

Моделирование точности формирования отверстий при сверлении

к.т.н. С. В. Сергеев // ЮУрГУ, филиал в г. Златоусте Челябинской обл.

Получение отверстий с повышенными требованиями по точности посредством концевых мерных многолезвийных инструментов (КММИ) является весьма сложной технологической задачей. На практике, как правило, при проектировании технологических процессов технологи используют различные справочные данные, являющиеся весьма усредненными и не учитывающими особенности конкретной операции. Вместе с тем, в этих материалах отсутствуют какие-либо данные об отрицательном влиянии вибраций на точность формообразования отверстий, хотя в ряде литературных источников [1–3] указано на то, что неотъемлемым свойством резания металлов как технологического процесса является наличие вибраций, вызванных самим ходом процесса или внешними возмущающими факторами. В связи с этим возникает необходимость создания методики проектирования операций обработки отверстий с учетом возникающих вибраций инструментов.

Такие данные можно получить на основе проведения компьютерных и натурных экспериментов, для чего необходимы математические модели расчета точности формообразования отверстий КММИ, учитывающие динамические факторы, но для этого сначала нужно исследовать механизм образования погрешностей.

Динамическая неустойчивость даже геометрически симметрично заточенного КММИ приводит к возникновению поперечных автоколебаний и, следовательно, к спонтанному нарушению симметрии инструмента, например, кинематических углов резания, а значит и коэффициентов резания, то есть возникает кинематическая диссимметрия инструмента [4].

Отметим, что собственная динамическая устойчивость процесса внедрения в твердую среду КММИ может достигаться лишь при значительной геометрической асимметрии инструмента. Это возможно, например, при обработке отверстий плавающими расточными пластинами, ружейными инструментами. В этих случаях быстрых поперечных автоколебаний не возникает, а инерционными силами можно пренебречь.

Методика проведения исследований

Рассмотрим работу двухлезвийного спирального сверла, схема которой представлены на рис. 1. Если в первом приближении пренебречь тангенциально-поперечными силами и перемещениями, дающими составляющие по-

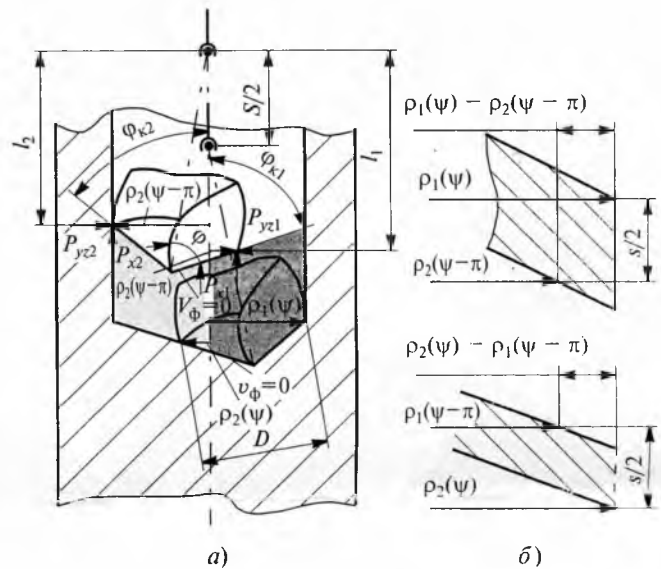


Рис. 1. Схема формирования увода оси отверстия в его продольном сечении (а) и определение площадей срезаемых слоев (б)

решности при динамической устойчивости процесса, то уравнение статического равновесия двухлезвийного инструмента имеет вид:

$$P_{yz1}l_1 - P_{x1}\rho_1(\psi) = P_{yz2}l_2 - P_{x2}\rho_2(\psi), \quad (1)$$

где P_{yz1} и P_{yz2} — радиальные составляющие силы резания на первом и втором лезвиях инструмента; P_{x1} и P_{x2} — продольные составляющие силы резания на этих лезвиях; $\rho_1(\psi)$ и $\rho_2(\psi)$ — текущие радиус-векторы вершин этих лезвий; $\psi = \omega_{вр}t$ — текущий угол поворота инструмента; $l_1 = l_2 = l$ — расстояние от вершин лезвий до полного поворота.

При $l \gg D$ и при $\phi < 90^\circ$, моментами от продольных сил можно пренебречь. Тогда уравнение (1) статического равновесия можно выразить формулой:

$$P_{yz1} = P_{yz2}, \quad (2)$$

при этом оно дополняется геометрическим соотношением:

$$\rho_1(\psi) + \rho_2(\psi) = D. \quad (3)$$

Силы, входящие в уравнение статического равновесия, приблизительно пропорциональны площадям f_1

и f_2 срезаемых слоев и коэффициентам K_{y1} и K_{y2} резания инструмента:

$$P_{y21} = K_{y1}\Delta_1 = K_{y1}a_1b_1; \quad (4)$$

$$P_{y22} = K_{y2}\Delta_2 = K_{y2}a_2b_2, \quad (5)$$

где a_i и b_i — соответственно толщина и ширина срезаемого слоя.

Из рис. 1 видно, что:

$$f_1 = \rho_1(\psi) \left[\frac{s}{2} + \frac{\rho_1(\psi) - \rho_2(\psi)}{\operatorname{tg}\varphi} \right]; \quad (6)$$

$$f_2 = \rho_2(\psi) \left[\frac{s}{2} + \frac{\rho_2(\psi) - \rho_1(\psi - \pi)}{\operatorname{tg}\varphi} \right]. \quad (7)$$

Подставляя равенства (3–7) в формулу (2) и исключая $\rho_2(\psi)$, получим нелинейное разностное уравнение относительно $\rho_1(\psi)$:

$$K_{y1}\rho_1(\psi) \left[\frac{s}{2} + \frac{\rho_1(\psi) + \rho_1(\psi - \pi) - D}{\operatorname{tg}\varphi} \right] = \\ = K_{y2}(D - \rho_1(\psi)) \left[\frac{s}{2} + \frac{D - \rho_1(\psi) - \rho_1(\psi - \pi)}{\operatorname{tg}\varphi} \right]. \quad (8)$$

Численные решения нелинейного разностного уравнения (8) показывают, что при $K_{y1} \neq K_{y2}$ и при

$$s = s_0 + \Delta s \sin(\psi - \psi_0), \quad (9)$$

(где ψ_0 — произвольный угол сдвига фазы), т. е. при наличии продольных колебаний геометрически симметричного инструмента с амплитудой Δs и частотой, равной частоте вращения ($\psi = \omega_{\text{вр}}t$), наблюдается поперечное смещение инструмента [4 и 5], т. е. зенитное искривление оси отверстия, направление которого зависит от сдвига фаз ψ_0 продольных колебаний. Об этом свидетельствуют результаты (рис. 2) численного компьютерного моделирования сверления методом конечных элементов в пакете ANSYS/LS-DYNA, а также результаты натурального эксперимента.

Следует отметить, что искривление наблюдается в том угловом направлении, в котором оказывается как бы более острое лезвие инструмента (у которого мгновенная фактическая скорость $v_{\text{ф}} \neq 0$) в моменты, когда подача s — максимальная. Численные расчеты, показывают, что интенсивность искривления тем больше, чем больше соотношения K_{y1}/K_{y2} или K_{y2}/K_{y1} .

В частности, при $K_{y2} \gg K_{y1}$ (или $K_{y1} \gg K_{y2}$), уравнение (8) становится линейным разностным уравнением

$$\rho_1(\psi) = D - \rho_1(\psi - \pi) + \frac{s_0}{2} \operatorname{tg}\varphi + \frac{\Delta s}{2} \operatorname{tg}\varphi \sin(\psi - \psi_0). \quad (10)$$

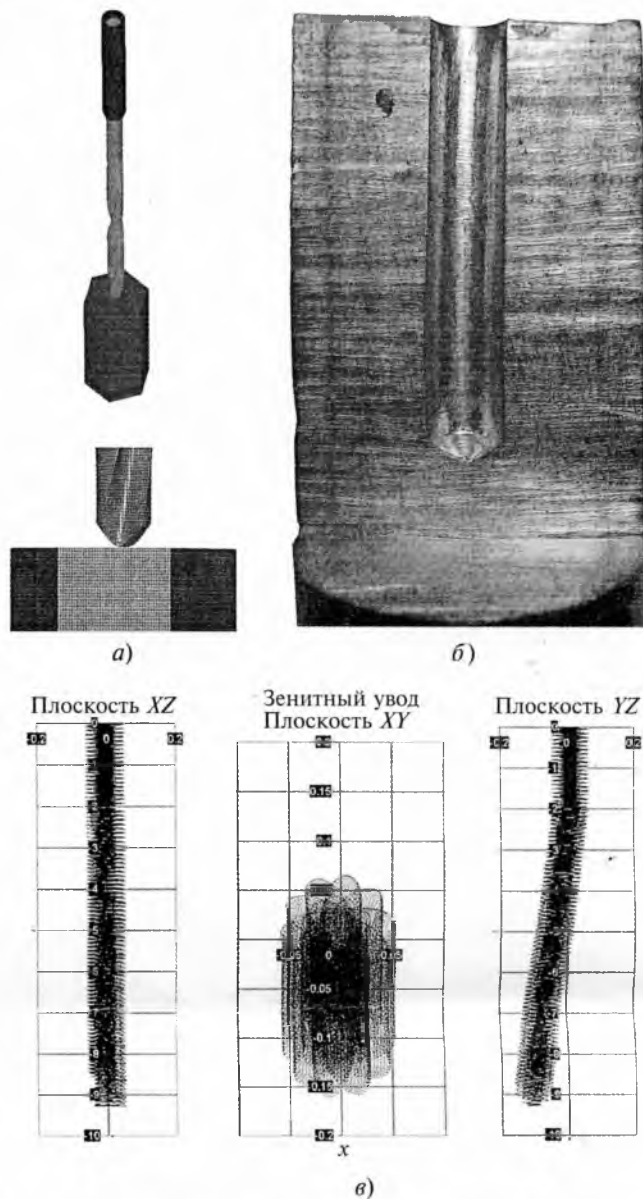


Рис. 2. Результаты компьютерного исследования: а — конечно-элементная модель процесса сверления; б — продольный срез отверстия с уводом; в — результаты компьютерного расчета величины и направления увода отверстия

Для уравнения (10) несложно получить аналитическое решение, которое содержит неограниченно растущую составляющую:

$$\frac{\Delta s}{2} \operatorname{tg}\varphi \int_0^{\psi} \cos(\psi - \psi_0 - \chi) \left[\frac{1 + (-1)^{[\chi/\pi]}}{2} \right] d\chi, \quad (11)$$

которая является оценкой максимальной интенсивности искривления оси отверстия.

Физический смысл этого явления подробно рассмотрен в литературе [5].

Отметим, что полученными оценками максимальной интенсивности искривления нельзя пользоваться при $\varphi = 90^\circ$. При применении инструмента с $\varphi = 90^\circ$ необходимо в уравнении (1) статического равновесия инструмента иметь $P_{y21} = P_{y22} = 0$.

Проделав аналогичные (приведенным) выкладки, для этого случая при $K_{x2} \gg K_{x1}$ (или $K_{x1} \gg K_{x2}$) из уравнения (1) можно получить уравнение:

$$\rho_1(\psi) = D - \rho_1(\psi - \pi) - s \frac{l}{D}, \quad (12)$$

которое аналогично уравнению (10), в котором ($\text{tg}\varphi$) заменен выражением $(-2l/D)$.

Решение уравнения (12) аналогично решению уравнения (10), однако искривление идет в противоположном направлении, т. е. в направлении, диаметрально противоположном угловому положению, в котором оказывается режущее лезвие (у которого $v_\varphi \neq 0$) инструмента в моменты, когда скорость подачи максимальная. Зная характер поперечных движений геометрически симметричного двухлезвийного инструмента, а, следовательно, и характер кинематических нарушений симметрии, можно построить простые математические модели, описывающие их движения с учетом продольных колебаний, при допущении, что отверстие формируется заново, а жесткость стебля пренебрежимо мала. В этом случае, хотя лезвия геометрически абсолютно симметричны, коэффициенты резания будут изменяться с частотой ω поперечных колебаний в зависимости от соотношения δ частот $\omega_{\text{вр}}$ вращения и поперечных колебаний ω . Но в этом случае поперечные автоколебания нельзя считать круговыми, так как их траектория практически линейная.

Воспользуемся обстоятельством, что мгновенные значения $K_{z1} \gg K_{z2}$ или в другие моменты $K_{z1} \ll K_{z2}$. Тогда при $2n\pi/\delta < \psi \leq (2n+1)\pi/\delta$ неподвижно второе лезвие, а при $(2n+1)\pi/\delta < \psi \leq (2n+2)\pi/\delta$ неподвижно первое лезвие (n — целое число).

Декартовы координаты радиус-вектора первого лезвия в точках качения пронумеруем нечетными числами, а декартовы координаты радиус-вектора второго лезвия в этих точках пронумеруем четными точками (рис. 3).

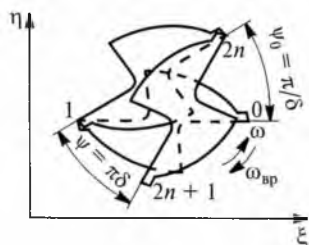


Рис. 3. Модель движения сверла

Не нарушая общности, можно положить $\text{tg}\varphi = 1$, тогда имеем:

$$\left. \begin{aligned} x_{(2n)} &= x_{(2n-1)} + \left[D + \frac{1}{2\delta} s \left(\frac{2n-1}{\delta} \pi \right) \right] \cos \left(\frac{2n-1}{\delta} \pi \right); \\ y_{(2n)} &= y_{(2n-1)} + \left[D + \frac{1}{2\delta} s \left(\frac{2n-1}{\delta} \pi \right) \right] \sin \left(\frac{2n-1}{\delta} \pi \right), \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} x_{(2n+1)} &= x_{(2n)} - \left[D + \frac{1}{2\delta} s \left(\frac{2n}{\delta} \pi \right) \right] \cos \left(\frac{2n}{\delta} \pi \right); \\ y_{(2n+1)} &= y_{(2n)} - \left[D + \frac{1}{2\delta} s \left(\frac{2n}{\delta} \pi \right) \right] \sin \left(\frac{2n}{\delta} \pi \right). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Далее квазикинематическую модель (13) и (14) можно решать алгоритмически. Для аналитического исследования модель (13) и (14) можно представить в виде:

$$\left. \begin{aligned} \xi_{(2n+1)} &= \xi_{(2n-1)} + D \left[\cos \left(\frac{2n-1}{\delta} \pi \right) - \cos \left(\frac{2n}{\delta} \pi \right) \right] + \\ &+ \frac{1}{2\delta} \left[s \left(\frac{2n-1}{\delta} \pi \right) \cos \left(\frac{2n-1}{\delta} \pi \right) - s \left(\frac{2n}{\delta} \pi \right) \cos \left(\frac{2n}{\delta} \pi \right) \right]; \\ \eta_{(2n+1)} &= \eta_{(2n-1)} + D \left[\sin \left(\frac{2n-1}{\delta} \pi \right) - \sin \left(\frac{2n}{\delta} \pi \right) \right] + \\ &+ \frac{1}{2\delta} \left[s \left(\frac{2n-1}{\delta} \pi \right) \sin \left(\frac{2n-1}{\delta} \pi \right) - s \left(\frac{2n}{\delta} \pi \right) \sin \left(\frac{2n}{\delta} \pi \right) \right], \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

или непосредственно получить решение путем сложения отдельно уравнений (13) и (14), содержащих η и отдельно уравнений, содержащих ξ :

$$\left. \begin{aligned} \xi_{(2n+1)} &= \xi_1 - D \sum_{i=1}^{2n} (-1)^i \cos \left(\frac{i\pi}{\delta} \right) - \\ &- \frac{1}{2\delta} \sum_{i=1}^{2n} \left[(-1)^i \cos \left(\frac{i\pi}{\delta} \right) s \left(\frac{i\pi}{\delta} \right) \right]; \\ \eta_{(2n+1)} &= \eta_1 - D \sum_{i=1}^{2n} (-1)^i \sin \left(\frac{i\pi}{\delta} \right) - \\ &- \frac{1}{2\delta} \sum_{i=1}^{2n} \left[(-1)^i \sin \left(\frac{i\pi}{\delta} \right) s \left(\frac{i\pi}{\delta} \right) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Исследуем поведение уравнения (16) при некоторых законах изменения подачи.

1. При законе изменения подачи $s(\psi) = s_0 = \text{const}$ имеем:

$$\left. \begin{aligned} \xi_{(2n+1)} &= \xi_1 - \left(D + \frac{s_0}{2\delta} \right) \left[-\frac{1}{2} + \frac{\cos \left(\frac{4n+1}{\delta} \pi \right)}{2 \cos \left(\frac{\pi}{2\delta} \right)} \right]; \\ \eta_{(2n+1)} &= \eta_1 - \left(D + \frac{s_0}{2\delta} \right) \frac{\sin(n\pi) \cos \left(\frac{2n+1}{2\delta} \pi \right)}{\sin \left(\frac{\pi}{2\delta} \right)}, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

т. е. решение ограничено.

2. Частота продольных колебаний равна частоте поперечных автоколебаний:

а) $s(\psi) = s_0 \pm \Delta s \sin(\delta\psi)$, тогда:

$$\xi_{(2n+1)} - \xi_1 + \left(D + \frac{s_0}{2\delta}\right) \frac{\cos\left(\frac{n\pi}{\delta}\right) \cos\left(\frac{2n+1}{\delta}\pi\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2\delta}\right)} =$$

$$= \pm \frac{\Delta s}{2\delta} \sum_{i=1}^{2n} [(-1)^i \sin(i\pi) \sin\left(\frac{i\pi}{\delta}\right)] = 0; \quad (18)$$

б) $s(\psi) = s_0 \pm \Delta s \cos(\delta\psi)$, тогда:

$$\xi_{(2n+1)} - \xi_1 + \left(D + \frac{s_0}{2\delta}\right) \frac{\cos\left(\frac{n\pi}{\delta}\right) \cos\left(\frac{2n+1}{\delta}\pi\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2\delta}\right)} =$$

$$= \pm \frac{\Delta s}{2\delta} \sum_{i=1}^{2n} \cos\left(\frac{i\pi}{\delta}\right) = \pm \frac{\Delta s}{2\delta} \frac{\cos\left(\frac{n\pi}{\delta}\right) \sin\left(\frac{2n+1}{2\delta}\pi\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2\delta}\right)};$$

$$\eta_{(2n+1)} - \eta_1 + \left(D + \frac{s_0}{2\delta}\right) \frac{\sin\left(\frac{n\pi}{\delta}\right) \cos\left(\frac{2n+1}{\delta}\pi\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2\delta}\right)} =$$

$$= \pm \frac{\Delta s}{2\delta} \sum_{i=1}^{2n} \sin\left(\frac{i\pi}{\delta}\right) = \pm \frac{\Delta s}{2\delta} \frac{\sin\left(\frac{2n+1}{2\delta}\pi\right) \sin\left(\frac{n\pi}{\delta}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2\delta}\right)},$$

очевидно, что при любом ψ_0 [когда $s(\psi) = s_0 \pm \Delta s \times \sin(\delta(\psi - \psi_0))$] решение ограничено.

в) рассмотрим модуляцию амплитуды с частотой продольных колебаний, равной частоте поперечных колебаний: пусть $s(\psi) = s_0 \pm \Delta s \cos(\delta\psi) \cos\psi$, тогда:

$$\xi_{(2n+1)} - \xi_1 + \left(D + \frac{s_0}{\delta}\right) \frac{\cos\left(\frac{n\pi}{\delta}\right) \cos\left(\frac{2n+1}{\delta}\pi\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2\delta}\right)} =$$

$$= \pm \frac{\Delta s}{2\delta} \left[n + \frac{\cos\left(\frac{2n+1}{\delta}\pi\right) \sin\left(\frac{2n}{\delta}\pi\right)}{2 \sin\left(\frac{\pi}{\delta}\right)} \right];$$

$$\eta_{(2k+1)} - \eta_1 + \left(D + \frac{s_0}{\delta}\right) \frac{\sin\left(\frac{n\pi}{\delta}\right) \cos\left(\frac{2n+1}{\delta}\pi\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2\delta}\right)} =$$

$$= \pm \frac{\Delta s}{4\delta} \frac{\sin\left(\frac{2n+1}{\delta}\pi\right) \sin\left(\frac{2n\pi}{\delta}\right)}{2 \sin\left(\frac{\pi}{\delta}\right)}.$$

Очевидно, что наблюдается увод вдоль оси ξ .

Пусть $s(\psi) = s_0 \pm \Delta s \cos(\delta\psi) \sin\psi$, тогда модель (20) предстанет в виде:

$$\xi_{(2n+1)} - \xi_1 + \left(D + \frac{s_0}{2\delta}\right) \frac{\cos\left(\frac{n\pi}{\delta}\right) \cos\left(\frac{2n+1}{\delta}\pi\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2\delta}\right)} =$$

$$= \pm \frac{\Delta s}{4\delta} \frac{\sin\left(\frac{2n+1}{\delta}\pi\right) \sin\left(\frac{2n\pi}{\delta}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{\delta}\right)};$$

$$\eta_{(2n+1)} - \eta_1 + \left(D + \frac{s_0}{2\delta}\right) \frac{\sin\left(\frac{n\pi}{\delta}\right) \cos\left(\frac{2n+1}{\delta}\pi\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2\delta}\right)} =$$

$$= \pm \frac{\Delta s}{2\delta} \left[n - \cos\left(\frac{2n+1}{\delta}\pi\right) \frac{\sin\left(\frac{2n\pi}{\delta}\right)}{2 \sin\left(\frac{\pi}{\delta}\right)} \right]. \quad (21)$$

т. е. наблюдается увод по оси η .

Но если $s(\psi) = s_0 \pm \Delta s \sin(\delta\psi) \sin\psi$, или $s(\psi) = s_0 \pm \Delta s \sin(\delta\psi) \cos\psi$, увод по обеим осям очевидно исчезает, так как $\sin(i\pi) = 0$ при любом целом i (рис. 4, а и б).

Таким образом, от фазы быстрых колебаний зависит величина увода. Поэтому в эксперименте с гармоническими колебаниями не следует ожидать стопроцентной воспроизводимости, хотя вероятность отсутствия увода весьма мала.

Дальнейшие исследования (в том числе и на ЭВМ) уточненной квазикинематической модели (15) показывают, что при $s(\psi) = s_0 \pm \Delta s \cos(\delta\psi) \sin(3(\psi - \psi_0))$ вместо увода появляется огранка отверстия (рис. 4, в и г).

Численные решения показывают, что при наложении модулированных продольных колебаний вида

$$s(\psi) = s_0 + \Delta s \sin(\psi - \psi_0) \sin[\delta(\psi - \psi_1)]$$

наблюдается (рис. 4 д и е) искривление трассы отверстия в направлении, зависящем от сдвига ψ_0 фазы.

Отметим, что при:

$$\left. \begin{aligned} s &= s_0 \pm \Delta s \cos(\delta\psi); \\ s &= s_0 \pm \Delta s \sin(\delta\psi); \\ s &= s_0 \pm \Delta s \cos\psi; \\ s &= s_0 \pm \Delta s \sin\psi, \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

как и при $s = \text{const}$, искривление траектории движения геометрически симметричных инструментов отсутствует.

Результаты исследований

Таким образом, обе частоты и обе фазы модулированных продольных колебаний одинаково важны для обеспечения искривления оси отверстия.

Физическая сущность искривления траектории при сверлении геометрически симметричным инструментом с модулированными продольными колебаниями аналогична физической сущности искривления при сверлении геометрически асимметрично заточенным инструментом с медленными продольными колебаниями.

Отметим, что если инструмент плохо заточен и имеет незначительную геометрическую диссимметрию (например, несколько отличаются задние углы резания режущих лезвий) его динамика столь же неустойчива, как и динамика геометрически симметричного инструмента.

В этом случае модель двухлезвийного инструмента (13) и (14) легко модифицировать с учетом того факта, что углы поворота вокруг «центров мгновенного качения», лежащих на первом и втором лезвиях будут отличаться:

$$\left. \begin{aligned} \xi_{(2n)} &= \xi_{(2n-1)} + \left[D + \frac{1}{2\delta} s \left(\frac{2n-1}{\delta} \pi \right) \right] \cos \left(\frac{2n-1}{\delta} \pi + \psi_2 \right); \\ \eta_{(2n)} &= \eta_{(2n-1)} + \left[D + \frac{1}{2\delta} s \left(\frac{2n-1}{\delta} \pi \right) \right] \sin \left(\frac{2n-1}{\delta} \pi + \psi_2 \right), \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

$$\left. \begin{aligned} \xi_{(2n+1)} &= \xi_{(2n)} - \left[D + \frac{1}{2\delta} s \left(\frac{2n}{\delta} \pi \right) \right] \cos \left(\frac{2n}{\delta} \pi - \psi_2 \right); \\ \eta_{(2n+1)} &= \eta_{(2n)} - \left[D + \frac{1}{2\delta} s \left(\frac{2n}{\delta} \pi \right) \right] \sin \left(\frac{2n}{\delta} \pi - \psi_2 \right). \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

В этом случае компьютерный эксперимент показывает появление искривлений обоих типов и при

$$s(\psi) = s_0 + \Delta s \sin(\psi - \psi_0)$$

и при

$$s(\psi) = s_0 + \Delta s \cos(\delta\psi) \sin(\psi - \psi_0).$$

Выводы

Проявление описанных двух механизмов искривления траектории инструментов могут быть внешне весьма разнообразными (см. рис. 4).

Если частота продольных вибраций (для симметричного инструмента — частота огибающей амплитудно-модулированных колебаний) несколько отличается от частоты вращения, то зенитное искривление траектории сменяется

азимутальным искривлением, что приводит или к разбивке, или к спиральности оси отверстия (см. рис. 4, ж и и).

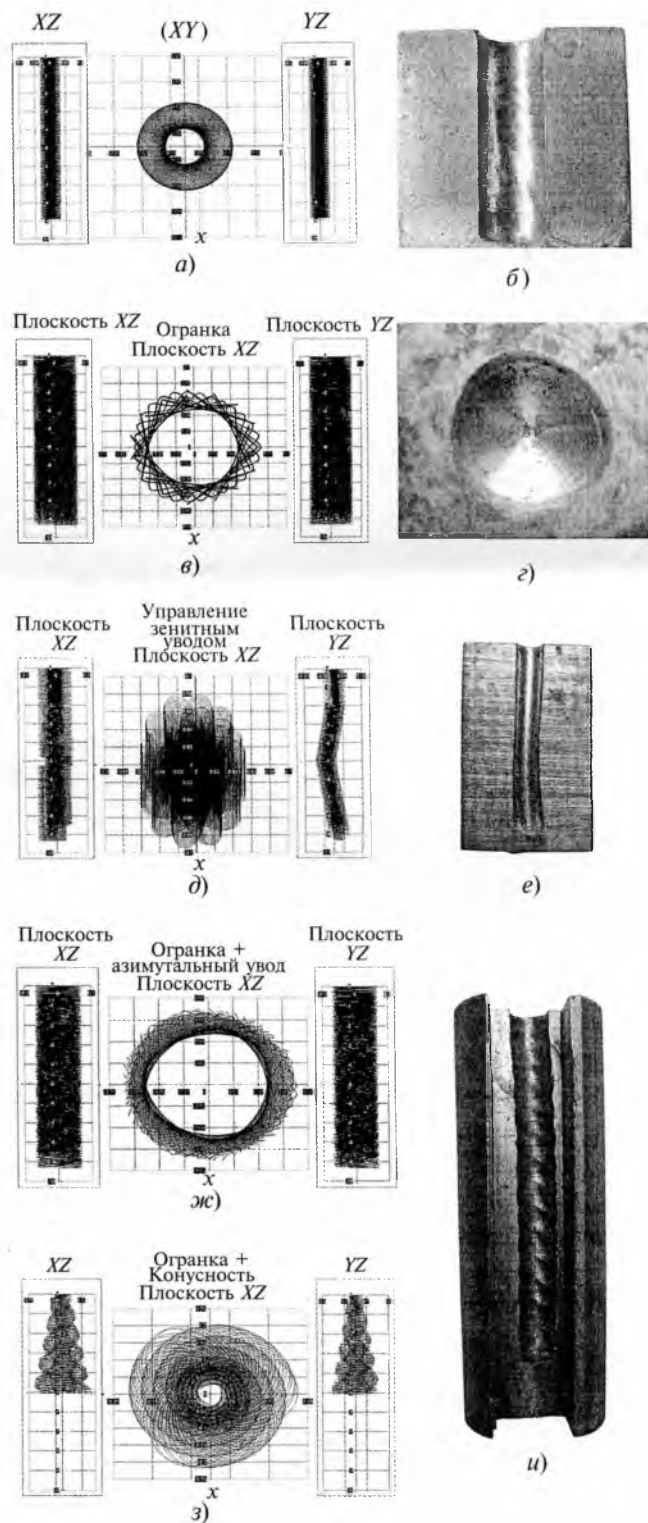


Рис. 4. Формирование погрешностей отверстий при кинематической диссимметрии и амплитудно-модулированных продольных колебаниях сверла: а — расчет виброперемещений сверла при $\psi_0 = 0$; $\psi_1 = 0$; б — срез отверстия при $\psi_0 = 0$; $\psi_1 = 0$; в — расчет виброперемещений сверла при $s = s_0 + \Delta s \times \cos(3\psi) \cos(\delta\psi)$; г — огранка при $s = s_0 + \Delta s \cos(3\psi) \cos(\delta\psi)$; д — расчет управления направлением зенитного увода сверла при $\psi_1 = \pi/2$; $\psi_0 = 0$ и при $\psi_0 = \pi/2$; $\psi_1 = \pi/2$; е — срез отверстия с изменяющимся уводом; ж — расчет величины спиральных канавок; з — расчет величины нарастающей огранки; и — срез отверстия с зенитным уводом и спиральными канавками