

таких позиций осуществлена систематизация и обобщение информации о геолого-геомеханических условиях проходки и крепления стволов угольных шахт Донбасса, на базе которых разработан ЛГТ их диагностики, открывающий возможности оценки направлений дифференцированного выбора конструктивно-технологических решений по поддержанию вертикальных стволов. ЛГТ использован как при планировании шахтных исследований, так и разработке комбинированных способов крепления стволов шахт.

Библиографический список

1. Руководство по проектированию подземных горных выработок и расчету крепи / ВНИМИ, ВНИИОМШС Минуглепрома СССР. – М.: Стройиздат. – 1983. – 272с.
2. Толстухин О.Н. Земля в руках людей. – М.: Недра, 1981. – 160с.
3. Заславский Ю.З. Исследования проявлений горного давления в капитальных выработках угольных шахт Донецкого бассейна. – М.: Недра, 1966. – 180с.
4. Усаченко Б.М. Свойства пород и устойчивость горных выработок. – Киев: Наукова думка, 1979. – 135с.
5. Репко А.А. Особенности деформаций крепи вертикальных стволов // Шахтное строительство. – 1987. - №1. – с. 15-16.
6. Козел А.М. Исследование и управление горным давлением в вертикальных шахтных стволах / Исследование, прогноз и контроль проявления горного давления. – Л.: ЛГИ; 1982. – с.116-117.
7. Косков И.Г., Морозов В.Ф. Проблемы шахтного строительства // Бизнес Информ. – 1995. - №17-18. – с.22-24.
8. Руководство по геофизической диагностике состояния системы «крепь – породный массив» вертикальных стволов (Дополнение к «Пособию по восстановлению крепи и армировки вертикальных стволов.» РД 12.18.073-88) / А.Ф. Булат, Б.М. Усаченко, А.А. Яланский, В.И. Сергиенко, Т.А. Паламарчук, С.И. Скипочка, В.Б. Усаченко, Алекс.А. Яланский, Е.А. Слащева, И.Г. Косков, А.В. Будник, В.В. Левит. – Днепропетровск: ИГТМ НАНУ, НИИОМШС, ГОАО «Трест Донецкшахтопроходка», НТЦ «Подземиндустрия» АГН Украины, 1998. – 42с.

Надійшла до редколегії 30.01.2009

©Левит В.В., Борцевский С.В., Суржко И.А., 2009

УДК 517.958:532; 512.62

ЕХИЛЕВСКИЙ С.Г., ГОЛУБЕВА О.В., ПЯТКИН Д.В. (Беларусь), ПОТАПОВ В.Г., ДРОБЫШИНЕЦ А.Н., МИХАЙЛОВ А.Н. (ДонНТУ)

СВЯЗЬ ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ С НАЧАЛЬНЫМИ МОМЕНТАМИ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Плотность вероятности элементарного акта сорбции выражена через начальные моменты распределения случайной величины. В качестве последней фигурирует глубина проникновения примеси в слой сорбента. Показано, что моменты распределения представляют собой семейство рекуррентных временных полиномов. Соотношение между полиномами сведено к соотношению между их коэффициентами. Записано точное решение последнего через числа сочетаний.

Probability density of elementary sorption act is expressed through initial moments of random quantity distribution. This quantity is the depth of admixture intrusion into a sorbent stratum. The authors have shown that distribution moments are a family of recurrent time polynomials. The relation between polynomials is confined to the relation between their coefficients. Its exact solution is recorded.

Считается, что знание всех моментов случайной величины эквивалентно знанию ее функции распределения [1]. Однако в общем виде такая задача не решена, т.к. нет формулы, выражающей например плотность вероятности случайной величины через

совокупность ее начальных моментов, подобно тому, как Ряд Тейлора связывает функцию с ее производными в некоторой точке. В связи с этим представляется актуальным получение и исследование таких выражений в рамках конкретных моделей, приводящих к той или иной функции распределения. Рассмотрим в частности плотность вероятности координаты элементарного акта сорбции.

Обычно динамика сорбции теоретически исследуется методами математической физики. При этом решают систему дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих кинетику сорбции и баланс поглощаемой примеси. Для линейных изотерм и стандартных краевых условий такая система (см. [2]) сводится к уравнению

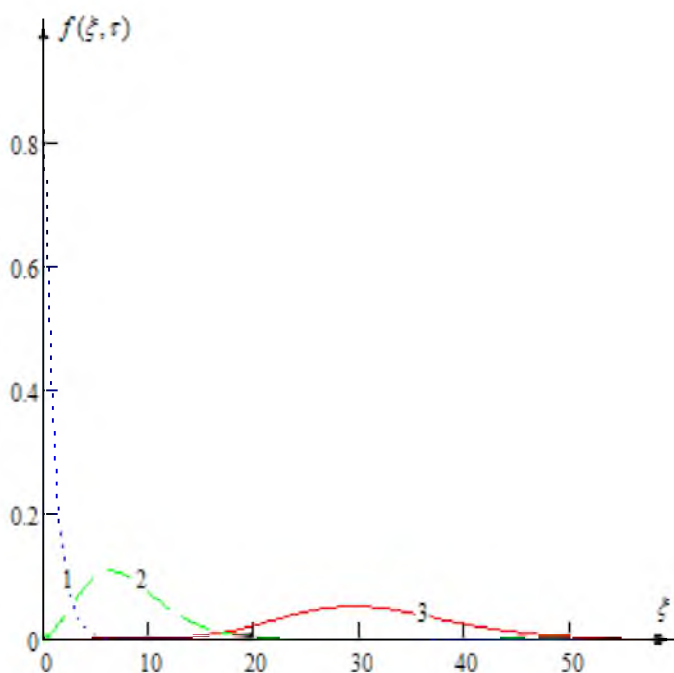


Рис.1 Эволюция дифференциальной функции распределения координаты элементарного акта сорбции

И как указывалось в [3,4], возможен теоретико-вероятностный подход к описанию динамики этого явления. В частности приведенную концентрацию $\omega(\xi, \tau)$ можно интерпретировать как статистическую вероятность проникновения частиц примеси в поглощающий слой на глубину ξ . Соответственно $1 - \omega(\xi, \tau)$ есть вероятность поглощения этих частиц таким слоем сорбента, а

$$f(\xi, \tau) = \frac{\partial(1 - \omega(\xi, \tau))}{\partial \xi} = e^{-\xi - \tau} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\xi^{n-1}}{n!} (n - \xi) \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\tau^k}{k!} \quad (3)$$

– плотность вероятности элементарного акта сорбции в данном месте или дифференциальная функция распределения. Ее эволюция построенная с помощью (3) представлена на рис.1. Видно как экспоненциальное распределение со временем трансформируется в нормальное по мере удаления фронта сорбции от входа в фильтр. Такое поведение $f(\xi, \tau)$ находится в полном соответствии с законом больших чисел, согласно которому с необходимостью реализуются распределения с максимальной энтропией. На полубесконечном интервале этим свойством обладает экспоненциальный закон, на бесконечном – нормальный [5]. Его параметры (математическое ожидание и дисперсия ξ) являются функциями времени подлежащими определению.

$$-\omega'_\xi = e^{-\tau} \left(e^{-\xi} + \int_0^\xi e^\tau d_\tau \omega \right), \quad (1)$$

в котором ω – приведенная концентрация сорбтива; ξ и τ – соответственно обезразмеренные координата и время [2].

Уравнение (1) имеет единственное решение

$$\omega(\xi, \tau) = e^{-\xi} \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\xi^n}{n!} \left(1 - e^{-\tau} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\tau^k}{k!} \right) \right) \quad (2)$$

согласно которому эволюция концентрации примеси строго детерминирована.

Вместе с тем, совершенно очевидно, что элементарный акт сорбции – существенно случайное событие, которое может произойти или не произойти в данном месте.

Оригинальность предлагаемого подхода не вызывает сомнений. Экстремальность энтропии наиболее распространенных в статистике распределений известна в теории информации. Однако глубинная связь наиболее общих следствий конкретных моделей сорбции с основными теоремами теории вероятностей остается не прослеженной. В частности, весьма распространенное утверждение о том, что знание всех моментов распределения $\nu_n(\tau)$ случайной величины ξ эквивалентно знанию ее плотности вероятности не имеет конкретной реализации в виде формулы, выражающей $f(\xi, \tau)$ через $\nu_n(\tau)$.

С целью ее получения воспользуемся найденным в [4] представлением для $\omega(\xi, \tau)$

$$\omega(\xi, \tau) = e^{-\tau} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^n}{n!} Q_n(\tau), \quad (4)$$

где $Q_n(\tau)$ - некоторые функции, которые можно определить, подставив (4) в (1). В частности

$$Q_0(\tau) = e^{\tau}, \quad (5)$$

т. к. согласно (3) и (4)

$$\omega(0, \tau) = 1 = e^{-\tau} Q_0(\tau). \quad (6)$$

Выполнив частное дифференцирование $\omega(\xi, \tau)$ и приравняв выражения при одинаковых степенях ξ в левой и правой частях (1), получим рекуррентное соотношение

$$Q_{n+1}(\tau) = -Q_n(\tau) + \int_0^{\tau} Q_n(\tau) d\tau. \quad (7)$$

Вместе с (5) оно позволяет последовательно определить все $Q_n(\tau)$ до какого угодно номера. В [4] это сделано в общем виде

$$Q_n(\tau) = \sum_{k=0}^{n-1} Q_{nk} \tau^k, \quad (n=1,2,3...) \quad (8)$$

где

$$Q_{nk} = \frac{1}{k!} \sum_{l=0}^k C_n^l (-1)^{n-l} \quad (k=0,1,2,\dots,n-1.) \quad (9)$$

- числовые коэффициенты фигурирующих в (4), (7), (8), рекуррентных полиномов, а C_n^i - числа сочетаний из n объектов по i .

С другой стороны, опираясь на (1) в [6] удалось получить рекуррентное соотношение

$$\nu_n(\tau) = n \cdot \left[\nu_{n-1}(\tau) + \int_0^{\tau} \nu_{n-1}(\tau) d\tau \right] \quad (10)$$

между начальными моментами

$$\nu_n(\tau) = \int_0^{\infty} \xi^n f(\xi, \tau) d\xi \quad (11)$$

координаты ξ элементарного акта сорбции, распределенной с плотностью вероятности (3).

Соотношения (7), (10) имеют сходную структуру, что позволяет установить связь рекуррентных полиномов с начальными моментами

$$Q_{n+1}(\tau) = \frac{1}{n!} v_n(-\tau)(-1)^{n+1}. \quad (12)$$

В ее справедливости можно убедиться непосредственно, подставив (12) в (7) и получив (10) с помощью тождественных преобразований.

Подставив (4) в (3) получим

$$f(\xi, \tau) = -e^{-\tau} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^n}{n!} Q_{n+1}(\tau). \quad (13)$$

Формулы (12), (13) иллюстрируют утверждение о том, что дифференциальная функция распределения случайной величины определяется своими начальными моментами:

$$f(\xi, \tau) = -e^{-\tau} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\xi)^n}{n!} \frac{v_n(-\tau)}{n!}. \quad (14)$$

В частности при $\tau = 0$ из (10) следует

$$v_n(0) = n!, \quad (15)$$

что после подстановки в (14) дает

$$f(\xi, 0) = e^{-\xi}, \quad (16)$$

как и должно быть¹.

Однако при больших временах в (14) возникают проблемы со сходимостью. Причина в том, что формула (4) никак не учитывает асимптотику сорбционной активности при больших временах. Т.е. возникает ситуация аналогичная той, при которой сходимость стандартных разложений зависит от вида функции разлагаемой в ряд Тейлора или Фурье.

Чтобы правильно учесть специфику задачи привлечем дополнительные (не основанные на уравнениях математической физики) соображения для получения асимптотики $f(\xi, \tau)$ при больших временах и ее выделения из (14) с целью улучшения сходимости.

Имея в виду, что с учетом (8), (9), (12) начальные моменты нам известны:

$$v_n(\tau) = n! \sum_{k=0}^n (-1)^k \tau^k \frac{1}{k!} \sum_{l=0}^k C_{n+1}^l (-1)^l \quad (17)$$

сосчитаем математическое ожидание, среднеквадратическое отклонение, асимметрию и эксцесс ξ

$$m(\tau) = v_1(\tau), \quad \sigma(\tau) = \sqrt{\mu_2(\tau)}, \quad A(\tau) = \frac{\mu_3(\tau)}{\sigma^3(\tau)}, \quad E(\tau) = \frac{\mu_4(\tau)}{\sigma^4(\tau)} - 3, \quad (18)$$

где

$$\mu_n(\tau) = \int_0^{\infty} (\xi - v_1(\tau))^n f(\xi, \tau) d\xi \quad (19)$$

- центральный момент n -го порядка. Выполнив под знаком интеграла в (19) биномиальное разложение, получим после интегрирования по ξ

¹ Справедливость последнего результата непосредственно подтверждается формулами (1), (3).

$$\mu_n(\tau) = \sum_{i=0}^n (-1)^i C_n^{n-i} \cdot v_{n-i}(\tau) \cdot v_1(\tau)^i. \quad (20)$$

Подставив в (20) найденные с помощью (17)

$$v_1(\tau) = 1 + \tau, \quad v_2(\tau) = 2 + 4\tau + \tau^2, \quad v_3(\tau) = 6 + 18\tau + 9\tau^2 + \tau^3, \quad v_4(\tau) = 24 + 96\tau + 72\tau^2 + 16\tau^3 + \tau^4, \quad (21)$$

получим искомые центральные моменты

$$\mu_2(\tau) = 1 + 2\tau, \quad \mu_3(\tau) = 2 + 6\tau, \quad \mu_4(\tau) = 9 + 36\tau + 12\tau^2. \quad (22)$$

Подставив (22), (18), найдем

$$A(\tau) = \frac{6\tau + 2}{(2\tau + 1)^{3/2}} \xrightarrow{\tau \rightarrow \infty} \frac{3}{\sqrt{2\tau}}, \quad (23)$$

$$E(\tau) = \frac{24\tau + 6}{(2\tau + 1)^2} \xrightarrow{\tau \rightarrow \infty} \frac{6}{\tau}. \quad (24)$$

Видно, что асимметрия и эксцесс являются бесконечно малыми при $\tau \rightarrow \infty$. Это значит, что при больших временах $f(\xi, \tau)$, как уже упоминалось, трансформируется в нормальное распределение (рис 2)

$$f(\xi, \tau) = f_N(\xi, \tau) \cdot (1 + \varphi(\xi, \tau)), \quad (25)$$

где

$$f_N(\xi, \tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma(\tau)}} e^{-\frac{(\xi - m(\tau))^2}{2\sigma(\tau)}}, \quad (26)$$

а $f_N(\xi, \tau)\varphi(\xi, \tau)$ - погрешность (рис.3), возникающая при замене $f(\xi, \tau)$ нормальным законом (26). Фигурирующие в нем параметры нами уже определены (см. (18), а также первые формулы в (21), (22))

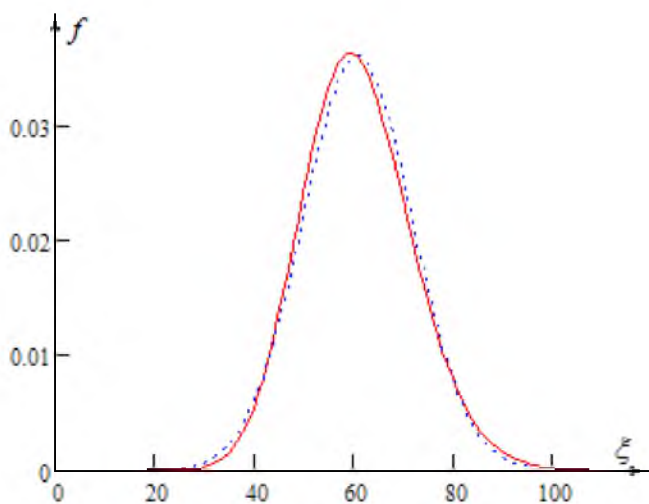
$$m(\tau) = 1 + \tau, \quad (27)$$

$$\sigma(\tau) = \sqrt{2\tau + 1}. \quad (28)$$

Рис.2. Асимптотика дифференциальной функции распределения координаты элементарного акта сорбции

исследование, осталось выразить $\varphi(\xi, \tau)$ (или хотя бы ее главную часть) через асимметрию, эксцесс и другие числовые характеристики, связанные с центральными моментами высших порядков.

Таким образом, знание асимптотики $f(\xi, \tau)$ при больших временах, многократно улучшает сходимость фигурирующих в (2), (3) двойных рядов. В результате скорость численных экспериментов, как и сами их возможности, выводятся на качественно иной уровень.



Для того чтобы завершить

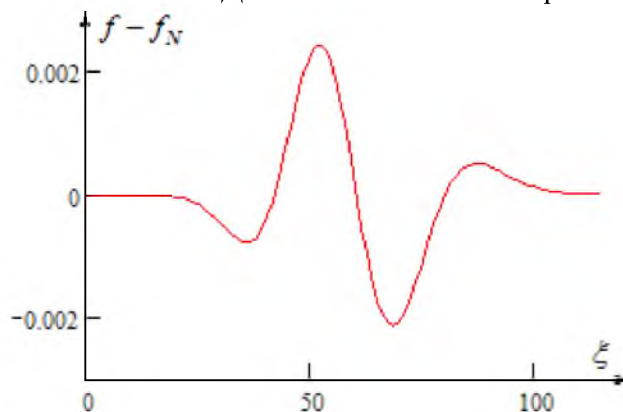


Рис. 3. Отклонение $f(\xi, \tau)$, от нормального закона $f_N(\xi, \tau)$ при $\tau = 60$

Библиографический список

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.:Наука, 1969. – 576с.
2. Ехилевский С.Г. О формировании квазистационарного профиля концентрации CO₂ при фильтрации выдыхаемого воздуха через кислородсодержащий продукт регенеративного патрона/ Ехилевский С.Г., Ткачев С.М. // Вестн. Полоц. гос.ун-та. Сер. В, Промышленность. Прикладные науки. – 2008.- №8.- С.115-120.
3. Ехилевский С.Г. Регенерация нестационарных потоков воздуха //Изв. Донецкого горного института. - 1998. - №2. - С. 53-58.
4. Ехилевский С.Г. Рекуррентные полиномы в моделировании динамической сорбционной активности./Ехилевский С.Г., Альховко В.В. // Вестн. Полоц. гос.ун-та. Сер. С, Фундаментальные науки. – 2005.-№4.- С.110-116.
5. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 400с.
6. Ехилевский С.Г. Моделирование динамической сорбционной активности надпероксидов щелочных металлов/ Ехилевский С.Г., Голубева О.В. // Вестн. Полоц. гос.ун-та. Сер. F, Строительство. Прикладные науки. – 2008.-№6.- С.119-128.

© Ехилевский С.Г., Голубева О.В., Пяткин Д.В., Потанов В.Г., Малеева А.Н., Михайлов А.Н., 2009

Надійшла до редколегії 12.02.2009

УДК 622.35

ШЕВЦОВ Н.Р., КАЛЯКИН С.А., КУПЕНКО И.В., РУБЛЕВА О.И. (ДонНТУ)

ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД РАСШИРЯЮЩИМИСЯ НЕВЗРЫВЧАТЫМИ МАТЕРИАЛАМИ

Предложен механизм разрушения твердого тела посредством длительно действующих статических напряжений. Получены аналитические зависимости для расчета параметров технологии разрушения невзрывчатыми расширяющимися составами.

The mechanism of solid matter fracturing by means of long-acting static stresses is presented. The authors have obtained the dependence for calculating the parameters of fracturing technique based on non-explosive expanding mixtures.

В середине XX века в странах Западной Европы (Германия, Франция) и Японии был предложен безопасный способ разрушения бетонных конструкций и горных пород при выполнении строительных и других инженерно-технических работ, посредством применения невзрывчатых расширяющихся веществ (НРВ). Этот способ преимущественно был задействован в условиях выполнения проектов, при которых применение взрывного способа сопровождалось различными проблемами, связанными с безопасностью работ, охраной окружающей среды и получением разрешений на хранение и транспортирование ВВ.

Зарубежные, в основном японские компании, специализирующиеся на производстве цемента, осознав необходимость такого способа разрушения, не загрязняющего окружающую среду, разработали невзрывчатые составы «Calkimite», S-Mite, «Bristar». Несколько позднее в СССР ВНИИстройматериалов разработал подобный состав под названием НРС. Данные составы позволяют получить быстрое и бесшумное разрушение созданием трещин в горной породе или бетонной конструкции в нужном месте через определенное время.