

УДК 622.625.6

В. О. ГУТАРЕВИЧ, канд. техн. наук, доц., ДонНТУ, г. Донецк

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ДВИЖЕНИЯ ШАХТНОЙ ПОДВЕСНОЙ МОНОРЕЛЬСОВОЙ ДОРОГИ

Исследованы закономерности движения подвижного состава по подвесному пути шахтной монорельсовой дороги. Установлена связь амплитуды бокового раскачивания подвесных единиц и смещения ходовых тележек во время движения по монорельсу.

Ключевые слова: монорельсовый путь, подвижной состав, смещение, боковое раскачивание, система, математическая модель.

Подвесные монорельсовые дороги находят все большее применение на современных угольных шахтах [1, 2, 3]. Основными их преимуществами является возможность транспортирования вспомогательных грузов по искривленным выработкам со знакопеременным профилем. Однако в реальных условиях, при движении шахтной подвесной монорельсовой дороги, неизбежно возникает боковое раскачивание подвижного состава, которое влияет на безопасность движения.

Исследованию подвесных монорельсовых дорог посвящено ряд работ. В работах [4,5] приведены результаты исследования профиля монорельсового пути как источника колебаний подвижного состава, установлены аналитические зависимости возмущений и их параметры. Определены факторы, влияющие на величины боковых отклонений монорельсового состава. Исследования [6] посвящены особенностям формирования дополнительных нагрузок на арочную крепь участковых выработок с подвесными монорельсовыми дорогами.

Настоящая работа является продолжением указанных исследований.

Цель статьи заключается в установлении взаимосвязи между амплитудой бокового раскачивания подвесных единиц и смещения ходовых тележек во время движения по монорельсу.

Рассмотрим модель подвесного состава и тележки при движении по монорельсу с постоянной скоростью (рис. 1). Указанная модель представляет собой двухмассовую механическую систему, свободные колебания которой описываются двумя обобщенными координатами X – поперечное смещение тележки относительно монорельса по горизонтали и φ – угол

отклонения продольной оси кузова подвижного состава от вертикали. Обозначим приведенную массу тележки m_t , приведенную массу кузова m_k и расстояние от точек подвеса до центра масс кузова l .

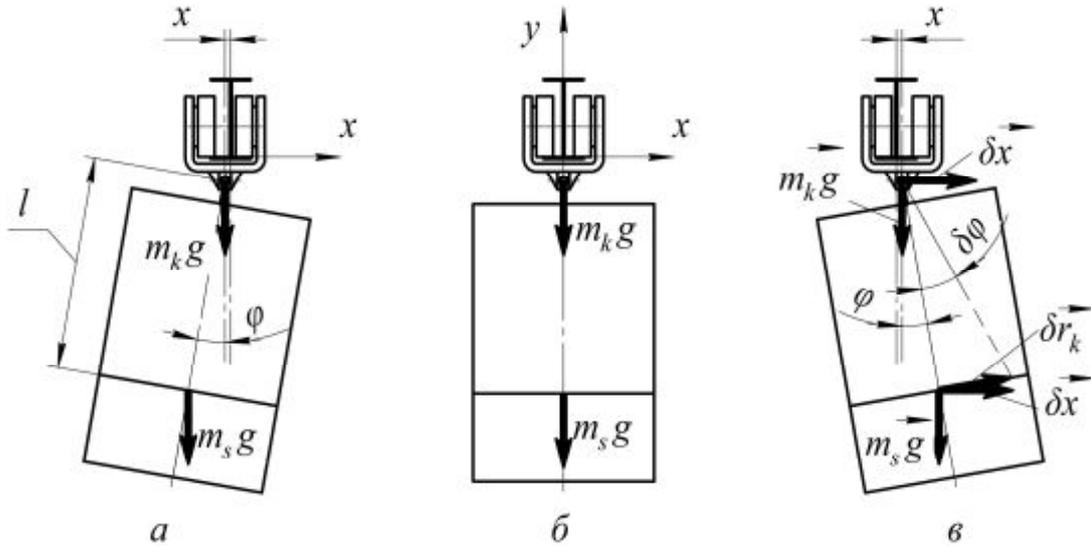


Рис. 1. Расчетная схема расположения подвешенного состава и тележки на монорельсе:
а, в – во время движения; б – в покое

Кинетическая энергия системы равна $T = T_t + T_k$, где T_t – кинетическая энергия тележки, T_k – кинетическая энергия кузова.

Поскольку тележка во время движения может смещаться вдоль оси X , то для нее

$$T_t = \frac{1}{2} m_t \dot{x}^2. \quad (1)$$

Кузов совершает поступательное движение вдоль оси X и поворачивается относительно тележки на угол φ . Поэтому его скорость определяется $\vec{v}_k = \vec{v}_t + \vec{v}_{kw}$, где \vec{v}_t – скорость смещения тележки, модуль которой равен \dot{x} ; \vec{v}_{kw} – скорость вращательного движения кузова относительно тележки, соответственно модуль которой $v_{kw} = l \cdot \dot{\varphi}$.

Используя теорему косинусов, имеем

$$v_k^2 = v_t^2 + v_{kw}^2 - 2v_k \cdot v_{kw} \cos(180 - \varphi) = \dot{x}^2 + l^2 \dot{\varphi}^2 + 2\dot{x} \cdot \dot{\varphi} \cdot l \cos \varphi.$$

Тогда

$$T_k = \frac{1}{2} m_k v_k^2 = \frac{1}{2} m_k (\dot{x}^2 + l^2 \dot{\varphi}^2 + 2\dot{x} \cdot \dot{\varphi} \cdot l \cos \varphi). \quad (2)$$

С учетом (1) и (2) кинетическая энергия всей системы будет

$$T = \frac{m_t \dot{x}^2}{2} + \frac{m_k}{2} (\dot{x}^2 + l^2 \cdot \dot{\varphi}^2 + 2\dot{x} \cdot \dot{\varphi} \cdot l \cos \varphi). \quad (3)$$

Работа сил тяжести на виртуальном перемещении $\delta \vec{x}$, оставляя неизменной обобщенную координату φ , определяет работу сил тяжести на этом перемещении

$$\delta A_x = m_t \vec{g} \cdot \delta \vec{x} + m_k \vec{g} \cdot \delta \vec{x}. \quad (4)$$

Поскольку угол между \vec{g} и $\delta \vec{x}$ прямой, то $\delta A_x = 0$. Следовательно, обобщенная сила Q_x , совершающая эту работу, равна нулю.

Соответственно работа сил тяжести на виртуальном перемещении φ , оставляя неизменной обобщенную координату $\delta \vec{x}$, будет

$$\delta A_\varphi = m_k \vec{g} \cdot \delta \vec{r}_k = m_k g \cdot \delta r_k \cos(90^\circ + \varphi), \quad (5)$$

где $\delta r_k = l \cdot \delta \varphi$.

Тогда $\delta A_\varphi = m_k gl \cdot \sin(\varphi) \cdot \delta \varphi$ и обобщенная сила, соответствующая этой координате, равна

$$Q_\varphi = -m_k gl \sin \varphi. \quad (6)$$

Составим уравнения Лагранжа в виде

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} &= Q_x; \\ \frac{d}{dt} [(m_t + m_k) \dot{x} + m_k l \dot{\varphi} \cos \varphi] &= 0; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} &= Q_\varphi; \\ \frac{d}{dt} (m_k l^2 \dot{\varphi} + m_k l \dot{x} \cos \varphi) - (-m_k l \dot{x} \dot{\varphi} \sin \varphi) &= -m_k gl \sin \varphi. \end{aligned} \quad (7)$$

Полученные уравнения (7) приведем к системе

$$\begin{cases} (m_t + m_k) \ddot{x} + m_k l \cos \varphi \cdot \ddot{\varphi} = m_k l \dot{\varphi}^2 \sin \varphi; \\ m_k \cos \varphi \ddot{x} + m_k l \ddot{\varphi} = -m_k g \sin \varphi. \end{cases} \quad (8)$$

Проведем преобразование и введем обозначение $m_k \rightarrow \mu_k m_k$,
где μ_k – параметрический коэффициент. В результате получим

$$\begin{cases} (m_t + m_k)\ddot{x} + \mu_k m_k l \cos \varphi \cdot \ddot{\varphi} = m_k l \dot{\varphi}^2 \sin \varphi; \\ \cos \varphi \ddot{x} + l \ddot{\varphi} = -g \sin \varphi. \end{cases} \quad (9)$$

Если воспользоваться теорией рядов Тейлора и представить тригонометрические функции в виде суммы степенных рядов, исключая слагаемые третьей и более высокой степени, то полученную ранее систему (9) можем представить

$$\begin{cases} (m_t + m_k)\ddot{x} + \mu_k m_k l \ddot{\varphi} \left(1 - \frac{\varphi^2}{2}\right) = m_k l \dot{\varphi}^2 \left(\varphi - \frac{\varphi^3}{6}\right); \\ \ddot{x} \left(1 - \frac{\varphi^2}{2}\right) + l \ddot{\varphi} = -g \left(\varphi - \frac{\varphi^3}{6}\right). \end{cases} \quad (10)$$

Относительно параметра μ_k можно записать

$$x = x_0 + \mu_k x_1 + \mu_k^2 x_2 + \mu_k^3 x_3 + \dots, \quad (11)$$

$$\varphi = \varphi_0 + \mu_k \varphi_1 + \mu_k^2 \varphi_2 + \mu_k^3 \varphi_3 + \dots \quad (12)$$

Используя метод многих масштабов [7, 8] и учитывая временные масштабы

$$x(\mu_k, t) = x(\mu_k; T_0, T_1, T_2, T_3 \dots), \quad \varphi(\mu_k, t) = \varphi(\mu_k; T_0, T_1, T_2, T_3 \dots),$$

где $T_0 = t$, $T_1 = \mu_k t$, $T_2 = \mu_k^2 t$; $T_3 = \mu_k^3 t \dots$, имеем

$$\begin{cases} m_t \frac{\partial^2 x_0}{\partial T_0^2} + \mu_k \left[m_t \left(\frac{\partial^2 x_1}{\partial T_0^2} + 2 \frac{\partial^2 x_0}{\partial T_0 \partial T_1} \right) \right] + m_k \frac{\partial^2 x_0}{\partial T_0^2} + \\ + \mu_k m_k l \left[\frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial T_0^2} \left(1 - \frac{\varphi_0^2}{2}\right) - \left(\frac{\partial \varphi_0}{\partial T}\right)^2 \left(\varphi_0 - \frac{\varphi_0^3}{6}\right) \right] + \dots = 0; \\ \frac{\partial^2 x_0}{\partial T_0^2} \left(1 - \frac{\varphi_0^2}{2}\right) + l \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial T_0^2} + g \left(\varphi_0 - \frac{\varphi_0^3}{6}\right) + \mu_k l \left(\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial T_0^2} + 2 \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial T_0 \partial T_1} \right) + \\ + \mu_k \left[\left(1 - \frac{\varphi_0^2}{2}\right) \left(g \varphi_1 + \left(\frac{\partial^2 x_1}{\partial T_0^2} + 2 \frac{\partial^2 x_0}{\partial T_0 \partial T_1} \right) \right) - \varphi_0 \varphi_1 \frac{\partial^2 x_0}{\partial T_0^2} \right] + \dots = 0. \end{cases} \quad (13)$$

Полученные уравнения описывают первую форму колебаний движения рассматриваемой механической системы. Учитывая рекомендации [7], проведем анализ устойчивости форм колебаний. Рассмотрим поворот основной системы координат на угол α . При этом новыми обобщенными координатами будут \tilde{x} и $\tilde{\varphi}$. Для этих координат уравнения движения системы имеют вид

$$\left\{ \begin{array}{l} (m_i + \mu_k m_k)(\ddot{\tilde{x}} \cos \alpha - \ddot{\tilde{\varphi}} \sin \alpha) - \\ - \mu_k m_k l (\dot{\tilde{x}} \sin \alpha + \dot{\tilde{\varphi}} \cos \alpha)^2 \left[\tilde{x} \sin \alpha + \tilde{\varphi} \cos \alpha - \frac{1}{6} (\tilde{x} \sin \alpha + \tilde{\varphi} \cos \alpha)^3 \right] + \\ + \mu_k m_k l (\ddot{\tilde{x}} \sin \alpha + \ddot{\tilde{\varphi}}) \left[1 - \frac{1}{2} (\tilde{x} \sin \alpha + \tilde{\varphi})^2 \right] = 0; \\ (\ddot{\tilde{x}} \cos \alpha - \ddot{\tilde{\varphi}} \sin \alpha) \left[1 - \frac{1}{2} (\tilde{x} \sin \alpha + \tilde{\varphi} \cos \alpha)^2 \right] + l (\ddot{\tilde{x}} \sin \alpha + \ddot{\tilde{\varphi}} \cos \alpha) + \\ + g \left[\tilde{x} \sin \alpha + \cos \alpha - \frac{1}{6} (\tilde{x} \sin \alpha + \tilde{\varphi})^3 \right] = 0. \end{array} \right. \quad (14)$$

Для первой формы колебаний линеаризованное уравнение в вариациях будет

$$\left(1 - \frac{1}{2} x^2 \sin \alpha \right) (-\ddot{v} \sin \alpha + v g \cos \alpha) + \\ + \cos \alpha (\ddot{v} l - v x \ddot{x} \sin \alpha \cos \alpha) = 0, \quad (15)$$

где X – вариация переменной \tilde{x} ;

v – вариация переменной $\tilde{\varphi}$.

Используя метод Хилла и учитывая, что $x = A \cos \omega t$, линеаризованное уравнение (15) можно представить

$$\ddot{v} \left[l - k_1 + \frac{A^2 k_1^2}{4(1 + k_1^2)} (1 + \cos 2\omega t) \right] = \\ = -v \left[g + \frac{A^2}{2(1 + k_1^2)} \left(\omega^2 - \frac{g k_1}{2} \right) (1 + \cos 2\omega t) \right], \quad (16)$$

где k_1 – угловой коэффициент прямолинейной аппроксимации формы колебаний, равный $k_1 = \operatorname{tg} \alpha$.

Решения уравнения (16) определяют границы устойчивости и соответствуют периодам T и $2T$, где T – период коэффициентов в линеаризованном уравнении.

Их можно найти в виде

$$v = a_1 \cos \omega t + a_2 \cos 2\omega t + a_3 \cos 3\omega t + a_4 \cos 4\omega t + a_5 \cos 5\omega t + \dots, \quad (17)$$

$$v = a_1 \cos \frac{\omega}{2} t + a_2 \cos 2\omega t + a_3 \cos \frac{3\omega}{2} t + a_4 \cos 2\omega t + a_5 \cos \frac{5\omega}{2} t + \dots \quad (18)$$

Используя этот вид разложения в уравнении в вариациях для различных гармоник, получаем системы алгебраических уравнений коэффициентов разложений. Решения этих систем устанавливаем границы устойчивости связанных форм колебаний механической системы.

На рис. 2 представлено решение системы уравнений (10) для следующих значений параметров: $m_t = 5000$, $m_k = 1342$, $l = 0,4$ при начальных условиях $\varphi_0 = 0,026$; $x_0 = 0$; $\dot{\varphi}_0 = 0$ и $\dot{x}_0 = 0$.

Из графика, приведенного на рис.2 видно, что отклонение кузова на угол 0,05 рад приводит к максимальному смещению тележки на 25 мм для $m_k = 1342$ кг, а для $m_k = 342$ кг – 14 мм.

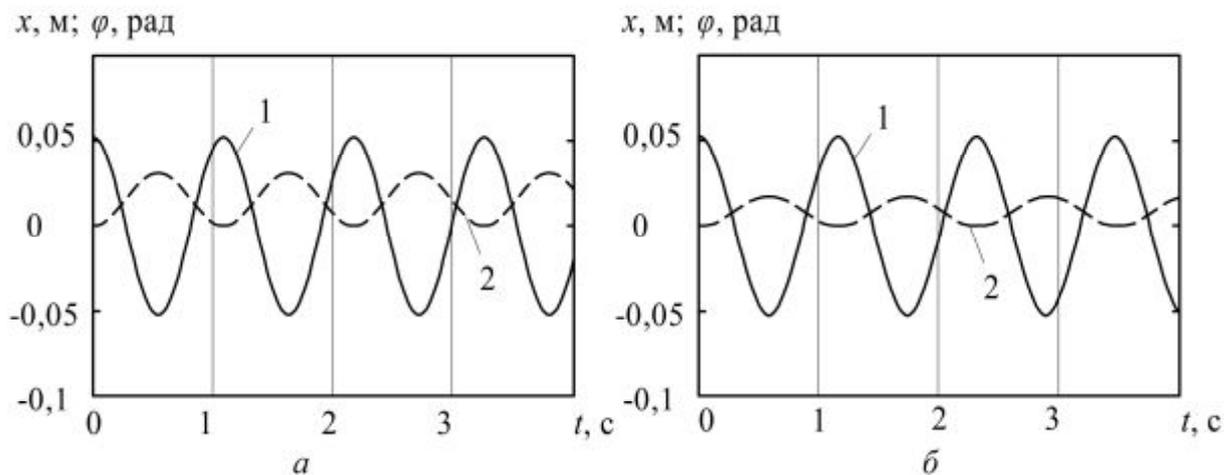


Рис. 2. Графики функций 1 – $\varphi = f(t)$; 2 – $x = f(t)$:

а – при $m_k = 1340$ кг; б – $m_k = 340$ кг

Расчеты показывают, что с увеличением длины подвеса кузова l с 0,4 до 1,0 м смещения тележки составляют 75 и 40 мм, соответственно. При этом примерно в 1,5 раза увеличивается период колебаний тележки и кузова.

На рис. 3 *а* показаны области устойчивости связанной формы колебаний, установленные с помощью метода Хилла.

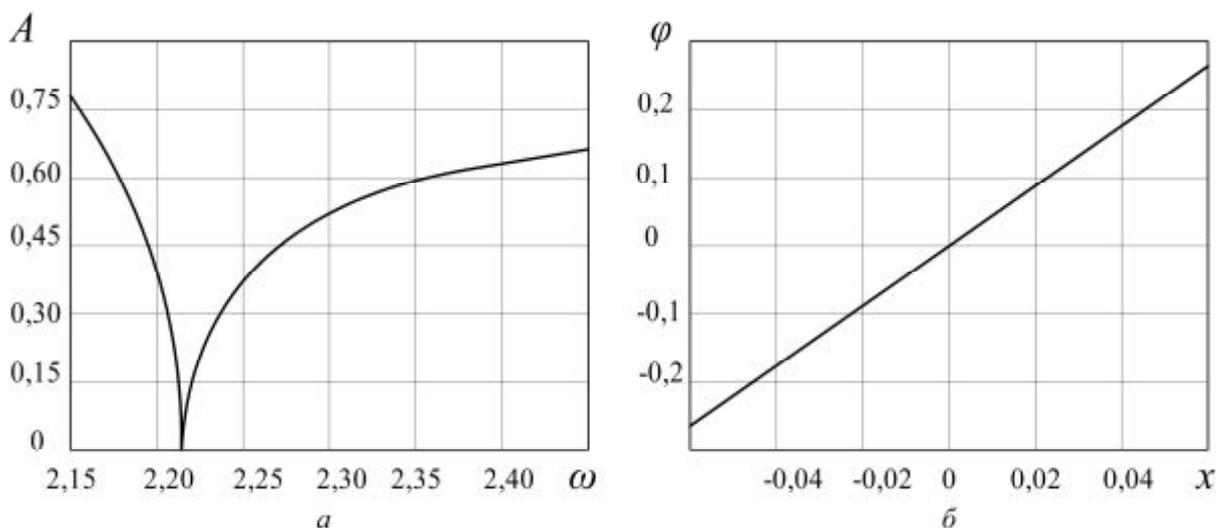


Рис. 3. Зависимости $A = f(\omega)$ и $\varphi = f(x)$: *а* – границы областей устойчивости; *б* – траектории движений в области неустойчивости

Для внутренних областей характерны неустойчивые колебания механической системы, у которой потеря устойчивости первой формы приводит к возникновению пары новых форм колебаний, являющихся нелокальными. Зависимости φ от x для неустойчивого движения приведены на рис. 3 *б*.

ВЫВОДЫ

Полученные зависимости устанавливают взаимосвязь между амплитудой бокового раскачивания подвесных единиц и смещения ходовых тележек во время движения по монорельсу, что позволяет обоснованно устанавливать параметры существующих и вновь проектируемых монорельсовых дорог.

С целью уточнения полученных зависимостей в дальнейшем планируется провести теоретические исследования с учетом вынужденных колеба-

ний, обусловленных действием возмущений от горизонтальных и вертикальных неровностей монорельсового пути.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ширин Л. Н. Оценка эксплуатационных параметров подвесных монорельсовых дорог / Л. Н. Ширин, Л. Н. Посунько, В. А. Расцветаев // Геотехнічна механіка: Міжвід. зб. наук. пр. / Ін-т геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України. – Д., 2008. – Вип. 76. – С. 91 – 96.
2. Баус-Нойфанг Б. Подвесные и напочвенные дизель-гидравлические локомотивы для ремонтажей механизированных комплексов «тяжелого» класса / Б. Баус-Нойфанг, Д. В. Великанов, Ю. Русинек // Уголь. – 2011. – №2. – С.19-21.
3. Ногих В. Р. Современный формат подвесных монорельсовых транспортных систем / В. Р. Ногих // Уголь. – 2006. – №4. – С.34-36.
4. Нос В. С. О зазорах в выработках при монорельсовом транспорте / В. С. Нос, Л. И. Айзеншток // Безопасность труда в промышленности. – 1982. – №2. – С. 47-48.
5. Айзеншток Л. И. Исследование состояния пути шахтных монорельсовых дорог / Л. И. Айзеншток, В. С. Нос, Р. Л. Слободенюк // Безопасная эксплуатация электромеханического оборудования в шахтах: сб. науч. тр. / МакНИИ. – 1982. – С. 61-62.
6. Расцветаев В. А. Особенности формирования дополнительных нагрузок на арочную крепь участковых выработок с подвесными монорельсовыми дорогами / В. А. Расцветаев // Науковий вісник НГУ. – 2011. – № 4. – С.35-38.
7. Клименко А. А. Нелинейные формы колебаний механической системы с маятниковым гасителем колебаний / А. А. Клименко, Ю. В. Михлин // Механика твердого тела. – 2010. – Вып. 40. – С. 162-171.
8. Найфэ А. Х. Введение в методы возмущений: пер. с англ. / А. Х. Найфэ – М.: Мир, 1984. – 535 с.

Получено: 20.09.11 г.

Досліджено закономірності руху рухомого складу по підвісному шляху шахтної монорейкової дороги. Установлено зв'язок амплітуди бічного розгойдування підвісних одиниць і зміщення ходових візків під час руху по монорейці.

Ключові слова: монорейкова дорога, рухомий склад, зміщення, бічне розгойдування, система, математична модель.

The motion regularities of rolling stock on a mine suspended monorail path were investigated. The connection between amplitude of lateral sway and shift outboard units bogies while driving on the monorail were set.

Key words: monorail, rolling stock, offset, side-swing, system, mathematical model.