

УДК 664.143/.149.014/.019

## К ВОПРОСУ КЛАССИФИКАЦИИ СПЛОШНЫХ СРЕД ПО РЕОЛОГИЧЕСКИМ СВОЙСТВАМ

Корячкин В.П.

*Орловский государственный технический университет, Орёл*

**Разработана концепция деформационного поведения сплошных сред, заключающаяся в том, что на их сдвиговое течение влияет соотношение упругих и пластичных свойств, которое изменяется в зависимости от скорости сдвига. Анализ кривых течения широкого спектра сплошных сред позволил предложить характерные и принципиально различные реологические уравнения состояния, которые позволяют оценить соотношение упругости и пластичности объектов исследования. Получена формула производительности для круглых сквозных каналов применительно к течению в них упруго - вязко - пластичных и пластично - вязко - упругих сред с учетом их реологических характеристик и эффекта пристенного скольжения ( $\Pi$  – эффекта).**

Современными технологиями поточного производства продукции в различных отраслях промышленности перерабатывают широкий спектр сплошных сред, обладающих значительными пластичными свойствами.

К пластичным средам относятся такие, у которых упругие деформации пренебрежимо малы [1]. Однако, именно упругие деформации оказывают существенное влияние на характер деформационного поведения тиксотропных пластичных дисперсных сред, что обуславливает особенность их сдвигового течения в сквозных каналах измерительных приборов и технологического оборудования.

Особенностью сплошных пластичных сред является то, что их течение в сквозных каналах характеризуется соотношением упругости и пластичности, количественная величина которого изменяется в зависимости от скорости сдвига.

Кроме этого, при течении в трубах межоперационного транспорта, в сквозных каналах формующих прессов и других рабочих зонах технологического оборудования пластичные дисперсные среды проявляют эффект пристенного скольжения, или  $\Pi$  – эффект, который необходимо учитывать в инженерных расчетах, поскольку он влияет на производительность.

Графики кривых течения пластичных сред, получаемые в широком диапазоне скоростей сдвига, как правило, не только нелинейные, но и имеют кривизну разного направления. При этом выпуклость участка графика кривой течения может быть обращена к оси касательного напряжения или к оси скорости сдвига.

Участки нелинейных графиков кривых течения сплошных сред, обладающих пластическими свойствами, в логарифмических координатах

$\lg \theta = \lg \theta (\lg \dot{\gamma})$ , обращенные к разным осям

координат разделяются точкой смены направления кривизны графиков, так называемыми точками перегиба.

На рисунке 1 представлены схемы характерных графиков кривых течения сплошных сред, обладающих пластическими свойствами, изображенные в безразмерных координатах с точками перегиба А и В, в которых происходит смена направления кривизны графиков  $\lg \theta = \lg \theta (\lg \dot{\gamma})$ .

Из рисунка 1 видно, что с увеличением скорости сдвига  $\dot{\gamma}$  направление выпуклости графика кривой течения (1) в точке А(20, 8) изменяется с направления к оси  $\lg \theta$  на направление к оси  $\lg \dot{\gamma}$ . А направление выпуклости графика кривой течения (2) изменяется в точке В(20, 3) в обратной последовательности, то есть с направления к оси  $\lg \dot{\gamma}$  на направление к оси  $\lg \theta$ .

Для обозначения направления кривизны участков графиков кривых течения  $\lg q = \lg q (\lg \dot{\gamma})$  введем знаки «+» и «-». При этом если кривая течения обращена выпуклостью к оси  $\lg \dot{\gamma}$ , ей присваивают знак «+», а если кривая течения обращена выпуклостью к оси  $\lg \theta$  - знак «-». Эти же знаки следует учитывать при написании реологических уравнений состояния пластичных материалов, проставляя их перед основной реологической характеристикой пластичных материалов – предельным напряжением сдвига  $q_0$ , поскольку на кривизну зависимостей касательного напряжения от скорости сдвига в логарифмических координатах влияет  $\theta_0$ .

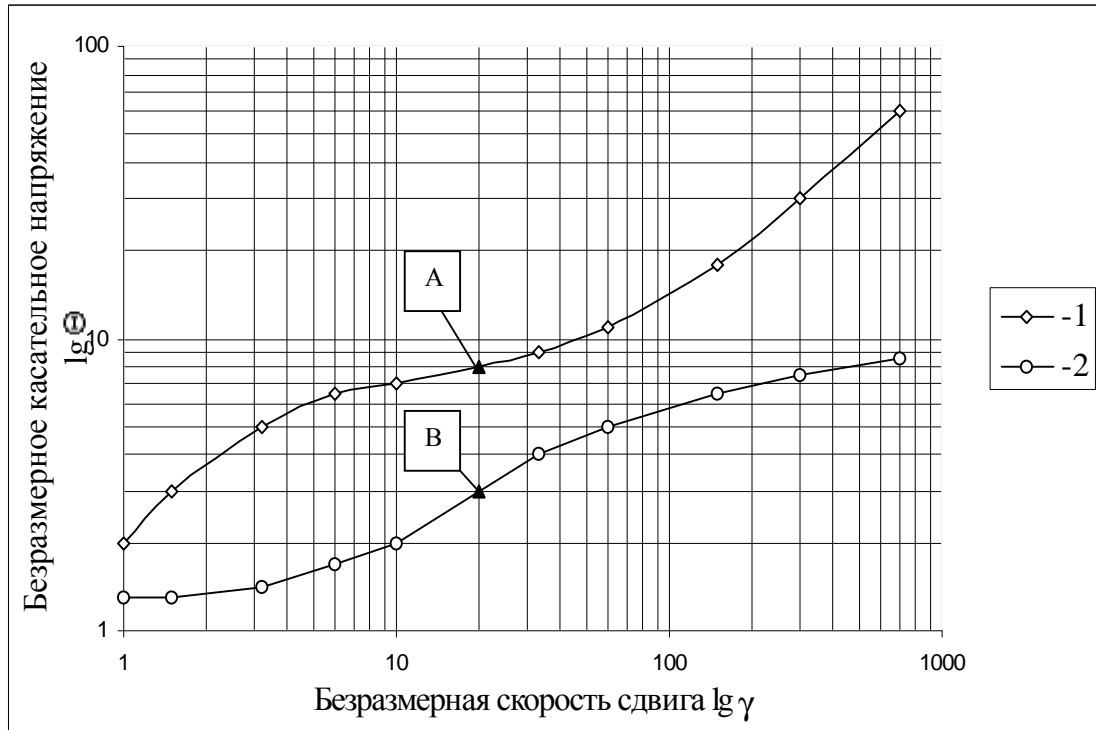


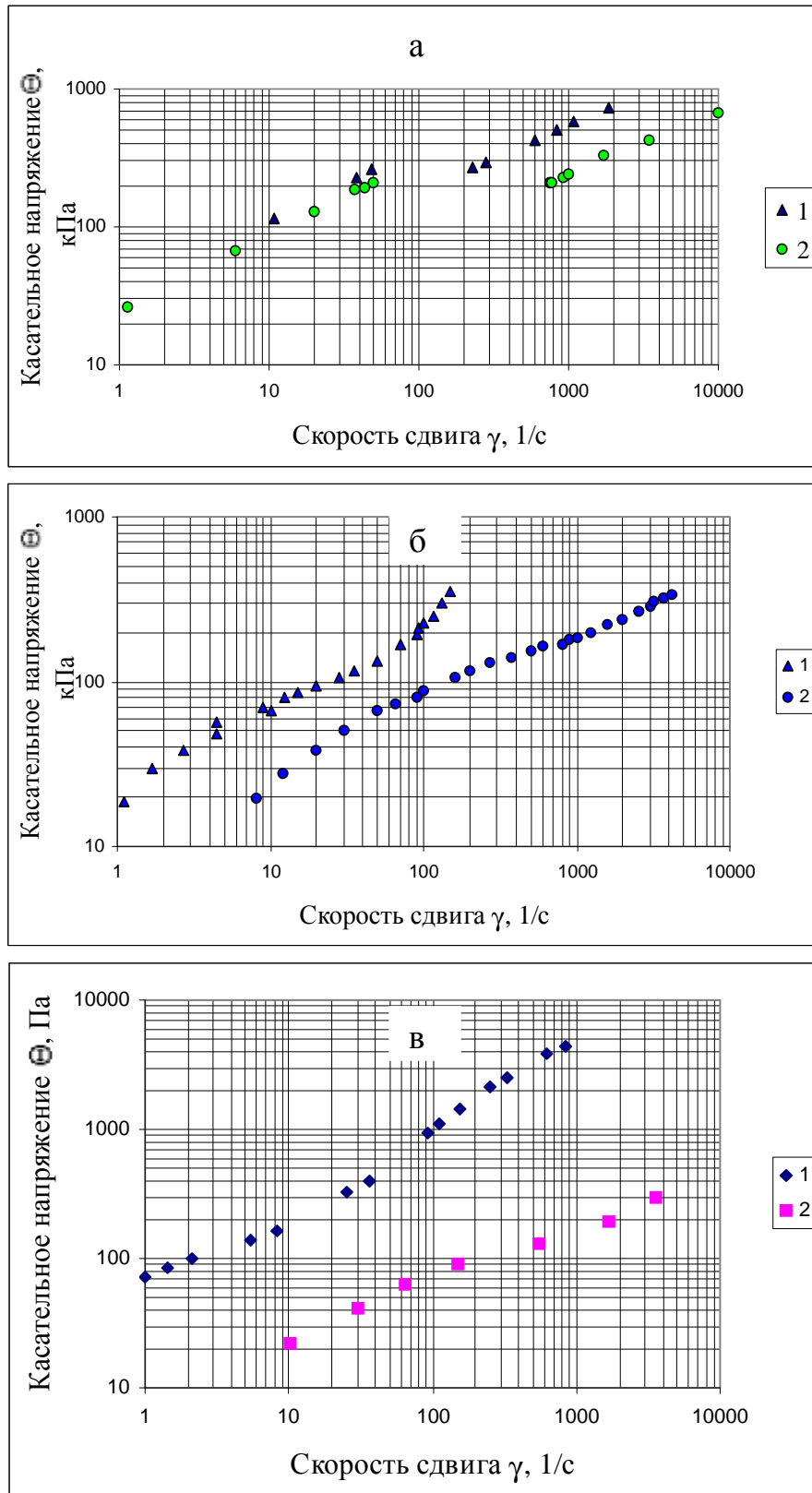
Рисунок 1. Схемы графиков кривых течения в логарифмических координатах

Если в реологические уравнения состояния входят символы предельного напряжения сдвига  $\theta_0$  со знаками  $\pm \theta_0$  и  $m\theta_0$ , то это означает следующее. Данные реологические уравнения состояния соответственно описывают кривые течения пластичных сред с точкой перегиба, в которой изменяется направление выпуклости графика  $\lg \theta = \lg \theta(\lg \gamma)$  от оси  $\lg \gamma$  к оси  $\lg \theta$  и от оси  $\lg \theta$  к оси  $\lg \gamma$ .

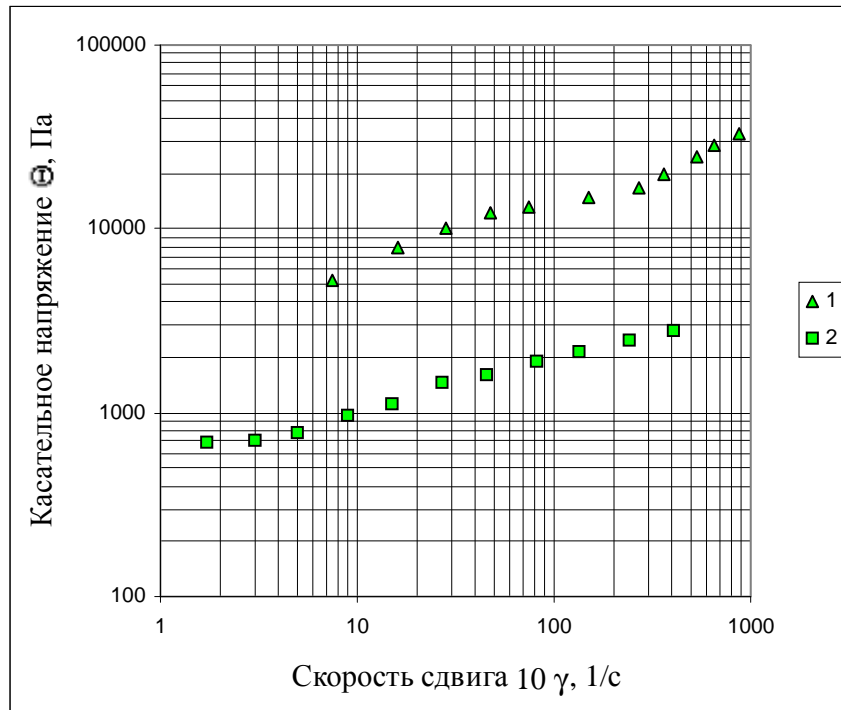
$$q = \frac{(mq_0)^2}{q} + K g^n ; \quad (1)$$

$$q = \frac{(\pm q_0)^2}{q} + K g^n , \quad (2)$$

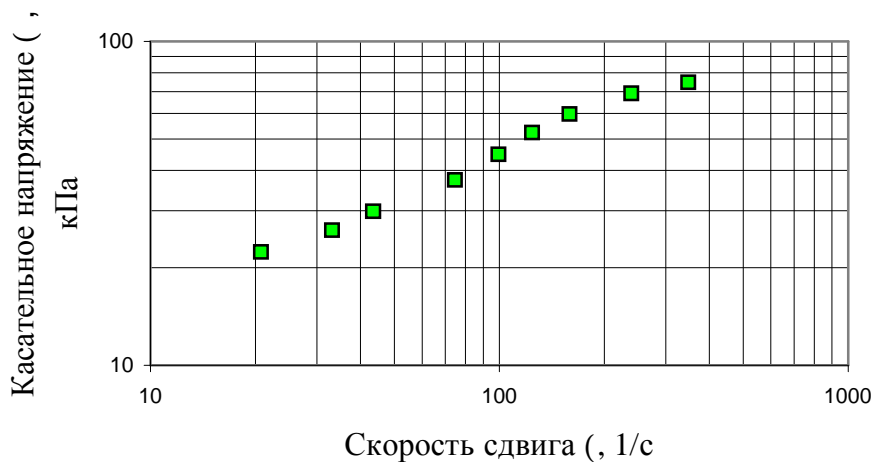
На рисунках 2, 3 и 4 представлены экспериментальные кривые течения полиэтилена [2], ацетат целлюлозы [3], консистентных смазок [4] и некоторых кондитерских сред [5, 6, 7], которые по характеру кривизны графиков относятся к первой и второй группам и могут быть описаны соответствующими реологическими уравнениями состояния (1) или (2).



**Рисунок 2.** Кривые течения: а - линейного полиэтилена при отношении длины капилляра к диаметру: 1 – 3,65 и 2 – 16 (температура 152 °С) [2]; б - ацетат целлюлозы при температуре: 1 - 190 °С и 2 - 210 °С [3]; в – 1 - смазки ГОИ – 54п при температуре 15°С и 2 - солидола жирового при температуре 20°С [4].



**Рисунок 3.** Кривые течения: 1 - песочное тесто с 20% яблочной пасты, 2 – жировая начинка для вафельных изделий [5, 6].



**Рисунок 4.** Кривая течения ржаного теста для коржиков - с 10% отрубей.

Кривые течения 1, 2а; 1,2 б и 2в, изображенные на рисунке 2, а также кривая течения 1 – на рисунке 3 относятся к первой группе и описываются реологическим уравнением состояния (1). Эти графики кривых течения показывают, что с ростом скорости сдвига происходит смена упруго-вязкого течения на пластично – вязкое.

Кривая течения ржаного теста с отрубями для коржиков (рисунок 4) подобна кривой течения для жировой начинки, представленной на рисунке 3б, и может быть описана с высокой точностью реологическим уравнением состояния (2).

Кривые течения 1 и 2 (рисунок 2в) и (рисунок 3), включая кривую течения на рисунке 4, в области малых значений скорости сдвига обращены выпуклостью к оси скорости сдвига. С ростом скорости сдвига кривизна графика меняется на противоположное направление и для данных кривых течения предлагается реологическое уравнение состояния (2). Такая очередность знаков у символа предельного напряжения сдвига ( $\pm q_0$ ) в реологическом уравнении состояния указывает на преобладание пластических свойств, проявляемых средой при течении в диа-

пазоне малых значений скорости сдвига. С ростом скорости сдвига пластично-вязкое течение среды меняется на упруго-вязкое с отрицательным значением предельного напряжения сдвига, что говорит о превосходящих упругих свойствах, проявляемых средой в области высоких скоростей сдвига.

На рисунках 5 и 6 приведены схемы кривых течения, изображенные в прямоугольной декартовой системе координат и относящиеся к первой и второй группам, что соответствует реологическим уравнениям состояния (1) и (2). Из ри-

сунков 5 и 6 очевидно пояснение знаков «+» и «-» перед символом предельного напряжения сдвига.

От проявления сплошными средами преобладающих упругих или пластичных свойств в зависимости от скорости течения будет определяться величина производительности сквозных каналов, в которых транспортируется сплошная среда. Поэтому целесообразно знать закономерности, от которых зависит производительность.

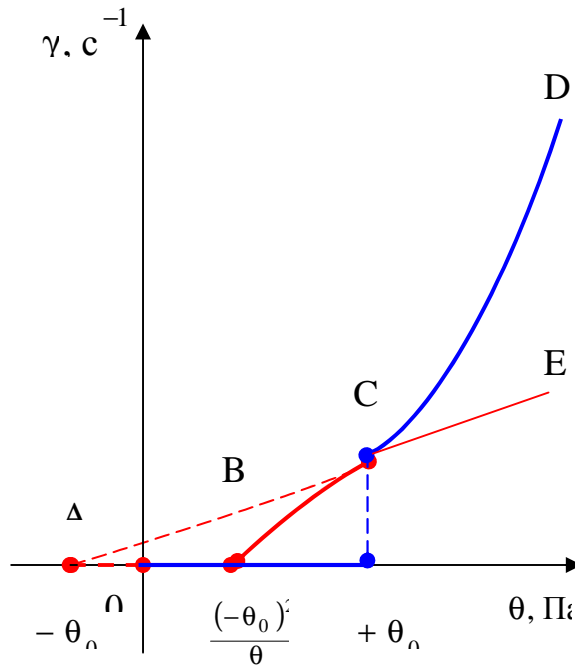
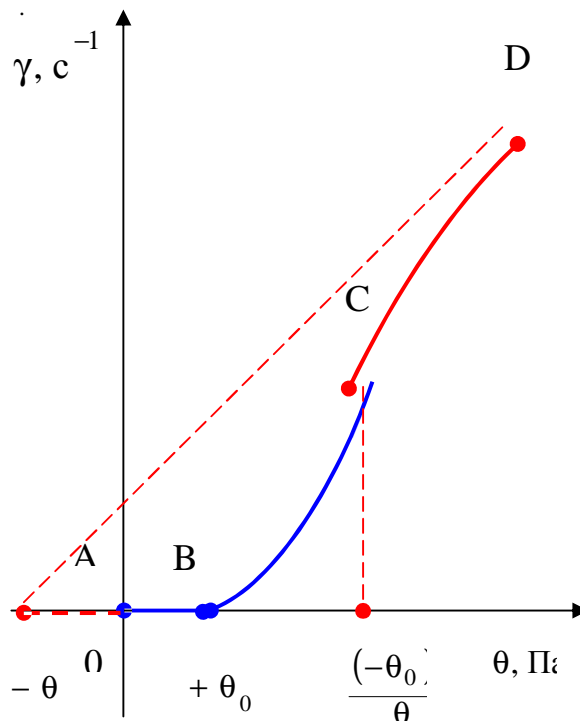


Рисунок 5. Схема кривой течения упруго – вязко - пластической среды



**Рисунок 6.** Схема кривой течения пластично – вязко - упругой среды

Определим производительность сквозных каналов с круглым профилем поперечного сечения при течении в них дисперсных сред с учетом пристенного скольжения. С этой целью запишем уравнение Навье – Стокса в напряжениях на ось  $z$  канала:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\theta_{rz}) = \frac{\partial p}{\partial z}. \quad (3)$$

После интегрирования (3) получим:

$$\theta_{rz} = \frac{r}{2} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{C_1}{r}; C_1 = 0 \quad (4)$$

Реологическое уравнение состояния (1) запишем в виде:

$$\theta = \frac{\theta_{0\alpha}^2}{\theta} + \left[ K \left( \frac{-du}{dr} \right) \right]^{\frac{1}{m}} \quad (5)$$

где  $m = \frac{1}{n}$  - величина, обратная индексу течения.

Преобразуем (5) с учетом (4), получим дифференциальное уравнение течения пластической среды в сквозном канале с круглым профилем поперечного сечения:

$$dU = - \left( \frac{\Delta p}{2l} \right)^m \cdot \frac{1}{K} (r - r_0)^m dr \quad (6)$$

Решением (6) с учетом граничных условий:

$$\text{при } \begin{cases} r = R \\ U_R = \beta\theta; U_R \neq 0 \end{cases}$$

будет:

$$U = \frac{2l}{K(m+1)\Delta p} \left[ (\theta - \theta_{0\alpha})^{m+1} - \frac{\Delta p}{2l} (r - r_0)^{m+1} \right] + \beta\theta \quad (7)$$

где  $\beta$  - коэффициент скольжения, учитывающий П - эффект.

Выражение расхода определим как сумму центрального квази - твердого ядра и периферийной кольцевой области:

$$Q = Q_{r < r_0} + Q_{r_0 < r < R} \quad (8)$$

Скорость ядра потока:

Расход центральной части потока:

$$Q_{r < r_0} = \pi r_0^2 U_0; Q_{r_0 < r < R} = \frac{\pi R^3}{\theta^5} \theta_0^4 \left[ \frac{\left( \theta - \frac{\theta_{0\alpha}^2}{\theta} \right)^{m+1}}{K(m+1)} + \beta \frac{\theta^2}{R} \right] \quad (9)$$

Расход периферийной части

$$Q_{r_0 < r < R} = 2\pi \int_{r_0}^R U r dr;$$

$$Q_{r_0 < r < R} = 2\pi \frac{2l \left( q - \frac{q_{0a}^2}{q} \right)^{m+1}}{K(m+1)\Delta p} \cdot \int_{r_0}^R U r dr - 2\pi \frac{2l}{K(m+1)\Delta p} \cdot \int_{r_0}^R U r dr \quad (10)$$

$$\cdot \int_{r_0}^R \left( \frac{\Delta p}{2l} r - \frac{q_{0a}^2}{q} \right)^{m+1} r dr + 2\pi b q \int_{r_0}^R r dr$$

Решением (10) будет:

$$Q_{r_0 < r < R} = \frac{\pi \left( \theta - \frac{\theta_{0\alpha}^2}{\theta} \right)^{m+1}}{K \left( \frac{\Delta p}{2l} \right)^{m+1}} R^2 - \pi \theta_{0\alpha}^2 \frac{2l}{\Delta p} \frac{\left( \theta - \frac{\theta_{0\alpha}^2}{\theta} \right)^{m+1}}{K \left( \frac{\Delta p}{2l} \right)^{m+1}} - 2\pi \frac{\left( \theta - \frac{\theta_{0\alpha}^2}{\theta} \right)^{m+2}}{K \left( \frac{\Delta p}{2l} \right)^2 (m+1)(m+2)} R + \frac{\left( \theta - \frac{\theta_{0\alpha}^2}{\theta} \right)^{m+3}}{K \left( \frac{\Delta p}{2l} \right)^3 (m+1)(m+2)(m+3)} + \frac{\theta^3 - \theta \left( \frac{\theta_{0\alpha}^2}{\theta} \right)^2}{\left( \frac{\Delta p}{2l} \right)^2} \quad (11)$$

Расход по всему круглому поперечному сечению канала с учетом эффекта пристенного скольжения (П-эффект):

$$Q = \frac{pR^3}{Kq^3} \left( q - \frac{q_{0a}^2}{q} \right)^{m+1} \times \left[ \frac{2 \left( q - \frac{q_{0a}^2}{q} \right)^2}{(m+1)(m+2)(m+3)} - \frac{2q \left( q - \frac{q_{0a}^2}{q} \right)}{(m+1)(m+2)} + \frac{q^2}{(m+1)} \right] + b \frac{q}{R} \quad (12)$$

По уравнению (12) можно определить производительность сквозных каналов с учетом эффекта пристенного скольжения среды, обладающей пластичными свойствами, относительно стенки канала.

Пристенное скольжение или П-эффект является характерным для пластичных дисперсных сред. Если напряжение на стенке канала не превосходит значения предельного напряжения сдвига сплошной среды, то сохраняется внут-

ренная структура среды и она скользит по стенкам сквозного канала подобно твердой пробке. Повышение нагрузки приводит к переходу через предел пластической прочности среды вблизи стенки канала и в пристенной области возникает вязкое течение, а область неразрушенной структуры сохраняется вблизи оси потока, начиная с того значения радиуса, на котором напряжение сдвига достигает значения предельного напряжения сдвига дисперсной среды. Механизм пристенного скольжения характерен для высоконаполненных полимеров, консистентных смазок и широкого спектра пищевых дисперсных материалов, обладающих пластичными свойствами.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тябин Н.В. Реологическая кибернетика, часть 1. – Волгоград.: Волгоградская правда, 1977. - 111 с.
2. Торнер Р.В. Теоретические основы переработки полимеров. – М.: Химия, 1977. – 462 с.
3. Бернхард Э. Переработка термопластичных материалов. – М.: Химия, 1965. – 747 с.
4. Фройштетер Г.Б., Трилиский К.К., Ищук Ю.Л., Ступак П.М. Реологические и теплофизические свойства пластичных смазок. – М.: Химия, 1980. – 175 с.
5. Корячкин В.П., Ермолаев В.Д. Расчет параметров свойств пищевых систем. - Кемерово.: ЦНТИ, 1982. - № 297. - 3 с.
6. Корячкин В.П., Мачихин Ю.А. Комплект макетов устройств для анализа качества формирования кондитерских масс в изделия. Новые методы контроля технологических процессов и качество продукции: Сборник научных трудов. – Новосибирск: СО РАСХН, 1991.
7. Корячкин В.П. Установка для обработки пищевых сред давлением. Индустрия образования: Сборник статей. Выпуск 3. – М: МГИУ, 2002. – С. 105 – 110.
8. Корячкин В.П. Особенности стационарного течения сплошных пластических сред в сквозных каналах с учетом пристенного скольжения//Современные наукоемкие технологии. – 2004, № 2, С 12 - 18.

#### **THE REOLOGICAL PROPERTIES OF A FATTY FILLING WITH A FRUIT COMPONENT FOR THE CONFECTIONERY GOODS**

Koriychkin V.P.

The fruit component is the valuably raw material component for confectionery manufactures. There are research results of the reological properties of the fatty filling with the fruit component for confectionery goods carried out by the rotary viscosimetry method in the article. The fatty filling with the fruit component can be imagined as a non - Newtonian solid disperse medium with the thixotrope properties. There are the reological equations for the description of the fatty filling stream with the fruit component are proposed. The parameters of the reological equations are determined and presented as the graphs. Calculated parameters of the reological equations of the filling depending on the fruit component content can be applied in engineer calculations for perfecting technologies and equipment in new kinds production of confectionery goods.