# Грубое совмещение изображений по найденным на них прямым линиям

Д.Б. Волегов\*, Д.В. Юрин\*\* \* Московский физико-технический институт (государственный университет) \*\* ФГУП НПП ОПТЭКС, <u>dvolegov@rambler.ru yurin d@inbox.ru</u>

## Аннотация

В работе приведен алгоритм поиска проективного преобразования, переводящего одно изображение сцены во второе, основываясь на параметрах найденных на изображениях прямых линиях. Для поиска параметров прямых используется быстрое преобразование Радона. Поиск проективного преобразования сводится к минимизации функционала в четырехмерном параметрическом пространстве.

Ключевые слова: грубое совмещение изображений, преобразование Радона, обнаружение прямых линий.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Большинство методов восстановления трехмерных сцен, создания мозаик и поиска соответствующих точек требуют для своей работы задания окна, в пределах которого для точки на первом изображении ищется соответствующая точка на втором изображении [1,2]. При обработке снимков, полученных фотоаппаратом, отличие между снимками может быть существенным, что приводит к большому окну поиска и значительно увеличивает время работы алгоритма поиска карты смещений (disparity map) [1] или соответствующих характеристических точек [2]. В этой связи представляет интерес найти преобразование для изображений, которое грубо совмещает их в целом, в рамках какой либо простой модели, типа аффинного или проективного преобразования, что в результате приведет к уменьшению окна поиска. Поиску такого преобразования и посвящена эта работа.

Разработано несколько методов совмещения изображений [3,4]. Алгоритм [3] способен определить сдвиг, поворот и изменение масштаба изображения и часто не справляется, если на изображении присутствуют значительные перспективные искажения. Алгоритм [4] ищет аффинное преобразование изображения и рассчитан на работу с видеопоследовательностью, т.е. предполагает, что различия между изображениями не велики.

В настоящей работе предлагается алгоритм, который осуществляет поиск проективного преобразования, грубо совмещающего изображения, используя прямые линии, найденные на изображениях. Область применения предлагаемого алгоритма ограничивается сценами, содержащими прямые линии, такими как городские пейзажи, снимки помещений и т.д. Преимуществом алгоритма является, во-первых, то, что он использует только информацию о найденных прямых линиях. Например, при съемке здания на фоне деревьев из разных точек, фон (деревья) не мешают алгоритму, так как алгоритм использует лишь информацию о прямых линиях (стены здания, границы окон и т.д.). Во-вторых, алгоритм способен совмещать изображения, если площадь общей области сним-ков менее 50% площади снимка.

## 2. АЛГОРИТМ СОВМЕЩЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ



#### Рис. 1. Алгоритм поиска проективного преобразования, совмещающего изображения

Цель шага 1 выделить границы (edge) на изображении. Для этой цели использовался алгоритм модуля градиента [5], с полушириной гауссовой функции 2-3 пикселя.



Рис. 2. Поиск прямых на изображении. (а) – исходное изображение; (б) – преобразование Радона, яркие точки соответствую прямым на изображении; (в) – найденные прямые линии

Целью шагов 2 и 3 является извлечение из изображений параметров прямых (рис. 2). Для этой цели использовался алгоритм быстрого преобразования Хафа из [6]

Шаг 4 является основным в настоящей работе и рассматривается в следующем разделе. В качестве входных данных он принимает параметры найденных на изображении прямых, а результатом его работы являются возможные проективные преобразования, которыми можно перевести первое изображение во второе. Шаг 5 вычисляет для каждого найденного проективного преобразования среднеквадратичную интенсивность разностного кадра между вторым изображением и преобразованным первым. Преобразование, приводящее к наименьшей среднеквадратичной интенсивности объявляется искомым.

## 3. АЛГОРИТМ ПОИСКА ГИПОТЕЗ

Предположим, что сцена состоит из единственной плоскости с прямыми линиями  $\sigma$  (рис. 3.). Поставим следующую задачу: имея параметры прямых на двух изображениях, найти проективное преобразование **Р** первого изображения, которое переводит его во второе изображение.

Под проективным преобразованием **Р** подразумевается преобразование изображения по следующим формулам:

$$\widetilde{x}_{2} = \frac{P_{11}\widetilde{x}_{1} + P_{12}\widetilde{y}_{1} + P_{13}}{P_{31}\widetilde{x}_{1} + P_{32}\widetilde{y}_{1} + P_{33}}$$
(1)

$$\widetilde{y}_{2} = \frac{P_{21}\widetilde{x}_{1} + P_{22}\widetilde{y}_{1} + P_{23}}{P_{31}\widetilde{x}_{1} + P_{32}\widetilde{y}_{1} + P_{33}}$$
(2)

 $\widetilde{x}_1, \widetilde{y}_1$ - координаты точки на первом изображении,  $\widetilde{x}_2, \widetilde{y}_2$ - координаты точки на втором изображении, коэффициенты  $P_{ii}$ - коэффициенты матрицы 3х3.

Нетривиальность задачи состоит в том, что, во-первых, соответствия между прямыми на изображениях неизвестны и, вовторых, на первом изображении могут быть найдены прямые, которые не найдены на втором и наоборот.

#### 3.1 Параметризация проективного преобразования и прямых линий.

В настоящей работе проективное преобразование параметризуется взаимным положением камер и плоскости с прямыми:

$$\mathbf{P} = \mathbf{R}^{\mathrm{T}} \left( \mathbf{I} - \frac{\mathbf{\vec{t}} \mathbf{\vec{n}}^{\mathrm{T}}}{d} \right)$$
(3)

которая может быть получена из геометрических соображений. Матрица вращения **R** поворачивает первую камеру в положение второй:

$$\mathbf{R}(\vec{\mathbf{i}}_1 \ \vec{\mathbf{j}}_1 \ \vec{\mathbf{k}}_1) = (\vec{\mathbf{i}}_2 \ \vec{\mathbf{j}}_2 \ \vec{\mathbf{k}}_2) \tag{4}$$

вектор  $\mathbf{t}$  -сдвиг от фокуса первой камеры к фокусу второй, вектор  $\mathbf{\vec{n}}$  - нормаль к плоскости  $\boldsymbol{\sigma}$ , d - расстояние от фокуса первой камеры до плоскости  $\boldsymbol{\sigma}$ . При такой параметризации изображение сцены первой камерой переводится в изображение сцены второй камерой преобразованием (3) по формулам (1), (2).



Рис. 3. Сцена состоит из плоскости с прямыми  $\sigma$  и снимается двумя камерами с фокусами в точках  $F_1$  и  $F_2$ . С каждой камерой связана СК. Фокальные плоскости камер обозначены через  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ . Орты  $\vec{i}_1$ ,  $\vec{j}_1$  и  $\vec{i}_2$ ,  $\vec{j}_2$  лежат в плоскостях  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , орты  $\vec{k}_1$  и  $\vec{k}_2$  направлены вдоль оптических осей камер

Обратимся теперь к параметризации прямых линий на изображении. В настоящей работе прямая на изображении задается нормальным вектором  $\vec{m}$  к плоскости, проходящей через фокус камеры и рассматриваемую прямую (рис. 3):

$$\vec{\mathbf{m}} = \lambda (\cos\psi, \sin\psi, -\frac{\rho}{f})^{T}$$

$$\lambda = \frac{f}{\sqrt{f^{2} + \rho^{2}}}, \quad |\vec{\mathbf{m}}| = 1$$
(5)

где  $\Psi$  - угол, который нормаль к прямой на изображении составляет с осью абсцисс,  $\rho$  - расстояние от прямой до начала координат, f - фокусное расстояние камеры, которое полагается равным угловой разрешающей способности камеры и имеет размерность пиксель/радиан [7].

Обозначим через  $\vec{m}_1$  и  $\vec{m}_2$  параметры прямых на первом и втором изображениях, которые являются образами одной и той же прямой в пространстве. Пусть первое изображение переводится во второе проективным преобразованием P. Тогда между векторами  $\vec{m}_1$  и  $\vec{m}_2$  легко установить связь:

$$\vec{\mathbf{m}}_2 = \frac{\Lambda \vec{\mathbf{m}}_1}{|\Lambda \vec{\mathbf{m}}_1|} \tag{6}$$

$$\boldsymbol{\Lambda} = \left(\boldsymbol{P}^{-1}\right)^T \tag{7}$$

Подставляя (3) в (7) и используя формулу Шермона-Моррисона [8] для точного обращения матрицы получаем:

$$\Lambda = \mathbf{R}^{\mathrm{T}} \left( \mathbf{I} + \frac{\vec{\mathbf{n}} \vec{\mathbf{t}}^{\mathrm{T}}}{d - (\vec{\mathbf{t}}, \vec{\mathbf{n}})} \right)$$
(8)

Легко показать, что при условии (разрешены лишь сдвиги камеры не превосходящие доли *К* расстояния до объекта)

$$|\vec{\mathbf{t}}| \leq \kappa d$$
 (9)

спектр матрицы  $\Lambda$  ограничен:

$$\frac{1}{1+\kappa} \leq |\lambda(\Lambda)| \leq \frac{1}{1-\kappa}$$
(10)

Чем меньше сдвиги t, тем модули собственных чисел ближе к единице.

#### 3.2 Построение функционала

Определим функционал F, зависящий от параметров найденных прямых и матрицы проективного преобразования  $\mathbf{P}$ . Функционал F строится таким образом, что его значение тем меньше, чем большее количество прямых на первом изображении (и чем точнее) переводится проективным преобразованием  $\mathbf{P}$  в прямые на втором изображении.

Пусть  $\vec{\mathbf{m}}_{1,i}$ ,  $i = 1...N_1$  и  $\vec{\mathbf{m}}_{2,i}$ ,  $j = 1...N_2$ параметры прямых, найденных на первом и втором изображениях. Рассмотрим прямую  $\vec{\mathbf{m}}_{1,i}$  на первом изображении и прямую  $\vec{\mathbf{m}}_{2,i}$  на втором изображении. Введем величину

$$F_{ij} = -\exp\left(-\frac{|\vec{\mathbf{m}}_{2,j} \times \Lambda \vec{\mathbf{m}}_{1,i}|^2}{2\sigma^2}\right)$$
(11)

Матрица  $\Lambda$  определяется (8). Значением параметра  $\sigma$  пока не конкретизируется, но оно лежит в пределах  $\sigma = 0.01 \div 0.2$ . Так как векторы  $\vec{\mathbf{m}}_{1,i}$  и  $\vec{\mathbf{m}}_{2,j}$  единичные, а модули собственных значений матрицы  $\Lambda$  порядка единицы (10), то  $F_{ij}$  заметно отличны от нуля только если угол  $\phi_{i,j}$  между векторами  $\Lambda \vec{\mathbf{m}}_{1,j}$  и  $\vec{\mathbf{m}}_{2,j}$  не превосходит  $\sigma$ :

$$|\sin\phi_{i,j}| \le \sigma \tag{12}$$

Определим величину  $F_i$  следующим образом:

$$F_{i} = \sum_{j=1}^{N_{2}} F_{ij}$$
(13)

На значение параметра  $\sigma$  наложим ограничение:

$$\sigma < \frac{1}{2} \max_{\substack{j_1, j_2 \\ j_1 \neq j_2}} \sin \phi_{j_1, j_2}$$
(14)

где где  $\phi_{j_1,j_2}$  - угол между векторами  $\vec{\mathbf{m}}_{2,j_1}$  и  $\vec{\mathbf{m}}_{2,j_2}$ . Условие (14) фактически означает, что каждой прямой на первом изображении ставится в соответствие только одна прямая на втором изображении, при этом среди слагаемых  $F_{ij}$  не более одного заметно отлично от нуля. Величина  $F_i$  заметно отлично от нуля только если среди векторов  $\vec{\mathbf{m}}_{2,j}$  найдется такой, что синус угла между векторами  $\Lambda \vec{\mathbf{m}}_{1,j}$  и  $\vec{\mathbf{m}}_{2,j}$  не превосходит  $\sigma$ . Наконец, определим минимизируемый функционал:

$$F = \sum_{i=1}^{N_1} F_i \tag{15}$$

#### 3.3 Минимизация функционала

В общем случае функционал F определен в восьмимерном пространстве параметров (матрица  $\mathbf{R}$  зависит от трех углов, вектор  $\mathbf{\vec{n}}$  - единичный, вектор  $\mathbf{\vec{t}}$  - произвольный, матрицы  $\mathbf{P}$  и  $\Lambda$  определены с точностью до множителя). Ограничим возможные повороты камеры лишь углом  $\boldsymbol{\theta}$  поворота вокруг орта  $\mathbf{\vec{k}}_1$ . Такое ограничение мотивируется, во-первых, желанием сократить размерность пространства параметров, от которых зависит матрица  $\Lambda$ . И, во-вторых, при малых сдвигах  $\mathbf{\vec{t}}$  поворот камеры вокруг орта  $\mathbf{\vec{i}}_1$  эквивалентен сдвигу камеры вдоль орта  $\mathbf{\vec{j}}_1$ , а поворот камеры вокруг орта  $\mathbf{\vec{j}}_1$  эквивалентен сдвигу камеры вдоль орта  $\mathbf{\vec{k}}_1$ . Вектор  $\mathbf{\vec{n}}$ положим направленным вдоль орта  $\mathbf{\vec{k}}_1$ . Тогда матрица  $\Lambda$ имеет вид:

$$\Lambda(\theta, \vec{\mathbf{t}}) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0\\ \sin\theta & \cos\theta & 0\\ \frac{t_x}{1-t_z} & \frac{t_y}{1-t_z} & \frac{1}{1-t_z} \end{pmatrix}$$
(16)

Объединением (16), (15), (13) и (11) получается явное выражение для минимизируемого функционала через параметры найденных прямых (5) и искомые параметры  $\boldsymbol{\theta}$  и  $\vec{\mathbf{t}}$ . Поиск локальных минимумов функционала осуществляется методом сопряженных градиентов [8]. Каждый найденный локальный минимум соответствует некоторой гипотезе о параметрах  $\boldsymbol{\theta}$  и  $\vec{\mathbf{t}}$ , из которых по формулам (16) и (7) можно вычислить матрицу проективного преобразования.

## 4. РЕЗУЛЬТАТЫ

Результаты работы алгоритма приведены на рис. 4.



Рис. 4. Результаты работы алгоритма. Левый столбец – первое изображение, средний столбец второе изображение, правый столбец - первое изображение, преобразованное найденным проективным преобразованием

Для 10 прямых на каждом изображении время работы алгоритма на машине Intel Pentium III 800 МГц составляет около 100 миллисекунд для искомых параметров в диапазоне:

Угол поворота камеры, градусы	-180	180
Сдвиг камеры по горизонтали и вертика- ли, % размера изображения	-70	70
Масштабирование изображения, %	50	200

Время поиска локального минимума функционала не зависит от размера изображения, определяется лишь числом найденных прямых и пропорционально  $O(N_1N_2)$ , где  $N_1$  и  $N_2$  числа найденных прямых на изображениях.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлен алгоритм грубого совмещения изображений, основанный на параметрах найденных прямых линий. Алгоритм успешно работает в случае, если число общих прямых на изображениях и площадь общей части изображений менее 50 процентов. Дальнейшим усовершенствованием алгоритма является включение информации о яркости и цвете прямых и прилегающих к ним областям изображения.

### 6. БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, гранты 05-07-90344, 05-07-90390 и 06-01-00789.

## 7. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Vladimir Kolmogorov and Ramin Zabih, *Computing visual correspondence with occlusions via graph cuts*, pp. 508\_515.

[2] Carlo Tomasi, Takeo Kanade. Shape and Motion from Image Streams: a Factorization Method, Part 3, Detection and Tracking of Point Features //Tech. Report CMU-CS-91-132 / School of Computer Science, Carnegie Mellon University. — April 1991.

[3] B.S. Reddy and B.N. Chatterji, An fft-based technique for translation, rotation, and scale-invariant image registration, 5 (1996), no. 8, 1266-1271.

[4] Jianbo Shi and Carlo Tomasi, *Good features to track*, IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'94) (Seattle), June 1994.

[5] Di Zenzo S. A note on the gradient of multi-image // Comput. Vision Graphics Image Process. 1986. V. 33. P. 116-125.

[6] Volegov D.B., Gusev V.V., Yurin D.V. Straight Line Detection on Images via Hartley Transform. Fast Hough Transform. // In Conference Proceedings. 16-th International Conference on Computer Graphics and Application GraphiCon'2006 July 1 - 5, 2006 Novosibirsk Akademgorodok, Russia.

[7] Н. В. Свешникова, Д. В. Юрин. Априорный и апостериорный расчет погрешностей восстановления трехмерных сцен алгоритмами факторизации. //Программирование 2004, Т.30, № 5, С. 48-68.

[8] Press et al, *Numerical recipes*, Cambridge University Press, 1992.

## Об авторах

Волегов Дмитрий Борисович – студент ФОПФ МФТИ. E-mail: <u>dvolegov@rambler.ru</u>

Юрин Дмитрий Владимирович - к.ф.-м.н., ФГУП НПП ОПТЭКС, главный специалист. E-mail: <u>yurin d@inbox.ru</u>

## Rough Image Registration via detected Straight Lines

## Abstract

An algorithm for rough projective image registration based on straight lines is presented. Line parameters are extracted using Fast Radon Transform. The projective transform search is reduced to functional minimization in 4D.

*Keywords:* image registration, Radon transform, straight line detection.

### About the authors

Dmitry B. Volegov is a student at Moscow Institute of Physics and Technology. E-mail: <u>dvolegov@rambler.ru</u>.

Dmitry V. Yurin, PhD, is a chief specialist of FGUP RPE OPTECS. E-mail: <u>yurin d@inbox.ru</u>.