Преобразование Хафа (Hough transform)

Анна Дегтярева anna_d_666@mail.ru
Вежневец Владимир vvp@graphics.cs.msu.su

Содержание

Введение

Преобразование Хафа позволяет находить на ***монохромном изображении*** плоские кривые, заданные параметрически, например: прямые, окружности, эллипсы, и т.д. ***Монохромным изображением*** считается изображение, состоящее из точек двух типов: фоновых точек и точек интереса (см. Рис 1). Задача преобразования Хафа состоит в выделении кривых, образованных точками интереса.

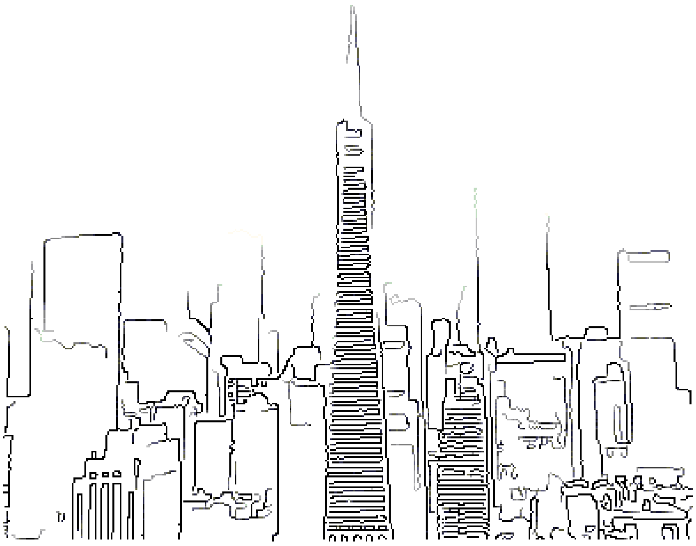

Рис 1 Пример монохромного изображения

Основная идея метода

Идея преобразования Хафа состоит в поиске кривых, которые проходят через достаточное количество точек интереса. Рассмотрим семейство кривых на плоскости, заданное параметрическим уравнением:
$F(a_1, a_2, \ldots, a_n, x, y) = 0$;
где F – некоторая функция, $a_1, a_2, \ldots, a_n$ – параметры семейства кривых, x, y – координаты на плоскости. Параметры семейства кривых образуют ***фазовое пространство***, каждая точка которого (конкретные значения параметров $a_1, a_2, \ldots, a_n$) соответствует некоторой кривой. Ввиду дискретности машинного представления и входных данных (изображения), требуется перевести непрерывное фазовое пространство в дискретное. Для этого в фазовом пространстве вводится сетка, разбивающая его на ячейки, каждая из которых соответствует набору кривых с близкими значениями параметров. Каждой ячейке фазового пространства можно поставить в соответствие число (счетчик), указывающее

количество точек интереса на изображении, принадлежащих хотя бы одной из кривых, соответствующих данной ячейке. Анализ счетчиков ячеек позволяет найти на изображении кривые, на которых лежит наибольшее количество точек интереса.

Пример: выделение прямых на изображении

Прямую на плоскости можно задать следующим образом:

$x \cos\theta + y \sin\theta = R$,

где R – длина перпендикуляра опущенного на прямую из начала координат, θ - угол между перпендикуляром к прямой и осью OX (см. Рис 2), θ изменяется в пределах от 0 до 2π, R ограничено размерами входного изображения.

Таким образом функция, задающая семейство прямых, имеет вид:

$F(R, \theta, x, y) = x \cos\theta + y \sin\theta - R$.

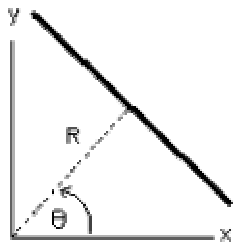

Рис 2 Параметрическое представление прямой

Через каждую точку (x, y) изображения можно провести несколько прямых с разными R и θ (см. Рис 3), то есть каждой точке (x, y) изображения соответствует набор точек в фазовом пространстве (R, θ), образующий синусоиду (см. Рис 4). В свою очередь каждой точке пространства (R, θ) соответствует набор точек (x, y) на изображении, образующий прямую. Каждой точке (R_0, θ_0) пространства (R, θ) можно поставить в соответствие счетчик, соответствующий количеству точек (x, y), лежащих на прямой $x \cos\theta_0 + y \sin\theta_0 = R_0$.

Ввиду дискретности машинного представления и входных данных, требуется перевести непрерывное фазовое пространство в дискретное. Введем сетку на пространстве (R, θ), одной ячейке которой соответствует набор прямых с близкими значениями R и θ. Теперь счетчик ставится в соответствие каждой ячейке сетки: ячейке $[R_i, R_{i+1}]x[\theta_i,\theta_{i+1}]$ соответствует число точек, удовлетворяющих уравнению:

$x \cos\theta + y \sin\theta = R$, где $\theta_i \le \theta \le \theta_{i+1}$, $R_i \le R \le R_{i+1}$.

Размер ячеек стоит выбирать, учитывая следующие соображения. Если ячейки будут очень большими, то за "прямую" может приниматься разрозненный набор точек. Если же наоборот, ячейки будут слишком малы, есть вероятность, что ни одной прямой не найдется – все счетчики будут иметь небольшое значение.

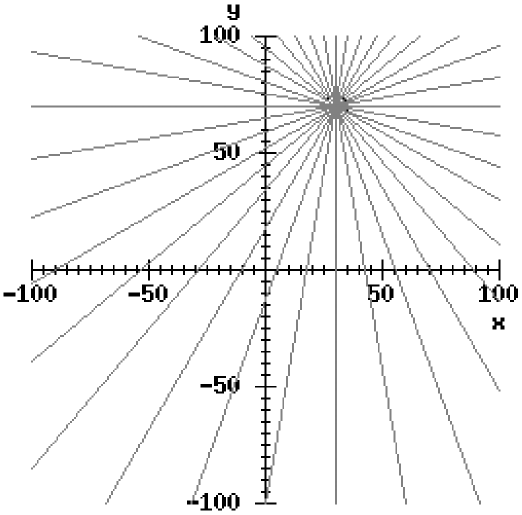

Рис 3 Через одну точку можно провести несколько прямых. Учитывая дискретность и введенную сетку, их будет конечное число.

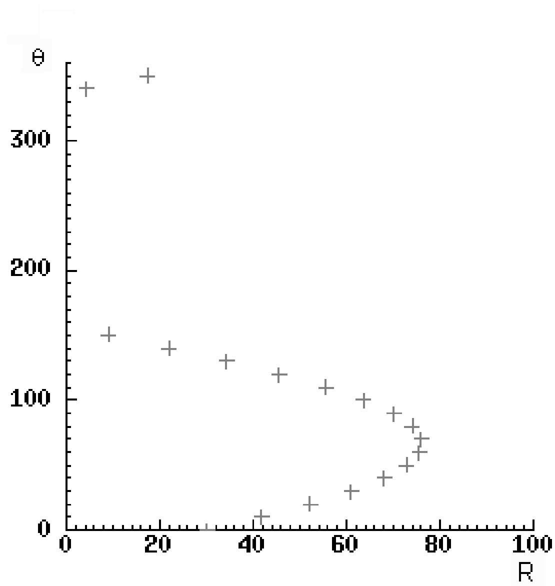

Рис 4 Каждой прямой пространства (x, y) соответствует точка фазового пространства (R, θ). Прямые с Рис 3 образуют синусоиду.

В общем случае алгоритм поиска прямой на изображении при помощи преобразования Хафа выглядит так:

1. обнулить счетчики всех ячеек;
2. для каждой точки интереса:
3. для каждой прямой, проходящей через данную точку:
4. увеличить соответствующий счетчик;
5. выбрать ячейку с максимальным значением счетчика;
6. параметры прямой, проходящей через максимальное число точек принять равным координатам центра выбранной ячейки в фазовом пространстве;

Если прямых нужно найти несколько, можно отсортировать счетчики по убыванию или рассматривать точки локальных максимумов фазового пространства. На Рис 5 изображены примеры исходных изображений и соответствующих им фазовых пространств.

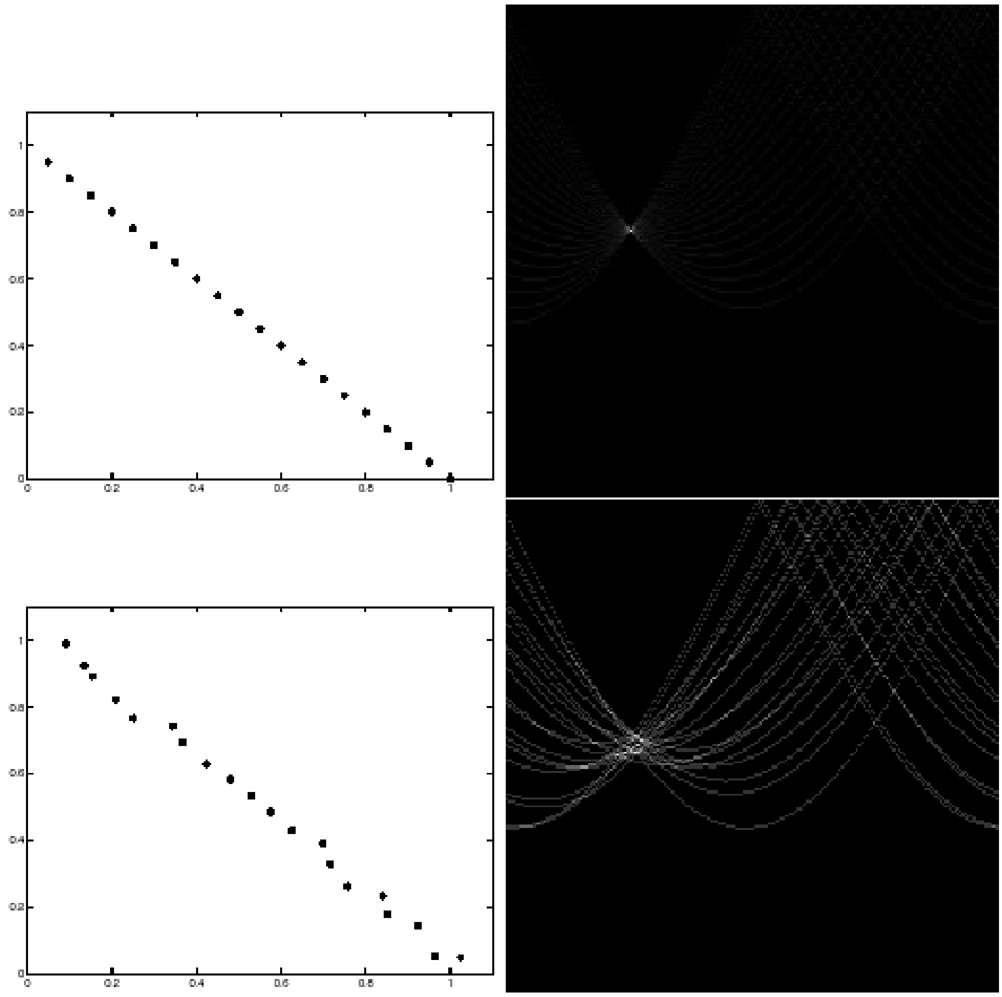

Рис 5 Пример работы преобразования Хафа. Слева – исходная картинка, справа – фазовое пространство (R, θ). Величина счетчика в каждой точке фазового пространства обозначена оттенком серого (чем больше счетчик, тем светлее точка).

Пример: выделение окружностей на изображении

Геометрическое место точек окружности можно представить в виде формулы:

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$,
где (a, b) – координаты центра окружности, а R – ее радиус.

т.е. формула, задающая семейство окружностей, имеет вид: $F(a, b, R, x, y) = (x - a)^2 + (y - b)^2 - R^2$,

Если ставится задача найти окружность заранее известного радиуса, фазовым пространством будет плоскость параметров центра окружности (a, b). В таком случае, алгоритм выделения окружностей полностью аналогичен алгоритму нахождения прямых.

Если радиус окружности заранее неизвестен, то пространство параметров будет трехмерным - (a, b, R), что существенно увеличивает вычислительную сложность решения задачи. Для сведения задачи обратно к двумерному фазовому пространству в некоторых случаях можно применить метод описанный в [1].

Модификации преобразования Хафа

Следует помнить, что эффективность использования преобразования Хафа резко падает при увеличении размерности фазового пространства, поэтому перед его применением желательно минимизировать каким-либо образом количество параметров кривой. Вообще, преобразование Хафа можно применить не только для выделения плоской параметрической кривой, но и любой фигуры, форма которой полностью определяется некоторым набором параметров, например прямоугольника, треугольника, и т.д.

Вероятностное преобразование Хафа (**Probabilistic Hough Transform**) заключается в том, что для нахождения объекта достаточно провести преобразование Хафа только для части (α) точек исходного изображения, $0\% \le \alpha \le 100\%$. То есть сначала провести выделение "контрольных" точек с изображения, и для него провести преобразование Хафа. С большой вероятностью прямые, найденные на уменьшенном изображении, будут соответствовать прямым на оригинальной картинке. При этом количество контрольных точек α обладает пороговым эффектом. Существует величина $\alpha_{threshold}$, зависящая от каждого конкретного случая и меняющаяся в пределах от 5 до 15%, для которой количество вычислений значительно уменьшается. При больших α добавляется шум, при меньших – количество шума увеличивается.

Случайное преобразование Хафа (**Randomised Hough Transform**) заключается в следующем. Берется пара случайным образом выбранных точек интереса исходной картинки, через них проводится прямая (через любую пару точек можно провести одну и только одну прямую) – и счетчик, соответствующий этой прямой, увеличивается. Выбор производится в несколько итераций. Чем больше число итераций – тем точнее определится нужная прямая. При этом если нужно найти не одну, а несколько прямых, эффективен следующий подход. Сначала находим одну прямую (по максимальному счетчику), после чего убираем точки найденной прямой со входного изображения и проводим преобразование с самого начала – максимальному счетчику будет соответствовать вторая прямая, и так далее. Для поиска окружностей производится выбор не пары, а тройки точек (через каждую тройку точек можно провести одну, и только одну окружность).

Иерархическое преобразование Хафа (**Hierarchical Hough Transform**) состоит в том, что исходное изображение делится на квадраты небольшого размера, и для каждого из квадратов производится свое преобразование как для входной картинки. Получаются детали прямых. Далее каждые 4 соседних квадрата объединяются в один, и для него проводится преобразование Хафа. Если детали не соединились в одну прямую – они считаются случайным шумом, в противном случае они снова считаются деталями и иерархическое преобразование переходит на уровень выше.

"Размытие" фазового пространства. Ввиду возможной неточности входных данных (изображения) часто результаты оказываются не такими, как мы ожидаем: на исходной картинке окружность немного вытянута, а преобразование Хафа уже не считает ее окружностью. Для этого применяют "размытие": увеличивается не только счетчик, соответствующий проведенной через точку кривой, но и счетчики кривых, проведенных рядом с точкой. Другой способ размытия – сначала точно посчитать значения всех счетчиков, а потом размыть эти значения так, как если бы счетчик был функцией от переменных – параметров.

Использование градиента яркости изображения. Часто преобразование Хафа применяется к изображениям полученными операторами выделения ***краев*** (края – точки резкого изменения яркости соседних пикселей). В таких случаях, обычно известно направление градиента яркости изображения для каждой точки края. Можно существенно снизить количество кривых, потенциально проходящих через данную точку изображения, если рассматривать только кривые, касательная которой перпендикулярна градиенту яркости изображения в рассматриваемой точке. Таким образом, можно, например, свести задачу выделения окружностей с неизвестным радиусом к двумерному фазовому пространству (см. [1]).

Список литературы

- [1] Robyn Owens, "Computer Vision IT412, Lecture 6", http://www.dai.ed.ac.uk/CVonline/LOCAL_COPIES/OWENS/LECT6/node3.html, 1997

- [2] "CVonline: Hough Transformation", http://www.dai.ed.ac.uk/cgi-bin/rbf/CVONLINE/entries.pl?TAG572
