

**УДК 519.24**

*С.Д. Двоенко, Д.С. Савенков*

Тульский государственный университет,

г. Тула, Россия

[dsd@uic.tula.ru](mailto:dsd@uic.tula.ru)

## **ДРЕВОВИДНЫЕ МАРКОВСКИЕ МОДЕЛИ В АНАЛИЗЕ МАССИВОВ ВЗАИМОСВЯЗАННЫХ ДАННЫХ**

### **АННОТАЦИЯ**

Рассматривается задача распознавания объектов, образующих массив взаимосвязанных данных, который представлен как двухкомпонентное марковское случайное поле со скрытой компонентой классов объектов и наблюдаемой компонентой признаков. Эффективная процедура распознавания основана на древовидной аппроксимации графа смежности элементов массива.

### **ВВЕДЕНИЕ**

В реальных задачах обработки данных множество объектов часто рассматривается как единый массив, обусловленный природой исследуемого явления, – его естественной протяженностью во времени или в пространстве вдоль одной или нескольких осей координат. К элементам такого массива очевидным образом применимы понятия «смежности», «соседства», «упорядоченности». Применение скрытых марковских моделей для изучения зависимых наблюдений показало их высокую эффективность при обработке массивов линейно упорядоченных объектов с цепочечной смежностью их элементов и выявило теоретические и практические трудности при обработке массивов с произвольной смежностью их элементов [1].

В основе классического распознавания образов лежит предположение о независимости элементов распознаваемого множества. Необходимость принимать согласованные решения о классах элементов взаимосвязанного массива приводит к необходимости отказа от принципа независимости наблюдений в распознаваемом множестве.

## ДРЕВОВИДНЫЕ МАРКОВСКИЕ МОДЕЛИ И ПРОЦЕДУРА РАСПОЗНАВАНИЯ

Массив  $T$  взаимосвязанных объектов  $t \in T$  представлен двухкомпонентным случайным полем  $(X, Y)$  со скрытой компонентой  $X = (x_t, t \in T)$ , подлежащей восстановлению и содержащей информацию о классах  $x_t \in X = \{1, \dots, m\}$  элементов массива  $t$ , и наблюдаемой компонентой  $Y = (y_t, t \in T)$ . Взаимосвязанность элементов массива  $T$  выражена неориентированным графом  $G$  без петель, соединяющего ребрами смежные элементы массива. Предположение об условной независимости наблюдений относительно реализации скрытого случайного поля классов объектов  $\psi_t(\mathbf{y}_t | X) = \psi_t(\mathbf{y}_t | x_t)$  позволяет на этапе обучения оставаться в рамках классической теории [2, 3]. Предположение о марковских свойствах скрытого поля  $X$  и древовидности графа смежности  $G$  позволяет перейти от полученных на этапе независимого обучения частных апостериорных распределений  $p_t(x_t | y_t)$  к апостериорным распределениям  $p_t(x_t | Y)$ ,  $t \in T$ .

В [2] показано, что априорное случайное поле  $X$  является односторонним марковским  $q_t(x_t | X_{(t)}) = q_t(x_t | x_r)$ , где  $t$  является потомком вершины  $r$  относительно дерева  $G$ . Апостериорное случайное поле  $X$  остается односторонним марковским с тем же древовидным графом смежности  $G$  и условными распределениями вероятностей  $p_t(x_t | X_{(t)}, Y) = p_t(x_t | x_r, Y_t^+)$ , каждое из которых для элемента  $t$  определено соответствующей частью  $Y_t^+$  наблюдаемого поля  $Y$ , образующей поддереву с корнем в  $y_t$ .

При фиксированном корне  $t^*$  зададим одностороннее марковское поле  $X$  одной матрицей условных вероятностей переходов  $\mathbf{Q}(m, m)$  с неизменными условными распределениями  $q_t(x_t | x_r) = q(x_t | x_r)$  и  $q_r(x_r | x_t) = q(x_r | x_t)$ ;  $x_t, x_r \in \{1, \dots, m\}$  для нисходящего (от корня) и восходящего (к корню) просмотров. Пусть диагональные элементы  $q(x_r | x_t)$ ,  $x_r = x_t$  одинаковы и близки к 1, а недиагональные  $q(x_r | x_t)$ ,  $x_r \neq x_t$  также одинаковы и близки к 0. Такая симметричная и дважды стохастичная матрица  $\mathbf{Q}$  определяет неразложимую однородную конечную марковскую цепь с равномерным финальным распределением вероятностей  $p(x)$  значений скрытых переменных  $x_t$ , которое и зададим в качестве априорного частного распределения классов в корне  $q(x_{t^*})$ . Такое же распределение будет наблюдаться и в остальных вершинах графа  $G$ . Выбор

такой модели соответствует предположению о достаточно протяженных областях с мало изменяющимися вероятностными свойствами наблюдаемого поля  $Y$  при «простой» форме однородных областей скрытого поля  $X$ , соответствующих разным классам.

Процедура распознавания [3] выполняется за два просмотра дерева  $G$ . Апостериорные распределения  $p_t(x_t | Y_t^+) \propto p_t(x_t | Y_{(t)}^+) p_t(x_t | y_t)$ ,  $t \in T$  вычисляются при восходящем просмотре, начиная с терминальных вершин, где  $p_t(x_t | Y_t^+) = p_t(x_t | y_t)$ . Апостериорные распределения  $p_t(x_t | Y) \propto \sum_{x_r \in \mathcal{X}} p_t(x_t | x_r, Y) p_r(x_r | Y)$ ,  $t \in T_{(r)}^{+0}$ ,  $r \in T$  вычисляются при нисходящем просмотре, где  $T_{(r)}^{+0}$  – непосредственные потомки вершины  $r$ , и принимаются решения о классах  $\hat{x}_t(Y) = \arg \max_{x_t \in \mathcal{X}} p_t(x_t | Y)$ .

## ДРЕВОВИДНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ ГРАФА СМЕЖНОСТИ

Очевидно, что произвольный граф смежности  $G$  нельзя заменить деревом без потери его фундаментального свойства нести полную информацию о положении каждого элемента массива  $T$  относительно всех его других элементов. Например, решетки выражают соседство пикселей растрового изображения и не являются ациклическими графами. Эвристика заключается в замене исходного графа смежности элементов массива системой деревьев, где каждое из них используется для получения апостериорных вероятностей  $p_t(x_t | Y)$  только в элементах одного столбца («ствол» дерева на рис. 1а).

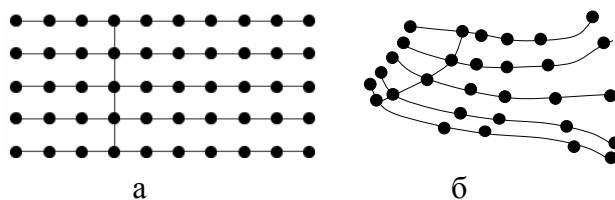


Рис. 1

Такой тип аппроксимации вполне адекватен, например, растровым изображениям с искажениями решеток соседства в соответствии с похожестью наблюдаемых значений соседних элементов массива данных (рис. 1б). Недостатком такого подхода является необходимость в разработке специальных алгоритмов построения древовидных графов с учетом данных искажений.

Существенное уменьшение потерь при древовидной аппроксимации должно обеспечиваться при сохранении основных свойств пространственных связей каждого элемента в его локальной части массива. Зададим некоторый набор ациклических графов смежности элементов, например, для растрового текстурного изображения (рис. 2).

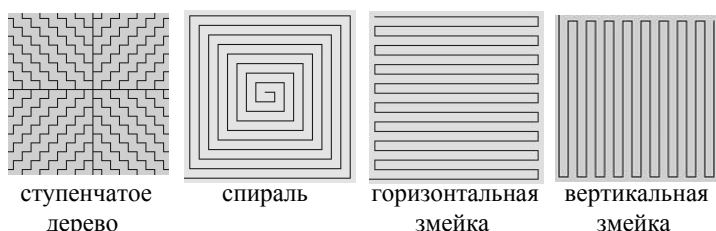


Рис 2.

Зададим ациклический граф из данного набора и однократным применением процедуры распознавания перейдем от частных распределений  $p_t(x_t | y_t)$  к апостериорным распределениям  $p_t(x_t | Y)$ ,  $t \in T$ , соответствующим реализации значений  $x_t$ ,  $t \in T$  скрытого поля  $X$  при наблюдении поля  $Y$ . Вновь применим процедуру распознавания, рассмотрев вместо распределений  $p_t(x_t | y_t)$  только что полученные апостериорные распределения  $p_t(x_t | Y)$ , и перейдем от них к новым апостериорным распределениям, которые снова обозначим как  $p_t(x_t | Y)$ ,  $t \in T$ . Результаты экспериментов показывают, что распределения  $p_t(x_t | Y)$  довольно быстро стабилизируются. При другом способе будем при каждом повторном применении процедуры распознавания выбирать другой ациклический граф смежности (например, в порядке согласно рис. 2).

На рис. 3 показаны некоторые результаты распознавания областей двух классов на изображении размером 55x55 (здесь размер графа смежности совпадает с размером изображения).

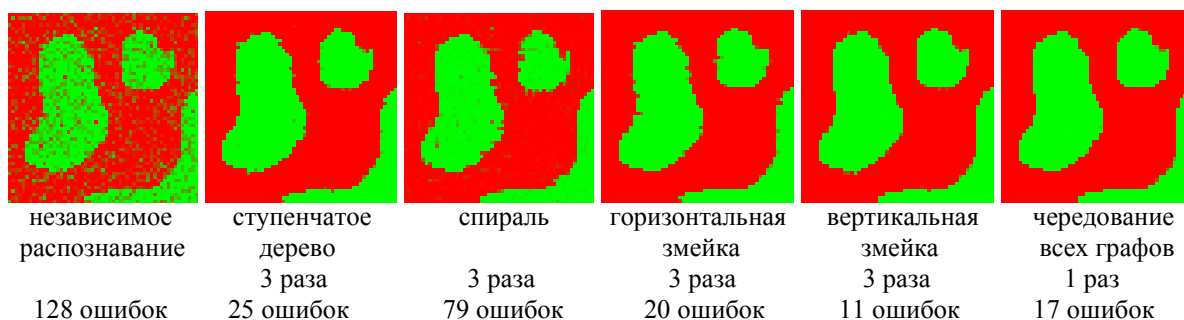


Рис 3.

С другой стороны, очевидно, что однократное применение процедуры распознавания, описанной выше, сформирует для каждого древовидного графа смежности из данного набора свое множество апостериорных распределений  $p_t(x_t | Y)$ ,  $t \in T$  и соответствующих решений о классах  $\hat{x}_t(Y)$ . Тогда, согласно [4], окончательное решение о значениях  $x_t$ ,  $t \in T$  в реализации скрытого поля  $X$  следует сформировать в каждой из вершин  $t \in T$ , опираясь на сумму апостериорных распределений  $p_t(x_t | Y)$ , полученных отдельно для каждого графа смежности.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Древовидная аппроксимация графа смежности существенно искажает характер взаимосвязей элементов массива данных. Тем не менее, предложенный в данной работе способ комбинирования разных аппроксимирующих графов позволяет отказаться от разработки специальных алгоритмов для построения древовидных графов смежности элементов массива данных и позволяет существенно улучшить результаты независимого распознавания классов взаимосвязанных объектов. Выполнение работы поддержано грантами INTAS 04-77-7347, РФФИ 04-01-08038.

## **ЛИТЕРАТУРА**

1. Geman S., Geman D. Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images // IEEE Trans. on PAMI. 1984. Nov. V. 6. P. 721–741.
2. Двоенко С.Д., Копылов А.В., Моттль В.В. Задача распознавания образов в массивах взаимосвязанных объектов. Постановка задачи и основные предположения // Автоматика и телемеханика. – 2004. - № 1. С. 143-158.
3. Двоенко С.Д., Копылов А.В., Моттль В.В. Задача распознавания образов в массивах взаимосвязанных объектов. Алгоритм распознавания // Автоматика и телемеханика. – 2005. - № 12. С. 162-176.
4. Kittler J., Hatef F., Duin R.P. Combining classifiers // Proceedings of 13<sup>th</sup> ICPR. V.2. Track B. Vienna, Austria. 1996. P. 897-901.

*S.D. Dvoenko, D.S. Savenkov*

**Tree-like Markov models for the interrelated data arrays analysis**

The problem under investigation is the recognition of objects in the form of an interrelated data array. The data array is represented as a two-component MRF of hidden object classes and observed features. The effective recognition procedure is based on a tree-like approximation of the array elements adjacency graph.