

Ильина Ю.В.

Научный руководитель к.ф.-м.н. Володин Н.А.

*Государственный университет информатики и
искусственного интеллекта*

Моделирование загрязнения атмосферы вблизи промышленного предприятия

Экологический кризис, к которому в настоящее время все ближе подходит современное общество, проявляется в двух основных аспектах: ограниченность природных ресурсов и загрязнение окружающей среды. В настоящее время речь идет о глобальных изменениях окружающей среды, возможные последствия которых представляют серьезную угрозу будущему человечества. Наиболее сильное воздействие на окружающую среду оказывают такие отрасли, как топливно-энергетический комплекс, горнодобывающая промышленность, металлургия, химическая промышленность [1].

Экологическое моделирование уже доказало свою эффективность в следующих областях [2]:

1. контроль за загрязнением атмосферы и водных ресурсов;
2. управление отходами;
3. управление элементами городской инфраструктуры (канализация, водо- и газопроводная сеть);
4. планирование застройки и размещения общественных объектов;
5. управление транспортной сетью.

В настоящее время огромное влияние уделяется математическому моделированию атмосферных процессов,

разработаны математические модели, описывающие перенос примесей. В рамках этих моделей описание распространения атмосферных примесей представляется двумя классами задач. Первый – это решение прямых задач, когда по известным характеристикам источников примеси требуется найти поле её концентрации. Второй – это решение обратных задач, в которых по информации о концентрации примеси, измеренной в контрольных точках, требуется найти мощность источников загрязнения [3, 4].

Рассмотрим постановку задачи математического моделирования процесса загрязнения атмосферы точечным источником в виде трубы Зуевской тепловой электростанции.

Пусть точечный источник имеет координату $x_* \in \Omega = [t_a, t_b] \times [x_0, x_1]$.

Общее уравнение изменения концентрации многокомпонентных газовых примесей имеет вид [1, 5]:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u_j \frac{\partial c_j}{\partial x_j} = Q + \frac{\partial}{\partial x_j} k_j \frac{\partial c_i}{\partial x_j}, \quad (1)$$

где $(x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z)$, $(u_1 = u, u_2 = v, u_3 = w)$, $(j = 1, 2, 3)$, $c_i, i = 1, \dots, N$, $k = 1, \dots, N$ - концентрация газовых примесей и аэрозолей [5].

Будем рассматривать постановку задачи в одномерном приближении только в случае сильного восточного или западного ветра. Тогда получим одномерную модель вида

$$\frac{\partial c}{\partial t} + v \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[D \frac{\partial c}{\partial x} \right] + Q, (x, t) \in \Omega, \quad (2)$$

где C – концентрация примеси, V – скорость потока, D – коэффициент диффузии, Q – свободный член. С учётом того, что источник расположен в точке x_* , имеем:

$$Q = Q_0 \Theta(x - x_*) \Theta'(x - x_*) \quad (3)$$

где тета-функции имеют следующий вид:

$$\Theta(x - x_*) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \geq x_*, \\ 0, & \text{если } x < x_*, \end{cases} \quad \Theta'(x - x_*) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \leq x_*, \\ 0, & \text{если } x > x_*, \end{cases}$$

- количество выброшенного вещества, в общем случае, являющейся функцией времени t .

Пусть начальные и граничные условия для уравнения (2) имеют вид:

$$C(x, 0) = C_0(x), \quad (4)$$

$$C(x_0, t) = C_1(t), \quad (5)$$

$$C(x_1, t) = C_1(t), \quad (6)$$

где C_0 - концентрация примеси в начальный момент времени, C_1 - концентрация на границах области Ω .

Если на границах области Ω отсутствует градиент концентрации примеси, то граничные условия будут иметь вид:

$$\frac{\partial c(x_0, t)}{\partial x} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial c(x_1, t)}{\partial x} = 0. \quad (8)$$

Задача моделирования заключается в решении уравнения (2) с начальным условием (4), краевыми

условиями (5), (6) или (7), (8), то есть в определении функции $C(x, t)$ в области загрязнения Ω .

Перечень ссылок

1. Грязнов В.П. Гришин Н.Н. Разработка компьютерной системы "Экотерра" для учета экологического фактора при выработке решений //Экол. основы оптимизации урбан. и рекреационной среды: Тез. докл. междунар. совещ. Тольятти: 1992, 30 мая - 2 июня. -с. 33-36.
2. Современные проблемы вычислительной математики и математического моделирования: в 2 т. / Институт вычислительной математики.- М.: Наука, 2005.- ISBN-5-02-033436-7. Т. I.: Вычислительная математика/ [отв. ред. Н. С. Баквалов, В.В. Воеводин].- 343 с. – ISBN 5-02-033716-1.
3. Марчук Г. И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды.- М. : Наука, 1982.- 320 с.
4. Берлянд М. Я. Прогноз и регулирование загрязнения атмосферы. – Ленинград: Гидрометеиздат, 1985. – 270 с.
5. Алоян А. Е., Марчук Г. И. Динамика и кинетика газовых примесей и аэрозолей в атмосфере и их значение для биосферы.- М.: Наука, 1985. – 340 с.