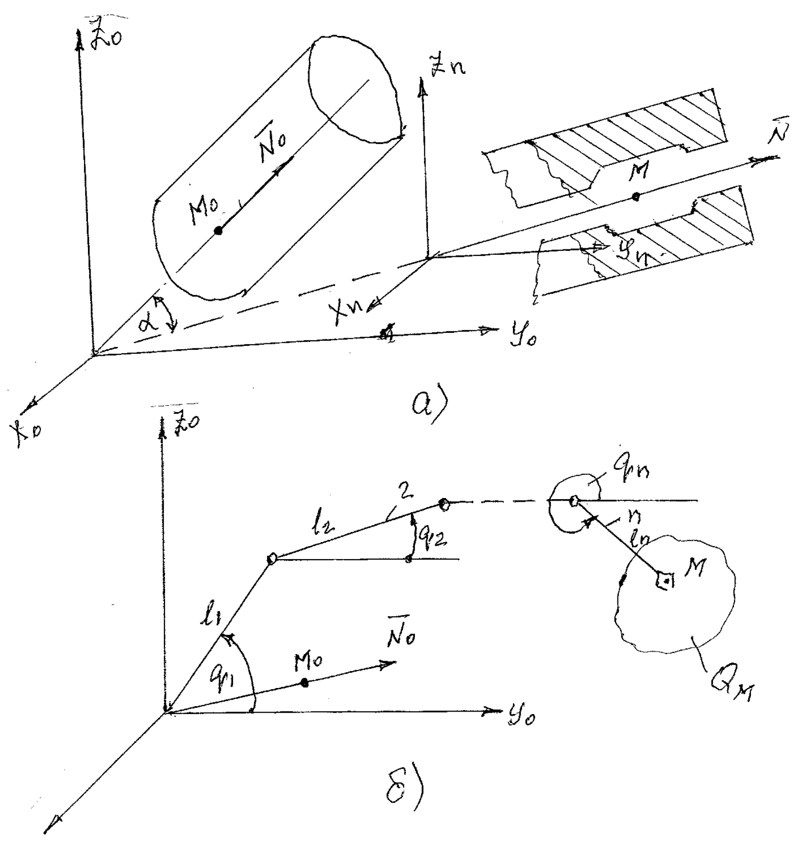

Рис. 1. Кинематическая схема n-звенного манипулятора ПТР

Величина угловой погрешности определяется так:

$$\alpha = \arccos(\overline{N}_0; M_{on}; \overline{N}) - \arccos[(N_{oxo}N_{Xn} + N_{oyo}N_{Yn})\cos(q_1 + q_2 + ... + q_n) +$$
$$(N_{oyo}N_{Xn} + N_{oxo}N_{Yn})\sin(q_1 + q_2 + ... + q_n) + N_{ozo}N_{Zn}] - \arccos[A\cos(q_1 + q_2 + ... + q_n - \gamma) + \quad (2)$$
$$+N_{oz}N_{Zn}],$$

где $A=\sqrt{(1-N_{ozo}^2)(1-N_{zn}^2)}=\left|\bar{N}_{o(XoYo)}\right|\cdot\left|\bar{N}_{(XnYn)}\right|$; $\bar{N}_{o(XoYo)}, \bar{N}_{(XnYn)}$ – проекции векторов $\bar{N}_o$ и $\bar{N}$ на плоскости, соответственно X_0Y_0 и X_nY_n.

Угол между проекциями векторов и на плоскости и можно определить как:

$$\phi = arctg\,\frac{N_{oYo}N_{xn}-N_{oXo}N_{Yn}}{N_{oXo}N_{Xn}-N_{oYo}N_{Yn}}. \qquad (3)$$

Отсюда следует, что угол φ принимает вид:

$$\phi=\begin{cases}(\bar{N}_{(XoYo)};\bar{N}_{XnYn}), & если \sin\phi\ge 0;\\ (-\bar{N}_{0(XoYo)};\bar{N}_{XnYn}), & если \sin\phi<0.\end{cases}$$

При взятии объекта схватом, введем область не совпадения векторов $\bar{N}$ и $\bar{N}_0$, которую обозначим Q_M. Эта область вызвана угловой погрешностью $\alpha(\bar{q})$ обобщенных координат и определяется неравенством:

$$\alpha(\bar{q})=\arccos[A\cos(q_1+q_2+...+q_n-\phi)+N_{ozo}N_z]\le\alpha_0. \qquad (4)$$

Обозначив $Q=q_1+q_2+...+q_n-\phi$, получим функцию вида:

$$\alpha(Q)=\arccos(A+N_{ozo}N_{Zn})\le\alpha\le\alpha\max=\arccos(-A+N_{ozo}N_{Zn}). \qquad (5)$$

Исследуем функцию $\alpha(Q)$.

При этом $$\alpha=\begin{cases}\alpha\min\, при\; Q-\gamma=0;\\ \alpha\max\, при\; Q-\gamma=\pi.\end{cases}$$

Решив неравенство (4), найдем область Q_M в явном виде:

$$Q_M=\left\{\begin{matrix}\bar{q}; Q=q_1+q_2+...+q_n-\phi\in[-\arccos\frac{\cos\alpha_0-N_{ozo}N_{zn}}{A}+2\pi d;\\ \arccos\frac{\cos\alpha_0-N_{ozo}N_{zn}}{A}+2\pi k],\ k=1,2...,n.\end{matrix}\right\} \qquad (6)$$

Пусть $\bar{q}_i=(q_1,q_2,...,q_n)$ – нормально распределенные случайные независимые величины с математическим ожиданием m_q и дисперсиями $\sigma_q^2 i$. Тогда величина распределения по нормальному закону с параметрами:

$$m_q=\sum_{i=1}^{n}m_{qi}-\phi;\sigma_q^2=\sum_{i=1}^{n}\sigma_{qi}^2.$$

Критерии точности манипулятора

$$P_M=\int_{Q_M}f(\bar{q})dq-\sum_{K=-\infty}^{\infty}P_K, \qquad (7)$$

где P_K – вероятность попадания случайной величины q в область (6).

Оптимизируя критерия (7), найдем при фиксированных значениях σ_{qi}, величину m_{qi}, при которых вероятность достигает максимума.

Дифференцируя (7), получим

$$\frac{dP_M}{d\alpha_o} = \frac{1}{\sigma_q\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{\sin\alpha_o}{\sqrt{A^2 - (\cos\alpha_o - N_{ozo}N_{zn}}} \times \sum_{K=-\infty}^{\infty} \ell \frac{(\arccos\frac{\cos\alpha_o - N_{ozo}N_{zn}}{A} + 2\pi K - m}{2\sigma q^2} +$$

$$+\ell - \frac{(\arccos\frac{\cos\alpha_o + N_{ozo}N_{zn}}{A} + 2\pi K - m_q)^2}{2\sigma q^2}.$$

После преобразований

$$\frac{\partial P_M}{\partial d_o} = \frac{\sin\alpha_o}{\pi\sqrt{A^2 - (\cos\alpha_o - N_{ozo}N_{zn})^2}}[1 + \sum_{K=1}^{\infty} \ell - \frac{K^2\sigma_q^2}{2} \cdot \left[\cos K\left(m_q - \arccos\frac{\cos\alpha_o - N_{ozo}N_{zn}}{A}\right)\right].$$

Т.к. при $d_0 = d_{\min}$; $F\left(d_{\min}\right) = 0$, то

$$P_M = \int_{d\,\min}^{d_o} \frac{\partial P_M}{\partial d_o} d\alpha_0 = \frac{1}{\pi}[\arccos\frac{\cos\alpha_0 + N_{ozo}N_{zn}}{A} +$$

$$+2\sum_{K=1}^{\infty}\left(\ell - \frac{\sigma^2}{2}\right)^{K^2} \frac{\cos Km_q}{K} \sin K\left(\arccos\frac{\cos\alpha_o + N_{ozo}N_{zn}}{A}\right).$$

Решение данного уравнения при $m_q = 0$. Следовательно, P_D имеет максимум с учетом $m_q = 0$ при любом значении $\alpha_o = [\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$, т.е. при любых m_{qi}, удовлетворяющих условию $\sum_{i=1}^{n} m_Q = \phi$. В этом случае, после соответствующих преобразований, получим:

$$S(\alpha_o) = \sum_{K=1}^{\infty}\left[erf\left(\frac{\arccos\frac{\cos\alpha_0 - N_{ozo}N_{zn}}{A} + 2\pi K}{\sigma_q\sqrt{2}}\right) - erf\left(\frac{\arccos\frac{\cos\alpha_0 - N_{ozo}N_{zn}}{A} + 2\pi K}{\phi(x)}\right)\right] \quad (8)$$

$$\le [1 - \frac{1}{2}(erf\,\frac{3\pi}{\sigma_q\sqrt{2}} + erf\,\frac{\pi}{\sigma_q\sqrt{2}})] + \frac{\sigma_q}{2}(\phi(\frac{\pi}{\sigma_q}) - \phi(\frac{3\pi}{\sigma_q})],$$

где $\phi(x) = \frac{1}{2\pi}e^{-\frac{x^2}{2}}$ – плотность нормального распределения.

Как показывают вычисления при $\sigma_q \le 0,01$; $S(\alpha_o) << 2\cdot10^{-5}$, следовательно, в дальнейшем $S(\alpha_o)$ можно пренебречь. В этом случае зависимость (8) принимает вид:

$$P_M = erf\left(\frac{\arccos\frac{\cos\alpha_0 - N_{ozo}N_{zn}}{A} + 2\pi K}{\sigma_q\sqrt{2}}\right). \qquad (9)$$

Таким образом, задаваясь исходными данными N_{ozo}; N_{zn}; σ_{qi}; α_0, выбираем σ_q так, чтобы выполнялось неравенство:

$$P_M = erf\left(\frac{\arccos\frac{\cos\alpha_0 - N_{ozo}N_{zn}}{A} + 2\pi K}{\sigma_q\sqrt{2}}\right) \ge P_0. \qquad (10)$$

Определив σ_q, находим сочетание σ_{qi}, удовлетворяющее условию $\sum\limits_{K=i}^{n}\sigma_{qi}^2 = \sigma_q^2$.

В связи с тем, что радиус-вектор точки M в системе координат связанного со схватом не является, в отличие от матрицы перехода, случайной величиной,то вероятность попадания в заданную область $Д$ полностью определяется вероятностью принадлежности матрицы перехода подмножеству $Д$. Следовательно, за критерий точности позиционирования примем $P_D = P(M_n \in D)$ (11). Пусть f – отображение множества Q всевозможных векторов $\overline{q}$ на множество

$$E_n.f : Q \to E_n; E_n = f(Q); \overline{q} \in Q; M_{on} \in E_n. \qquad (12)$$

Тогда, вероятность P_D равна вероятности попадания вектора $\overline{q}$ на Q_D, являющееся прообразом множества $Д$ при отображении f:

$$P_D = P(Mn \in D) = P(\overline{q} \in D) = P(\overline{q} \in Q_D);\ f(Q_D) = D. \qquad (13)$$

Задавшись законом распределения случайного вектора , можно найти:

$$P_D = \int\limits_{Q_D} dF(\overline{q}) = \int\limits_{Q_D} dF(\overline{q})dq, \qquad (14)$$

где $F(\overline{q})$ – функция распределения случайного вектора $\overline{q}$; $f(\overline{q})$ – плотность распределения случайного вектора $\overline{q}$.

Для ПТР особо важным является попадание центра схвата в пределы заданной области $Д$. Допускаемое отклонение определяется границей области $Д$, которая ограничивается размером $\left[E\right]$. Пусть положение $(\overline{r}_M^{(0)})$ центра схвата робота, а следовательно, и жестко связанного с ним груза, накладывается ограничение по отклонению действительного радиуса-вектора $\overline{r}_{Mq}^{(0)}$ от номинального положения $\overline{r}_{Mu}^{(0)}$ в пределах $\left[E\right]$. Т.е.

$$\overline{\rho}(\overline{r}_M^{(0)}; \Delta\overline{r}_M^{(0)}) \le [E], \qquad (15)$$

где $\Delta\overline{r}_M^{(0)} = \overline{r}_{Mq}^{(0)} - \overline{r}_{MU}^{(0)}$ – расстояние от действительного положения радиус-вектора груза до его желаемого положения; $\rho = \max\Delta\overline{r}_M^{(0)}$ – максимальное значение $\Delta\overline{r}_M^{(0)}$. Очевидно, область $Д$ допустимого отклонения определится из условия:

$$(\overline{r}_{MX}^{(0)}-\Delta\overline{r}_{MX}^{(0)})^2+(\overline{r}_{MY}^{(0)}-\Delta\overline{r}_{MY}^{(0)})^2+(\overline{r}_{MZ}^{(0)}-\Delta\overline{r}_{MZ}^{(0)})^2\le[E]^2, \qquad (16)$$

где $\overline{r}_{MX}^{(0)}$; $\overline{r}_{MY}^{(0)}$; $\overline{r}_{MZ}^{(0)}$; – проекции на соответствующие оси неподвижной системы координат $\Delta\overline{r}_{MX}^{(0)}$; $\Delta\overline{r}_{MY}^{(0)}$; $\Delta\overline{r}_{MZ}^{(0)}$ – проекции ошибки функции положения груза на соответствующие оси неподвижной системы координат.

Если в зависимости (16) учесть только знак равенства, то получим границу допустимой области. Следовательно, граница проекции области $Д$ на множество радиус-векторов $\overline{r}$ является сфера с центром в точке М – центра схвата, полученной при отработке идеальных значений обобщенных координат и радиусом $[E]$.

В общем случае, в 3-х мерном пространстве на положение центра схвата, т.е. $\Delta\overline{r}_{M}^{(0)}$ наложено ограничение по отклонению от заданной точки М:

$$\Delta\overline{r}_{M}^{(0)}(\Delta r_{MX}^{(0)};\Delta r_{MY}^{(0)};\Delta r_{MZ}^{(0)})$$
$$\rho(r_{M}^{(0)};\Delta\overline{r}_{M}^{(0)})\le E\,. \qquad (17)$$

Тогда область $Д$ определяется из условия:

$$(r_{MX}^{(0)}-\Delta r_{MX}^{(0)})^2+(r_{MY}^{(0)}-\Delta r_{MY}^{(0)})^2+(r_{MZ}^{(0)}-\Delta r_{MZ}^{(0)})^2\le E^2\,. \qquad (18)$$

Граница области $Д$ определяется знаком равенства в (18):

$$(r_{MX}^{(0)}-\Delta r_{MX}^{(0)})^2+(r_{MY}^{(0)}-\Delta r_{MY}^{(0)})^2+(r_{MZ}^{(0)}-\Delta r_{MZ}^{(0)})^2=E^2\,. \qquad (19)$$

Таким образом, граница проекции области $Д$ на множество векторов $\overline{p}$ является сферой с центром в точке M и радиусом E.

По данной математической модели определены допуски на погрешности обобщенных координат ПТР для приборостроения ПР – А1 [1] , [3] и для кузнечно-прессовых операций [2].

Выводы. Разработана математическая модель для определения допусков на погрешности обобщенных координат манипулятора подъемно-транспортного робота, позволяющие обеспечить быстрое определение схватом робота координаты нахождения груза, для подъема и его транспортирования.

Литература

1. Шисман В.Е. Анализ и синтез допусков на погрешности элементов кинематических цепей промышленных роботов, применяемых в приборостроении // Тез. докл. Всесоюзной научно-техн. конф. «Технологические пути экономии трудовых и материальных ресурсов и интенсификации производства в приборостроении». – Суздаль, 1983. – С. 286-290.
2. Шисман В.Е. Определение допусков на погрешности промышленных роботов применяемых в КШП // Тезисы докл. Всесоюзной научно-техн. конф. «Инженерные проблемы автоматизации и улучшения условий труда в кузнечно-штамповочном производстве». – М, 1984. – С. 52-58.
3. Шисман В.Е. Точность роботов и робототехнических систем. – Харьков: Вища школа, 1988. – 154 с.

References

1. Shisman V.E. Analiz i sintez dopuskov na pogreshnosti jelementov kinematicheskih cepej promyshlennyh robotov, primenjaemyh v priborostroenii // Tez. dokl. Vsesojuznoj nauchno-tehn. konf. «Tehnologicheskie puti jekonomii trudovyh i material'nyh resursov i intensifikacii proizvodstva v priborostroenii». – Suzdal', 1983. – S. 286-290.

2. Shisman V.E. Opredelenie dopuskov na pogreshnosti promyshlennyh robotov primenjaemyh v KShP // Tezisy dokl. Vsesojuznoj nauchno-tehn. konf. «Inzhenernye problemy avtomatizacii i uluchshenija uslovij truda v kuznechno-shtampovochnom proizvodstve». – M, 1984. – S. 52-58.

3. Shisman V.E. Tochnost' robotov i robototehnicheskih sistem. – Har'kov: Viwa shkola, 1988. – 154 s.

Створено математичну модель для визначення точності суміщення схоплювання маніпулятора підйомно-транспортного робота з об'єктом підйому й транспортування в задану координату. При цьому враховується випадковий характер погрішностей узагальнених координат. Рис. 1, джер. 3.

A mathematical model for determination the accuracy of overlapping of manipulator's gripper pick-and-place robot with the object of lifting and transportation in the specified coordinate is built. This takes into account the random nature of the errors of generalized coordinate. Fig. 1, source. 3.

Носко Павло Леонідович – докт. техн. наук, професор, зав. кафедри «Машинознавство» Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля (м. Луганськ);

Шисман Володимир Юхимович – канд. техн. наук, доцент кафедри «Машинознавство» Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля (м. Луганськ);

Карпов Олексій Петрович – канд. техн. наук, доцент кафедри «Машинознавство» Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля (м. Луганськ);

Чокнадій Лідія Миронівна – асистент кафедри «Машинознавство» Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля (м. Луганськ).

Рецензент: ***Утутов М.Л.***, докт. техн. наук, професор кафедри «Машинознавство» Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля (м. Луганськ).

УДК 519.61

Ю.И. Статывка, А.С. Тимошин

г. Луганск

НЕКОТОРЫЕ АЛГОРИТМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ

В статье рассмотрены некоторые задачи компьютерной алгебры, связанные с матричными вычислениями и квадратичными формами. Реализация соответствующих алгоритмов предлагается в известной системе символьных вычислений Maxima.

Ключевые слова: *компьютерная алгебра, система Maxima, алгоритм Барейса, преобразование Якоби.*

Постановка проблемы. Современная компьютерная алгебра неразрывно связана с применением компьютерной вычислительной техники, и особенно с тем программным обеспечением, к которому относятся прикладные математические пакеты. К числу мощных профессиональных математических пакетов можно отнести такие пакеты как MatLab и Scilab. Существенная разница между этими пакетами состоит в том, что Scilab – программа с открытым исходным кодом, а MatLab таковой не является. Эти пакеты объединяет то, что они изначально тяготеют к выполнению численных расчетов. И хотя в MatLab включены многие средства символьных вычислений, все же наиболее эффективными современными системами аналитических вычислений, являются такие системы как Maple, Maxima, Mathematica. Например, система Maxima имеет современный пользовательский интерфейс, мощные средства визуализации всех этапов работы, большой набор функций и специальных пакетов. Однако, есть ряд задач, в частности вычисление определителя матрицы без использования дробей, изучение которой является достаточно важным как в теоретическом, та и в методическом аспекте.