

УДК 51-74 : 669.147

В. Н. Ткаченко, д-р техн. наук,

А. А. Иванова, инженер

Ин-т прикладной математики и механики НАН Украины

(Украина, 83114, Донецк, ул. Р. Люксембург, 74,

тел. (062)3110436, E-mail: ivanova@iamm.ac.donetsk.ua)

Моделирование и анализ теплового поля непрерывного слитка криволинейной МНЛЗ.

Предложена математическая модель нестационарного теплового процесса непрерывного слитка криволинейной МНЛЗ, разработаны явные схемы конечно-разностной аппроксимации и алгоритм решения поставленной задачи, проведён анализ полученных численных результатов.

Ключевые слова: криволинейная МНЛЗ, тепловое поле, граница раздела фаз, метод конечных разностей, параметрическая чувствительность.

Правильно выбранный температурный режим является одним из основных факторов стабильности качества продукции технологического процесса непрерывной разливки стали. Его нарушения часто приводят к полной потере плавки или массовому браку в слитках, а иногда и к серьёзным авариям на машине непрерывного литья заготовок (МНЛЗ). Таким образом, при непрерывной разливке требования к температурному режиму должны быть значительно более жёсткими, чем при обычной разливке [1,2].

Тепловые процессы в непрерывном слитке на каждом участке МНЛЗ весьма сложны. Математические модели, описывающие их, основаны на нелинейных дифференциальных уравнениях в частных производных и граничных условиях различного рода. Поэтому такие задачи не поддаются аналитическому решению. Кроме того, аналитический подход ограничен простотой геометрических конфигураций рассматриваемой области. Экспериментальный метод в решении задач, возникающих при изучении процессов непрерывной разливки, требует колоссальных денежных затрат, сложнейшего оборудования, решения вопросов моделирования реальных условий и пр.

Современное развитие численных методов и ЭВМ делает численный подход наиболее привлекательным в решении задач моделирования и исследования тепловых процессов непрерывной разливки стали. К тому же он не имеет ограничений связанных с нелинейностью, которые обычно возникают при попытках аналитических решений. Постоянно растущая мощность вычислительной техники дает возможность постановок все более полных и сложных задач моделирования технологического процесса непрерывной разливки стали.

Математическое моделирование позволяет оптимизировать рабочие параметры непрерывной разливки, повысить качество разливаемой заготовки, снизить производственные затраты и обеспечить безаварийную работу МНЛЗ.

Математическая модель.

При построении математической модели приняты следующие упрощающие допущения:

1. Тепловой поток в направлении перпендикулярном плоскости Oxz пренебрежимо мал. Так поступают в случаях, когда в слитках прямоугольного сечения широкая грань хотя бы вдвое больше узкой.
2. Распределение температур в кристаллизаторе симметрично относительно оси Oz .
3. Считается, что жидкая и твёрдая фазы разделены чёткой границей (линией), а не полосой, а температура затвердевания средняя из интервала ликвидус – солидус.
4. Перемешивание в жидкой фазе не учитывается.
5. В случае, когда разливка проводится не под шлаком, учитываются потери тепла от зеркала расплава только за счёт излучения, поскольку конвекция играет незначительную роль [2].
6. Ширина слитка на любом уровне МНЛЗ – величина постоянная.
7. Кристаллизатор – недеформируемое тело.
8. Не учитываются возвратно-поступательное движение кристаллизатора и трение между поверхностями слитка и кристаллизатора.
9. В связи с тем, что между поверхностью слитка в кристаллизаторе и стенкой кристаллизатора всегда существует некоторый зазор, обусловленный шероховатостями поверхностей и усадкой слитка, в рассмотрение вводится эффективная толщина газового зазора δ_3 между поверхностью слитка и стенкой кристаллизатора [2].
10. Тепловой поток в конце прямолинейного участка ЗВО считается равным нулю.

Теплообмен в области кристаллизатора

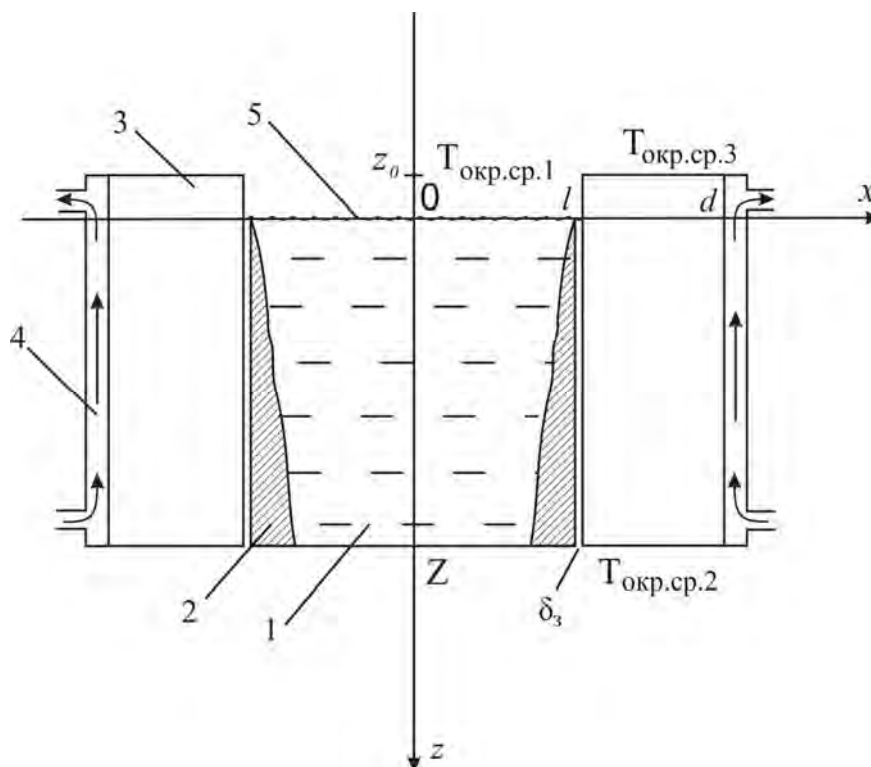


Рисунок 1. Тепловая схема кристаллизатора. 1 – жидкая фаза; 2 – твёрдая фаза; 3 – стенка кристаллизатора; 4 – охлаждающая вода; 5 – зеркало расплава; l – полутолщина слитка; d – расстояние от начала координат до поверхности стенки кристаллизатора, обращённой к воде.

Уравнение тепломассопереноса для металла выглядит следующим образом [3]:

$$\frac{\partial T(\tau, x, z)}{\partial \tau} + v(\tau) \frac{\partial T(\tau, x, z)}{\partial z} = \frac{1}{c(T, x, z) \rho(T, x, z)} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial z} \right] \right\}, \quad (1)$$

где $v(\tau)$ – скорость вытягивания слитка, м/с; T – температура в жидкой и твёрдой фазах, К; c – удельная теплоёмкость, Дж/(кг·К), ρ – плотность, кг/м³ и λ – теплопроводность разливаемого металла, Вт/(м·К).

Граничные условия при $z = 0$. Поскольку основные потери тепла от зеркала расплава получаются за счёт излучения, а конвекция играет незначительную роль в передаче тепла, то тепловой поток от жидкой стали можно выразить уравнением [2]

$$-\lambda(T, x) \frac{\partial T}{\partial z} = C_n \left[\left(\frac{T_{\text{окр.ср.1}}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T|_{z=0}}{100} \right)^4 \right], \quad (2)$$

где C_n – приведённый коэффициент излучения, Вт/(м²К⁴); $T|_{z=0}$ – температура излучающей жидкой стали; $T_{окр.ср.4}$ – температура окружающей среды.

При разливке под шлаком тепловой поток от зеркала расплава можно считать равным нулю.

Остальные граничные условия для части слитка внутри кристаллизатора:

при $x = 0$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad (3)$$

при $x = l$

$$\lambda(T, z) \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=l} = \frac{\lambda_{Г.3}}{\delta_3} (T|_{x=l+\delta_3} - T|_{x=l}) + C_n \left[\left(\frac{T|_{x=l+\delta_3}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T|_{x=l}}{100} \right)^4 \right], 0 < z \leq Z, \quad (4)$$

где $\lambda_{Г.3}$ – коэффициент теплопроводности газовой смеси в зазоре; $T|_{x=l}$, $T|_{x=l+\delta_3}$ – температура поверхностей слитка и кристаллизатора соответственно; δ_3 – толщина газового зазора, C_n – приведённый коэффициент излучения.

Условия на границе раздела фаз:

– условие равенства температур

$$T(\tau, x, z) \Big|_{x=\xi_-(\tau, z)} = T(\tau, x, z) \Big|_{x=\xi_+(\tau, z)} = T_{кр}, \quad (5)$$

– уравнение, описывающее движение неизвестной границы между жидкой и твердой фазами металла (условие Стефана)

$$\lambda(T, x, z) \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{x=\xi_-(\tau, z)} - \lambda(T, x, z) \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{x=\xi_+(\tau, z)} = \mu \rho(T_{кр}) \left(\frac{\partial \xi}{\partial \tau} + v \cdot \frac{\partial \xi}{\partial z} \right), 0 \leq z \leq Z, \quad (6)$$

где ξ – граница раздела фаз есть функция двух переменных $x = \xi(\tau, z)$, μ – скрытая теплота кристаллизации, (Дж/кг); $T_{кр}$ – температура кристаллизации (средняя из интервала ликвидус – солидус), \bar{n} – нормаль к поверхности раздела фаз.

Начальное положение границы раздела фаз

$$\xi(0, z) = \xi_0(z) \quad (7)$$

и «граничное» условие для функции ξ :

$$\xi(\tau, 0) = l \quad (8)$$

Уравнение теплопроводности для стенки кристаллизатора:

$$\frac{\partial T(\tau, x, z)}{\partial \tau} = \frac{1}{c(T, x, z) \rho(T, x, z)} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial z} \right] \right\}, \quad (9)$$

$$z_0 < z < Z, l < x < d$$

Граничные условия для стенки кристаллизатора:

$$\begin{aligned}
 \text{при } x = d \quad \lambda(T, z) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=d} &= \alpha_1 (T_\theta - T|_{x=d}), \quad z_0 < z < Z, \\
 \text{при } z = Z \quad \lambda(T, x) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=Z} &= \alpha_2 (T_{\text{окр.ср.2}} - T|_{z=Z}), \quad l < x < d, \\
 \text{при } z = z_0 \quad -\lambda(T, x) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=z_0} &= \alpha_3 (T_{\text{окр.ср.3}} - T|_{z=z_0}), \quad l < x < d,
 \end{aligned} \tag{10}$$

при $x = l + \delta_3$ ниже уровня мениска

$$\lambda(T, z) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=l+\delta_3} = \frac{\lambda_{г.3}}{\delta_3} (T|_{x=l+\delta_3} - T|_{x=l}) + C_n \left[\left(\frac{T|_{x=l+\delta_3}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T|_{x=l}}{100} \right)^4 \right], \quad 0 < z \leq Z$$

при $x = l + \delta_3$ (над мениском)

$$-\lambda(T, z) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=l+\delta_3} = \alpha_4 (T_{\text{окр.ср.1}} - T|_{x=d}) + C_n \left[\left(\frac{T_{\text{окр.ср.1}}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T|_{x=d}}{100} \right)^4 \right], \quad z_0 < z < 0,$$

где α_1 – коэффициент теплоотдачи от стенки кристаллизатора к охлаждающей воде, Вт/(м²·К); T_θ – температура охлаждающей воды, $\alpha_{2,3,4}$ – коэффициенты теплоотдачи от стенки кристаллизатора в окружающую среду, $T_{\text{окр.ср.2,3,4}}$ – температура окружающей среды.

Температура охлаждающей воды в канале кристаллизатора описывается следующим балансовым уравнением:

$$c_\theta S_\theta v_\theta \frac{\partial T_\theta(\tau, z)}{\partial z} = P_c \alpha_1 (T_\theta(\tau, z) - T|_{x=d}) - P_{\theta n} \alpha_{\theta n} (T_\theta(\tau, z) - T_{\theta n}), \tag{11}$$

где c_θ – объёмная теплоёмкость воды, Дж/(К·м³); S_θ – сечение для прохода воды, м²; v_θ – скорость воды, м/сек; P_c – периметр стенки кристаллизатора, м; $P_{\theta n}$ – периметр внешней стенки; $\alpha_{\theta n}$ – коэффициент теплоотдачи от воды к внешней стенке, $T_{\theta n}$ – температура внешней стенки.

Известна температура охлаждающей воды на входе в канал кристаллизатора:

$$T_\theta(0, Z) = T_{\theta 0}(\tau) \tag{12}$$

и её начальное распределение внутри канала:

$$T_\theta(0, z) = T_{\theta 0}(z) \tag{13}$$

Теплообмен в зоне вторичного охлаждения (ЗВО)

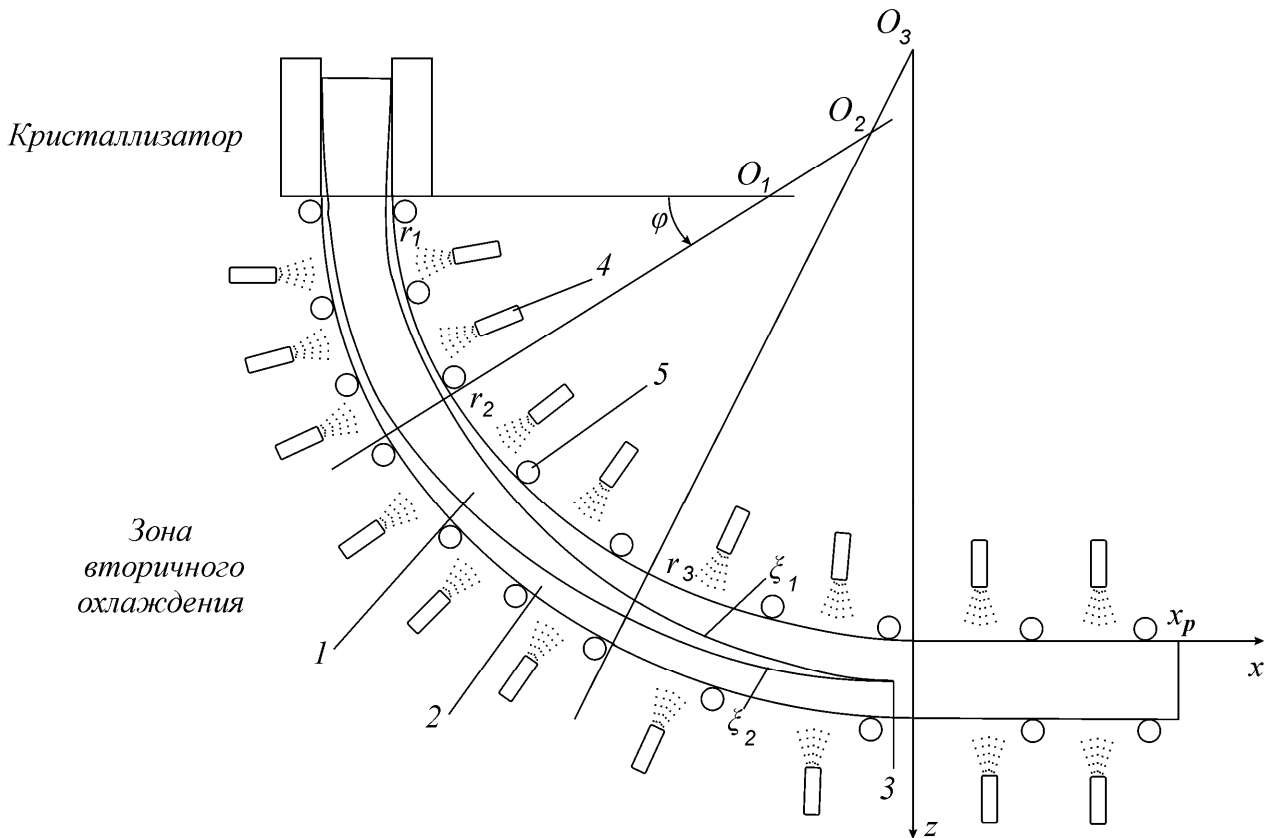


Рисунок 2. Тепловая схема ЗВО. 1 – жидкая фаза; 2 – твёрдая фаза; 3 – точка окончательной кристаллизации (глубина жидкой фазы); 4 – форсунки, подающие водо-воздушную смесь; 5 – ролики.

Уравнение тепломассопереноса для слитка на криволинейных участках МНЛЗ выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \theta_m(\tau) \frac{\partial T(\tau, r, \varphi)}{\partial \varphi} = \frac{1}{c(T, r, \varphi) \rho(T, r, \varphi)} \cdot \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda(T, r, \varphi) \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\lambda(T, r, \varphi) \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) + \frac{\lambda(T, r, \varphi)}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right\} \quad (14)$$

где θ_m – угловая скорость движения слитка на m -м криволинейном участке.

Условия равенства температур на границе раздела фаз:

$$T(\tau, r, \varphi) \Big|_{r=\xi_{1,2-}(\tau, \varphi)} = T(\tau, r, \varphi) \Big|_{r=\xi_{1,2+}(\tau, \varphi)} = T_{кр}, \quad r_{1,2} = \xi_{1,2}(\tau, \varphi), \quad (15)$$

где $\xi_1(\varphi)$ и $\xi_2(\varphi)$ – границы раздела фаз.

Условия Стефана:

$$\lambda(T, r, \varphi) \frac{\partial T}{\partial \bar{n}} \Big|_{\xi_{1-}} - \lambda(T, r, \varphi) \frac{\partial T}{\partial \bar{n}} \Big|_{\xi_{1+}} = \mu \rho_{kp} \left(\theta_m(\tau) \cdot \frac{\partial \xi_1}{\partial \varphi} + \frac{\partial \xi_1}{\partial \tau} \right), \quad \xi_1(0, \varphi) = \xi_{1_0}(\varphi) \quad (16)$$

$$\lambda(T, r, \varphi) \frac{\partial T}{\partial \bar{n}} \Big|_{\xi_{2+}} - \lambda(T, r, \varphi) \frac{\partial T}{\partial \bar{n}} \Big|_{\xi_{2-}} = -\mu \rho_{kp} \left(\theta_m(\tau) \cdot \frac{\partial \xi_2}{\partial \varphi} + \frac{\partial \xi_2}{\partial \tau} \right), \quad \xi_2(0, \varphi) = \xi_{2_0}(\varphi).$$

Граничные условия на криволинейных участках:

— по внутреннему радиусу:

$$-\lambda(T, \varphi) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_m} = \alpha_I(G_m(\tau), \varphi) \cdot (T_{I_m} - T|_{r=r_m}) + C_{I_m} (T_{I_m}^4 - (T|_{r=r_m})^4)$$

— по внешнему радиусу:

(17)

$$\lambda(T, \varphi) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_m+2l} = \alpha_E(G_m(\tau), \varphi) \cdot (T_{E_m} - T|_{r=r_m+2l}) + C_{E_m} (T_{E_m}^4 - (T|_{r=r_m+2l})^4),$$

где α_I , α_E , C_{I_m} , C_{E_m} , T_{I_m} , T_{E_m} – коэффициенты теплоотдачи от поверхности слитка в окружающую среду, приведённые коэффициенты излучения от поверхности слитка, температура окружающей среды в m -й секции ЗВО по внутреннему и по внешнему радиусам соответственно, $G_m(\tau)$ – расход воды на m -й секции.

Уравнение тепломассопереноса на прямолинейном участке:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + v(\tau) \frac{\partial T(\tau, x, z)}{\partial x} = \frac{1}{c(T, x, z) \rho(T, x, z)} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial z} \right] \right\} \quad (18)$$

Если жидкая фаза продолжается дальше точки выпрямления, то на прямолинейном участке ЗВО также задаются условия равенства температур на границе раздела фаз:

$$T(\tau, x, z) \Big|_{x=\xi_{1,2-}(x,z)} = T(\tau, x, z) \Big|_{x=\xi_{1,2+}(x,z)} = T_{kp}, \quad (19)$$

и условия Стефана:

$$\lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial \bar{n}} \Big|_{\xi_{1-}} - \lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial \bar{n}} \Big|_{\xi_{1+}} = \mu \rho_{kp} \left(v(\tau) \cdot \frac{\partial \xi_1}{\partial x} + \frac{\partial \xi_1}{\partial \tau} \right), \quad (20)$$

$$\lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial \bar{n}} \Big|_{\xi_{2+}} - \lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial \bar{n}} \Big|_{\xi_{2-}} = -\mu \rho_{kp} \left(v(\tau) \cdot \frac{\partial \xi_2}{\partial x} + \frac{\partial \xi_2}{\partial \tau} \right).$$

Граничные условия на прямолинейном участке:

— по внутреннему радиусу:

$$-\lambda(T, x) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=z_p} = \alpha_I(G_m(\tau), x) \cdot (T_{I_{o.c.z_p}} - T|_{z=z_p}) + C_{I4} (T_{I_{o.c.z_p}}^4 - (T|_{z=z_p})^4)$$

— по внешнему радиусу:

(21)

$$\lambda(T, x) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=z_p+2l} = \alpha_{Ez_p} (G_m(\tau), x) \cdot (T_{Eo.c.z_p} - T|_{z=z_p+2l}) + C_{Ez_p} \left(T_{Eo.c.z_p}^4 - (T|_{z=z_p+2l})^4 \right).$$

Считаем, что в конце прямолинейного участка тепловой поток равен нулю:

$$\lambda(T, z) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=x_p} = 0. \quad (22)$$

Заданы начальные условия для всего поля температур:

на прямолинейных участках:

$$T(0, x, z) = T_0(x, z)$$

и на криволинейных участках:

$$T(0, r, \varphi) = T_0(r, \varphi).$$

(23)

Причём начальная температура есть непрерывная функция на всей области слитка и стенки кристаллизатора.

Конечно-разностные аппроксимации исходных уравнений.

В области первичной зоны охлаждения «Кристаллизатор» введём следующие равномерные прямоугольные сетки (рис.3):

- на $(0, l) \times (0, Z)$ – слиток внутри кристаллизатора – сетка $\omega_{q,h}$ с шагами $q = \frac{l}{N}$ и

$$h = \frac{Z}{M};$$

- на $(l + \delta_3, l + \delta_3 + d) \times (z_0, 0)$ (стенка кристаллизатора выше уровня мениска)

сетка ω_{s,h_1} с шагами $s = \frac{d}{K}$ и $h_1 = \frac{z_0}{P}$;

- на $(l + \delta_3, l + \delta_3 + d) \times (0, Z)$ (стенка кристаллизатора ниже уровня мениска)

сетка $\omega_{s,h}$.