

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОХЛАЖДЕНИЯ СЛИТКА В КРИСТАЛЛИЗАТОРЕ МАШИНЫ НЕПРЕРЫВНОГО ЛИТЬЯ ЗАГОТОВОК

С.А. Повитухин

*ГОУ ВПО «Магнитогорский государственный университет»,
информационно-вычислительный центр; serge2410@yandex.ru*

Представлена членом редколлегии профессором В.И. Коноваловым

Ключевые слова и фразы: математическое моделирование кристаллизации; машина непрерывного литья заготовок; теплообмен в кристаллизаторе.

Аннотация: В силу того, что охлаждение формирующегося слитка в основном происходит через боковые поверхности, математическая модель данного процесса должна учитывать информацию о температурах ребер слитка как зон наибольшего градиента температур. Таким образом, для адекватного описания процесса образования слитка в кристаллизаторе надо решать пространственную задачу.

Для построения контактной задачи, то есть задачи, детально рассматривающей процессы как в кристаллизаторе, так и в слитке, необходимо тепловые потоки на границе «слиток – стенка кристаллизатора» определять через свойства смеси, образующей шлак. Это позволит исключить из формулировки задачи такие характеристики, как величина теплового потока или коэффициент теплопередачи, зависящие от многих факторов.

Обозначения

c – удельная теплоемкость, Дж·кг ⁻¹ ·К ⁻¹ ;	$T_{кр}, T_{сл}, T_{заг}$ – температура поверхности слитка, затвердевания ШОС и рабочей поверхности стенки кристаллизатора, К;
$Fo = \lambda_0 t_0 / \rho_0 c_0 l_0^2$ – критерий Фурье;	$T_{сол}, T_{лик}$ – температуры солидуса и ликвидуса, К;
$Но = v_0 t_0 / l_0$ – критерий гомохромности;	v – скорость относительного перемещения слитка и стенки, м·с ⁻¹ ;
$h_{ш}$ – высота слитка массой 1 т, м;	\bar{v} – скорость движения частицы, м·с ⁻¹ ;
L_x, L_y – размеры слитка (от его центра до боковых поверхностей), м;	v^* – скорость на границе вязкого подслоя, м·с ⁻¹ ;
L_z – высота кристаллизатора от зеркала металла до нижней кромки, м;	$v_{сл}, v_v$ – скорость вытягивания слитка и подачи воды, м·с ⁻¹ ;
l_x, l_y – толщина водоохлаждаемой стенки кристаллизатора, м;	$v_{ср}$ – средняя скорость в потоке, м·с ⁻¹ ;
$l_{ж}, l_{тв}$ – толщина жидкой и затвердевшей части гарнисажа, м;	$v_{ш}$ – скорость движения шлакообразующей смеси (ШОС) в зазоре, м·с ⁻¹ ;
$N = \kappa_{уд} / c_0 T_0$ – критерий, характеризующий процесс затвердевания;	z – расстояние от кромки поверхности, м;
$P_{сл}$ – периметр слитка, м;	$\Delta_{кр}$ – толщина стенки кристаллизатора, м;
S – площадь контактной поверхности слитка, м ² ;	$\Delta_{ш}$ – толщина жидкой части шлаковой прослойки, м;
T – температура, К;	δ – толщина пограничного слоя, м;
t – время, с;	

δ^* – толщина вязкого подслоя, м;	ρ – удельная плотность, $\text{кг}\cdot\text{м}^{-3}$;
Re_z – число Рейнольдса;	$\rho_{\text{ш}}$ – плотность ШОС, $\text{кг}\cdot\text{м}^{-3}$;
η – вязкость смазки;	$\Psi(T)$ – параметр агрегатного состояния,
$\kappa_{\text{уд}}$ – удельная теплота плавления;	соответствует объемной доле жидкой фазы
λ – коэффициент теплопроводности,	в двухфазной зоне (индексы ф, м, п,
$\text{Вт}\cdot\text{м}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}$;	в указывают коэффициенты для стенок
$\lambda_{\text{ш}}, \lambda_{\text{кр}}$ – теплопроводность ШОС и	формы, некристаллизующегося металла,
стенки кристаллизатора;	переходной зоны и воды);

Решение проблемы оптимизации технологических процессов в настоящее время не может ограничиться чисто эмпирическими подходами, основанными на обобщении производственного опыта. В связи с этим совершенствование технологии непрерывной разливки идет в направлении создания методов аналитического описания технологических процессов.

Анализ литературных источников показывает, что при рассмотрении процессов, происходящих в кристаллизаторе машины непрерывного литья заготовок (МНЛЗ), рассматриваются или плоскопараллельные стационарные модели, или на поверхностях слитка и кристаллизатора задаются коэффициенты теплопередачи по высоте стенки, либо тепловые потоки.

Математическая модель, построенная на этих упрощениях, дает большие погрешности, что не позволяет эффективно управлять процессом формирования профиля заготовки в кристаллизаторе. В связи с этим возникает необходимость разработки нестационарной пространственной математической модели охлаждения слитка в кристаллизаторе и создания на ее основе пакета программ, позволяющих моделировать процесс производства заготовок.

На рис. 1 приведена принципиальная схема кристаллизатора. Начало координат расположено на зеркале металла в центре слитка, ось Oz направлена вниз, по направлению вытягивания слитка.

Для перехода к обобщенному уравнению теплопроводности в безразмерной формулировке введем следующие безразмерные величины: $t = t'/t_0$, $c = c'/c_0$, $T = T'/T_0$, $\bar{v} = \bar{v}'/v_0$, $\rho = \rho'/\rho_0$, $\lambda = \lambda'/\lambda_0$, при этом безразмерное уравнение имеет вид

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \text{Fo} \nabla(\lambda \nabla T) - \text{Нор} c \bar{v} \nabla T, \quad (1)$$

где

$$\Psi(T) = \begin{cases} 0, & T < T_{\text{сол}} \\ V_{\text{ж}}/V_{\text{э}}, & T_{\text{сол}} < T < T_{\text{лик}} \\ 1, & T > T_{\text{лик}} \end{cases}$$

$$\bar{v} = \begin{cases} 0 & \text{для стенок} \\ \bar{v}_{\text{м}} = (0, 0, v_{\text{сл}}) & \text{для слитка} \\ \bar{v}_{\text{в}} = (0, 0, -v_{\text{в}}) & \text{для воды} \end{cases}$$

$$\rho c = \begin{cases} \rho_{\text{ф}} c_{\text{ф}} & \text{для стенок кристаллизатора} \\ \rho_{\text{м}} c_{\text{м}}, & T < T_{\text{сол}} \text{ или } T > T_{\text{лик}} \\ \rho_{\text{п}} \left(c_{\text{п}} + N \frac{d\Psi}{dT} \right), & T_{\text{сол}} < T < T_{\text{лик}} \\ \rho_{\text{в}} c_{\text{в}} & \text{для потока воды.} \end{cases}$$

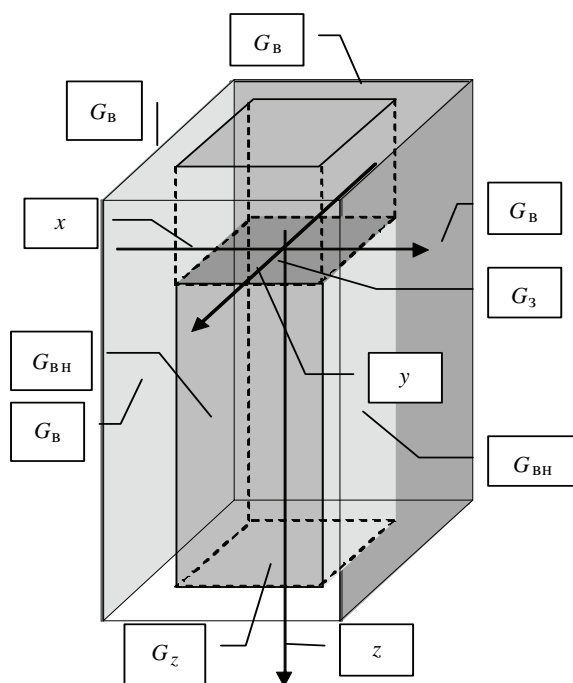


Рис. 1. Принципиальная схема кристаллизатора

Зависимость $\Psi(T)$ определяется по равновесной диаграмме конкретного материала. Предполагается, что ρ , c , λ являются функциями температуры.

Начальные и граничные условия для слитка в безразмерной формулировке имеют вид:

– начальная температура равна температуре перегрева $T_{пер}$ жидкого металла

$$T_M(x, y, z, 0) = T_{пер}; \quad (2)$$

– температура сплава на поверхности зеркала G_3 металла равна температуре перегрева $T_{пер}$

$$T_3(x, y, 0, t) = T_{пер}; \quad (3)$$

– на нижней кромке кристаллизатора G_z тепловой поток отсутствует

$$\frac{\partial T(x, y, z_0, t)}{\partial z} = 0; \quad (4)$$

– на плоскостях симметрии слитка xOz и yOz ($x = 0$, $y = 0$) тепловые потоки отсутствуют

$$\frac{\partial T(x, 0, z, t)}{\partial x} = 0 \text{ и } \frac{\partial T(0, y, z, t)}{\partial y} = 0; \quad (5)$$

– на границе наружной поверхности ($x = L_x$, $y = L_y$) отливки задаются тепловые потоки

$$q_x = \lambda_M \frac{\partial T_M(x, y_0, z, t)}{\partial x} \text{ и } q_y = \lambda_M \frac{\partial T_M(x_0, y, z, t)}{\partial y}. \quad (6)$$

В условии (6) на узкой грани слитка тепловой поток отсутствует, то есть $q_x = 0$, а на широкой грани слитка задан исходящий тепловой поток $q_y = f(z)$, значения которого взяты из литературы.

При решении приведенной начально-краевой задачи (1) – (6), с использованием метода конечных элементов соответствующими дискретными аппроксимирующими уравнениями в слабой формулировке будут

$$\sum_{e=1}^E \iiint_{\Omega^e} \lambda \nabla N_l \nabla \bar{T} d\Omega + \sum_{e=1}^E \iiint_{\Omega^e} \left[N_l F \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \text{Ho} \bar{v} \nabla \bar{T} \right) \right] d\Omega = \sum_{e=1}^E \iint_{S^e} (N_l q_y) dS, \quad (7)$$

где $\bar{T} = \sum_{m=1}^M T_m(t) N_m(x, y, z)$ – приближенное значение температуры, базисные функции N_m зависят только от координат; M – число узлов дискретизации.

Аппроксимируя производную по времени методом конечных разностей для каждого временного слоя, найдем

$$\mathbf{C}^n \tilde{T}^{n+1} + \Delta t \mathbf{A}^n \tilde{T}^{n+1} = \Delta t \mathbf{B}^n - \mathbf{C}^n \tilde{T}^n, \quad (8)$$

где элементы квадратных матриц $\mathbf{A}^n, \mathbf{C}^n$ и матрицы-столбца \mathbf{B}^n определяются как:

$$\begin{aligned} C_{lm}^n &= \sum_{e=1}^E \iiint_{\Omega^e} F_n^e N_l N_m d\Omega^e; \\ A_{lm}^n &= \sum_{e=1}^E \iiint_{\Omega^e} (\lambda_n^e \nabla N_l \nabla N_m + F_n^e \text{Ho} \bar{v}^e N_l \nabla N_m) d\Omega^e; \\ B_l^n &= \sum_{e=1}^E \iint_{S^e} N_l q_n^e dS^e. \end{aligned}$$

Для построения контактной задачи, то есть задачи, детально рассматривающей процессы как в кристаллизаторе, так и в слитке, необходимо тепловые потоки на границе «слиток – стенка кристаллизатора» определять через свойства шлакообразующей смеси (**ШОС**). При этом изменяются только уравнения, соответствующие граничным условиям (6).

Эффективность воздействия шлакового гарнисажа на теплоотвод в значительной степени зависит от его толщины. Определение толщины гарнисажа в зоне контакта оболочки слитка со стенками кристаллизатора представляет собой сложную задачу. В [1, 2] указывается, что на стенках кристаллизатора гарнисаж имеет двухслойную структуру, включающую твердую, нерасходуемую часть толщиной до 2 мм и расходуемую часть толщиной 0,1...0,3 мм.

На рис. 2 приведена принципиальная схема структуры гарнисажа, образующегося при вытягивании слитка со скоростью $v_{\text{сл}}$.

Жидкая часть прослойки движется с некоторой скоростью $0 < v_{\text{ж}} \leq v_{\text{сл}}$. На границе, контактирующей со слитком, задана температура, равная температуре слитка $T_{\text{сл}}$. На другой границе задана температура внутренней стенки кристалли-

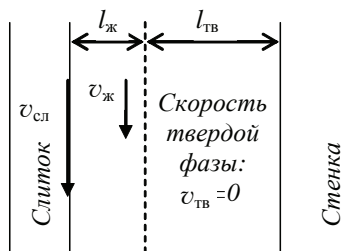


Рис. 2. Структура гарнисажа

Используя равенство тепловых потоков (9), можно вычислить толщину затвердевшей части гарнисажа

$$l_{\text{ж}} : l_{\text{тв}} = \frac{\lambda_{\text{тв}} (T_{\text{зат}} - T_{\text{кр}})}{\lambda_{\text{ж}} (T_{\text{сл}} - T_{\text{зат}})} l_{\text{ж}}. \quad (10)$$

Примем, что в условии (6), на широкой грани слитка $y = L_y$, выполнено равенство тепловых потоков

$$\lambda_{\text{сл}} \frac{\partial T_{\text{м}}(x, y, z, t)}{\partial y} = \lambda_{\text{ж}} \frac{\partial T_{\text{ж}}(x, y, z, t)}{\partial y}. \quad (11)$$

На границе внутренней поверхности кристаллизатора $y = L_y$ тепловой поток будет задаваться в виде

$$\lambda_{\text{тв}} \frac{\partial T_{\text{тв}}(x, y, z, t)}{\partial y} = -\lambda_{\text{кр}} \frac{\partial T_{\text{кр}}(x, y, z, t)}{\partial y}. \quad (12)$$

Толщину жидкой прослойки гарнисажа $l_{\text{ж}}$ можно определить по усилию вытягивания, расходу ШОС и ее физико-химическим характеристикам.

Расход ШОС определяется по формуле

$$Q_{\text{ш}} = V_{\text{ш}} \rho_{\text{ш}} = P_{\text{сл}} h_{\text{тв}} l_{\text{ж}} \rho_{\text{ш}} = P_{\text{сл}} v_{\text{ж}} t_{\text{тв}} l_{\text{ж}} \rho_{\text{ш}}. \quad (13)$$

Вторым уравнением для нахождения толщины жидкой прослойки $l_{\text{ж}}$ является уравнение силы вязкого трения

$$F_{\text{тр}} = \eta S v l_{\text{ж}}^{-1}. \quad (14)$$

Из уравнений (13) и (14), дополненных зависимостью $v = f(v_{\text{ж}})$, которая определяется конструктивными особенностями кристаллизатора, находится зависимость толщины жидкой шлаковой прослойки $l_{\text{ж}}$ от различных параметров разливки и физико-химических характеристик применяемой ШОС.

Для решения нелинейной системы уравнений (13), (14) использовались средства MS Excel 2000. Результаты расчетов, при варьировании параметров, влияющих на толщину ШОС, показывают, что толщина жидкой прослойки шлака лежит в интервале 0,05...0,35 мм.

Начальные и граничные условия для задачи охлаждения стенки кристаллизатора водяным потоком:

затвора $T_{\text{кр}}$. На границе раздела жидкой и твердой фаз гарнисажа температура равна температуре затвердевания шлака $T_{\text{зат}}$ и выполняется равенство потоков

$$\lambda_{\text{ж}} \frac{\partial T_{\text{ж}}(x, y, z, t)}{\partial y} = \lambda_{\text{тв}} \frac{\partial T_{\text{тв}}(x, y, z, t)}{\partial y}, \quad (9)$$

где принято

$$\lambda_{\text{ж}} = \lambda (T_{\text{сл}} + T_{\text{зат}}) / 2,$$

$$\lambda_{\text{тв}} = \lambda (T_{\text{зат}} + T_{\text{кр}}) / 2.$$

– температура стенок кристаллизатора в начальный момент времени равна температуре охлаждающей воды на входе

$$T_{\phi}(x, y, z, 0) = T_{\text{вх}}; \quad (15)$$

– на поверхностях G_3 и G_z : на уровне верхней и нижней кромки стенки кристаллизатора $z = 0$ и $z = z_0$ тепловой поток отсутствует

$$\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial z} = 0; \quad (16)$$

– на поверхности $G_{\text{вн}}$: на границе внутренней поверхности кристаллизатора $y = L_y$ задается входящий тепловой поток, величина которого определена в уравнении (12)

$$\lambda_{\text{кр}} \frac{\partial T_{\text{кр}}(x, y, z, t)}{\partial y} = -q_y; \quad (17)$$

– на поверхности $G_{\text{в}}$: на границе внешней поверхности кристаллизатора и потока воды $y = (L_y + l_y)$ соблюдается равенство уходящего и входящего потоков тепла, а также равенство температур стенки и воды

$$\lambda_{\text{кр}} \frac{\partial T_{\text{кр}}(x, y, z, t)}{\partial y} = \lambda_{\text{в}} \frac{\partial T_{\text{в}}(x, y, z, t)}{\partial y} \text{ и } T_{\text{кр}}(x, y, z, t) = T_{\text{в}}(x, y, z, t); \quad (18)$$

– для плоскости yOz , проходящей через центр, и y боковой поверхности слитка имеет место равенство нулю тепловых потоков

$$\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial x} = 0. \quad (19)$$

Для потока воды, омывающего наружную поверхность кристаллизатора, имеем следующие начальные и граничные условия:

– в начальный момент времени температура воды равна температуре, заданной на входе в канал

$$T_{\text{в}}(x, y, z, t) = T_{\text{вх}}; \quad (20)$$

– на поверхности G_z , то есть в точке подачи охлаждающей воды $z = L_z$ задана температура воды на входе $T_{\text{вх}}$, при этом:

$$T_{\text{в}}(x, y, z, t) = T_{\text{вх}}; \quad (21)$$

– на внешней границе водяного потока $y = (L_y + l_y + l_{\text{в}})$ тепловой поток отсутствует

$$\frac{\partial T_{\text{в}}(x, y, z, t)}{\partial y} = 0; \quad (22)$$

– на поверхности G_3 ($z = 0$) и на боковых поверхностях тепловой поток отсутствует

$$\frac{\partial T_{\text{в}}(x, y, z, t)}{\partial z} = 0. \quad (23)$$

Подходом к решению задачи о теплообмене между стенкой кристаллизатора и водой является введение понятия турбулентной теплопроводности [3] с использованием теории пограничного слоя, в соответствии с которой вблизи стенки имеется вязкий ламинарный подслой. Теплообмен внутри подслоя определяется обычной теплопроводностью.

Для определения толщины подслоя и скорости воды на его границе применяем зависимости, взятые из литературы [4]:

$$\delta^* = \frac{194}{\text{Re}_z^{0,7}} \delta; \quad \delta = \frac{0,376}{\text{Re}_z^{0,2}} z; \quad v^* = \frac{2,12}{\text{Re}_z^{0,1}} v_{\text{cp}} \quad \text{и} \quad \text{Re}_z = \frac{v_{\text{cp}} z}{\nu}. \quad (24)$$

При задании профиля скоростей в (1), получим замкнутую систему уравнений, описывающую водяное охлаждение стенки кристаллизатора.

Для расчета тепловых полей стенки кристаллизатора и водяного потока использовался следующий алгоритм:

– находим поле температур стенки кристаллизатора. На границе с водой тепловой поток определяется по формуле: $q = c_{\text{в}} \rho_{\text{в}} T_{\text{в}} v_y$, где скорость v_y определяется из зависимости температуры поверхности от величины теплового потока, взятой из литературы [5]. При этом будет выполняться равенство температур охлаждаемой стенки кристаллизатора и воды в канале: $T_{\text{кр}} = T_{\text{в}}$;

– вычисляем поле температур в воде. На границе задается равенство тепловых потоков: $\lambda_{\text{кр}} \frac{\partial T}{\partial y} = \lambda_{\text{в}} \frac{\partial T}{\partial y}$. Толщина вязкого подслоя δ^* и скорость v^* на его границе определяются из (24);

– условием завершения численного расчета является выход нестационарного процесса на стационарный режим, критерием которого является равенство количества, тепла поступившего в кристаллизатор, и количества тепла, отведенного с водой: $\iint_S \lambda_c \frac{\partial T}{\partial n} dS = \iiint_{\Omega} \bar{v} \rho c T d\Omega$.

Количество тепла, отведенного с водой, зависит от степени турбулизации потока, которая будет определяться турбулентной теплопроводностью $\lambda_{\text{тур}}$. Ее величина может быть определена из численного эксперимента (рис. 3).

Адекватность полученной модели была проверена на известных литературных данных и на результатах экспериментов, проведенных на Магнитогорском металлургическом комбинате. Сравнение результатов с данными, приведенными

в различных литературных источниках, говорит о том, что модель хорошо описывает исследуемый процесс и может быть рекомендована для использования.

При расчетах использовались некоторые условные ШОС, ШОС используемые на практике имеют промежуточные значения параметров.

При оптимальном режиме разливки примем, что ШОС имеет следующие характеристики: теплопроводность ШОС 1 [1]; температуру затвердевания 1300 °С; толщину жидкой фазы 0,23 мм. Для наименее рационального режима ШОС будет иметь следующие параметры: теплопроводность ШОС 8 [1]; температуру затвердевания 900 °С; толщину жидкой фазы 0,15 мм.

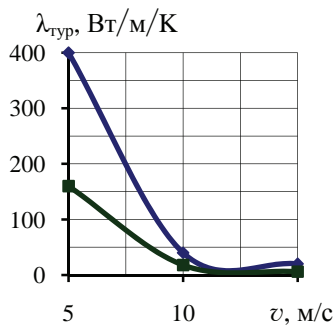


Рис. 3. Зависимость турбулизации потока воды от его скорости для различных толщин рабочей поверхности стенки кристаллизатора:
 —◆— 13 мм; —■— 20–23 мм

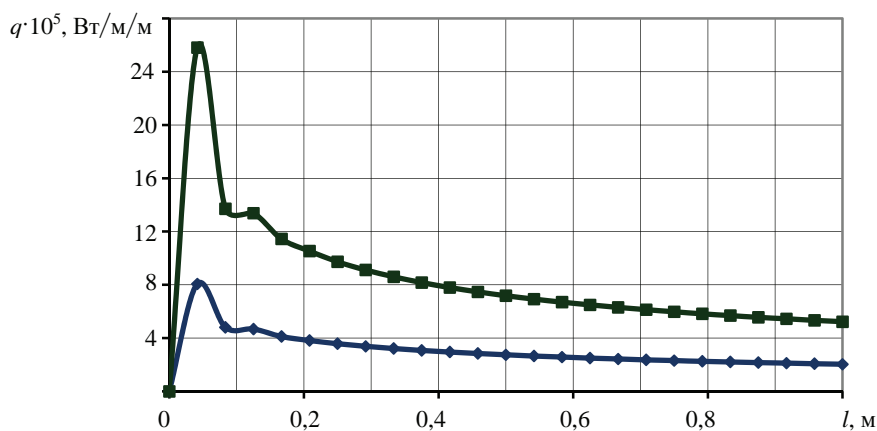


Рис. 4. Зависимости значений тепловых потоков по высоте слитка, при использовании различных ШОС:
 ◆ — min; ■ — max

На рис. 4 приведены полученные значения тепловых потоков. Анализ показывает, что выбором ШОС можно изменять величину теплового потока до 3 раз.

В табл. 1 приведены средние значения температур, потоков и толщин корочек, полученные по результатам расчетов при наиболее и наименее рациональном выборе ШОС. Средняя толщина корочки увеличивается не более чем в 1,5 раза. При этом значения критериев оптимальности температурных полей увеличиваются в 4–7 раз, что приводит к снижению качества поверхности слитка и поэтому крайне нежелательно.

МНЛЗ (на Магнитогорском металлургическом комбинате) оснащены комплексом «Кристаллизатор 2000», разработанном ЗАО «ТЕХНОАП». Для работы с системой «Подвисяние», являющейся частью комплекса, на МНЛЗ устанавливают кристаллизаторы с вмонтированными на глубине 20 мм от рабочей стенки термодатчиками, которые позволяют контролировать распределение температуры по периметру кристаллизатора. Расстояние от рабочей поверхности стенки до границы водоохлаждаемых каналов равно 30 мм. Датчики установлены в три ряда – на расстоянии 168 мм, 280 мм и 430 мм от верхней кромки пластин. Зеркало металла находится на расстоянии 100 мм от верхней кромки.

Таблица 1

Средние значения температур, поток и толщины корочки заготовки

Параметр	min	max
Поток, при $L^* = 1000$ мм, кДж/(м ² ·с)	308	842
Поток, при $L = 600$ мм, кДж/(м ² ·с)	356	995
Средняя температура, °С	1385	1050
Средняя толщина корочки, мм	19	29

* L – длина кристаллизатора.

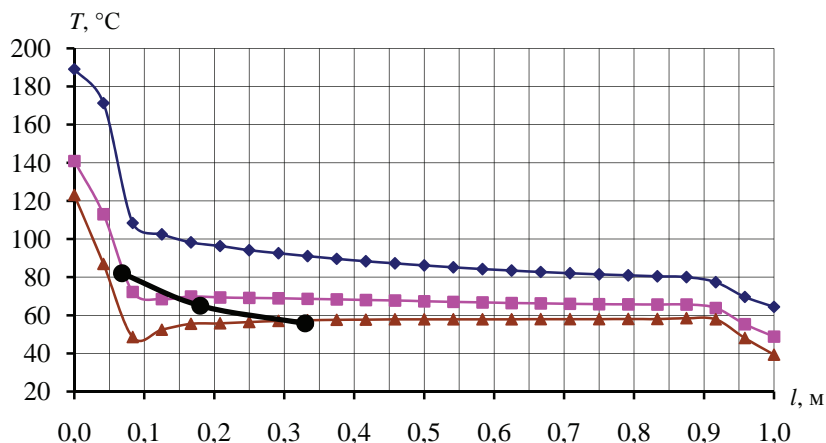


Рис. 5. Зависимость температуры стенки кристаллизатора по высоте слитка:

—◆— рабочая; —▲— охлаждаемая; —■— 20 мм;
—●— ЗАО «ТЕХНОАП»

Используя архивные данные, предоставленные ЗАО «ТЕХНОАП», получены средние значения температур по всему периметру кристаллизатора для каждого слоя датчиков: слой 1 (168 мм) – 82 °С; слой 2 (280 мм) – 66 °С; Слой 3 (430 мм) – 56 °С. Отклонение температур в течение часа разливки не превышало 2 °С.

На рис. 5 приведены результаты расчетов температур стенки на рабочей поверхности, охлаждаемой поверхности и на расстоянии 20 мм от горячей поверхности по всей высоте кристаллизатора. Там же указаны значения температур, полученные ЗАО «ТЕХНОАП». При расчетах для ШОС были приняты средние значения параметров: теплопроводность ШОС 4 [1]; температура затвердевания 1100 °С; толщина жидкой фазы 0,19 мм.

Список литературы

1. Лейтес, А.В. Защита стали в процессе непрерывной разливки / А.В. Лейтес. – М. : Металлургия, 1984. – 254 с.
2. Евтеева, В.Ф. Применение порошкообразных шлакообразующих смесей при разливке стали на МНЛЗ / В.Ф. Евтеева // Обзор по системе Информсталь / ин-т «Черметинформация». – М., 1984. – Вып. 31(210). – 22 с.
3. Флетчер, К. Вычислительные методы в динамике жидкостей: в 2 т. / К. Флетчер ; пер. с англ. А. И. Державиной. – М. : Мир, 1991. – Т. 2. – 552 с.
4. Теплотехника: учеб. для вузов / В.Н. Луканин [и др.]. – М. : Высшая школа, 1999. – 453 с.
5. Вюнненберг, К. Возможности и пределы теплопередачи в кристаллизаторах МНЛЗ / К. Вюнненберг // Черные металлы. – 2000. – Декабрь. – С. 35–41.