

О.И. Толочко, д-р техн. наук,  
Д.В. Бажутин

## **СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ ГАШЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ ГРУЗА, ПОДВЕШЕННОГО К МЕХАНИЗМУ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ МОСТОВОГО КРАНА**

*Наведено порівняльний аналіз трьох законів керування для мостового крана, що забезпечують гасіння коливань вантажу. Синтезовано двоконтурну систему регулювання швидкості для крана, яка компенсує вплив коливань вантажу на процес позиціонування.*

*Представлен сравнительный анализ трех законов управления для мостового крана, обеспечивающих гашение колебаний груза. Синтезирована двухконтурная система регулирования скорости для крана, компенсирующая влияние колебаний груза на процесс позиционирования.*

*The comparative analysis of three overhead crane control algorithms providing anti-sway control possibilities are presented. The two-loop crane velocity control system to compensate the influence of the load oscillations on the positioning process was designed.*

Современный производственный процесс состоит, как правило, из нескольких отдельных подпроцессов, заключающихся в различных стадиях обработки изделия или изготовления отдельных его частей. Зачастую все эти процессы невозможно выполнять в непосредственной близости один от другого, что особенно выражено для массового, а так же металлургического и машиностроительного производств. В таких случаях в производственный процесс вводится фаза транспортировки материалов, деталей, готовых изделий и т.д., осуществляемая при помощи грузоподъемных механизмов и механизмов транспортировки.

При достаточно небольших горизонтальных перемещениях используют мостовые краны, которые в зависимости от условий эксплуатации и предъявляемых требований могут иметь различные конструктивные особенности. Однако для всех крановых установок, для мостовых в том числе, характерной проблемой при перемещении являются колебания подвешенного груза.

Подобного рода колебания приводят к ухудшению энергетических показателей использования системы электропривода, увеличению нагрузки на механическую часть установки, а также к повреждению других установок и травмам обслуживающего персонала. Поэтому целесообразно проведение мероприятий по устранению колебаний. Один из возможных вариантов решения данной задачи – оптимизация закона управления крановой установкой. Оптимизация проводится при условии, что угол отклонения груза от вертикали и первая производная этого угла, т.е. его угловая скорость, к концу перемещения тележки должны быть равны 0. Разные варианты решения этой задачи приведены в [1-3].

Целью работы является сравнительный анализ различных вариантов гашения колебаний подвешенного груза.

Процесс поступательного перемещения тележки массой  $M$  с подвешенным к ней на абсолютно жестком канате длиной  $L$  грузом массой  $m$  под действием приложенной к тележке силы  $F$  описывается следующими нелинейными дифференциальными уравнениями:

$$\begin{aligned}
(M+m)\frac{d^2s(t)}{dt^2} - mL\frac{d^2\varphi(t)}{dt^2}\cos\varphi + \\
+mL\frac{d\varphi^2(t)}{dt}\sin\varphi(t) = F(t), \\
-mL\frac{d^2s(t)}{dt^2}\cos\varphi(t) + mL^2\frac{d^2\varphi(t)}{dt^2} + \\
+mgL\sin\varphi(t) = 0,
\end{aligned} \quad (1)$$

где  $s$  – линейное перемещение тележки;  $\varphi$  – угол отклонения каната от вертикали;  $g$  – ускорение сил гравитации

С целью улучшения наглядности формул введем следующие обозначения для переменных состояния:

$$\begin{aligned}
\frac{d^2s(t)}{dt^2} = a(t), \quad \frac{ds(t)}{dt} = v(t), \\
\frac{d^2\varphi(t)}{dt^2} = \varepsilon(t), \quad \frac{d\varphi(t)}{dt} = \omega(t).
\end{aligned} \quad (2)$$

Перепишем уравнения (1) с учетом принятых обозначений:

$$\begin{aligned}
(M+m)a(t) - mL\varepsilon(t)\cos\varphi(t) + \\
+mL\omega^2(t)\sin\varphi(t) = F(t), \\
-mLa(t)\cos\varphi(t) + mL^2\varepsilon(t) + \\
+mgL\sin\varphi(t) = 0.
\end{aligned} \quad (3)$$

Данному математическому описанию соответствует структурная математическая модель, приведенная на рис. 1.

Эту модель легко линеаризовать, если принять допущения о том, что угол отклонения груза и скорость его изменения могут принимать только небольшие значения.

При таких допущениях справедливы приближенные соотношения

$$\varphi \approx 0, \cos\varphi \approx 1, \sin\varphi \approx \varphi, \omega^2 \approx 0, \quad (4)$$

подстановка которых в (3) приводит к упрощению математического описания рассматриваемого объекта:

$$\begin{aligned}
(M+m)a(t) - mL\varepsilon(t) = F(t), \\
-mLa(t) + mL^2\varepsilon(t) + mLg\varphi(t) = 0.
\end{aligned} \quad (5)$$

Сравним между собой три способа гашения колебаний подвешенного груза.

В [1] рассмотрена возможность гашения колебаний груза при разгоне и торможении привода тележки в три этапа с максимальными по абсолютной величине, но разными по знаку значениями усилия  $F$  или момента двигателя  $M$ , как это показано на рис. 2. На основании уравнений (5) в [1] выведены формулы для расчета длительностей интервалов с учетом влияния груза на перемещение тележки:

$$\begin{aligned}
t_1 = t_3 = \frac{T_p + t_2}{2}, \\
\sin\left(\Omega\left(t_2 + \frac{T_p}{2}\right)\right) = 2\sin\left(\frac{\Omega t_2}{2}\right),
\end{aligned} \quad (6)$$

где  $T_p = \frac{v_3}{F_{\max}}(M+m)$  – фиктивное время разгона суммарной массы до установившейся скорости при постоянном усилии,  $\Omega = \sqrt{\frac{g(M+m)}{L \cdot M}}$  – круговая частота колебаний груза.

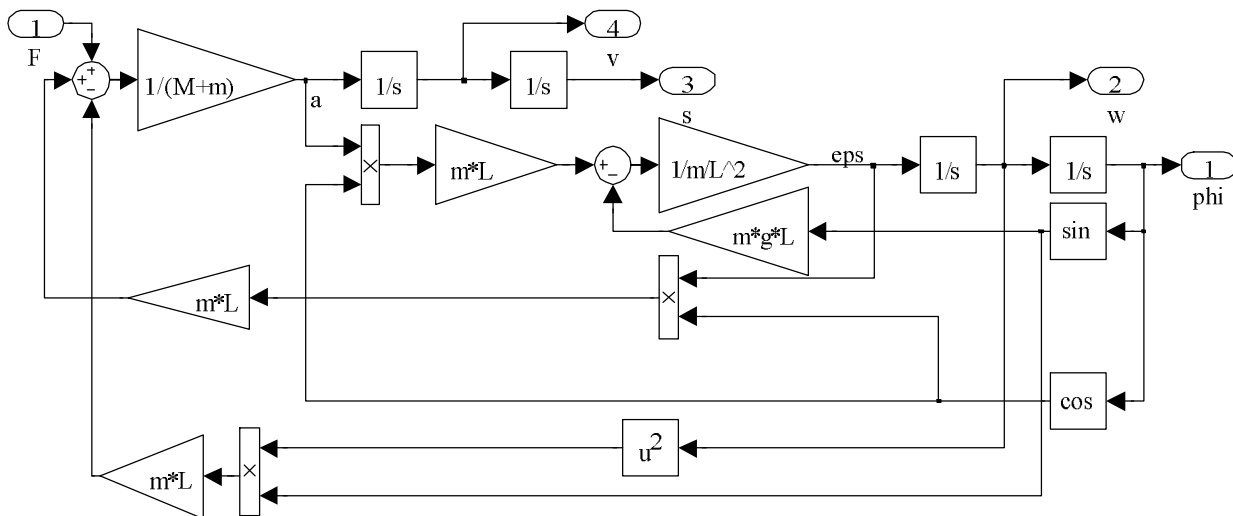


Рис.1. Нелинейная модель крана

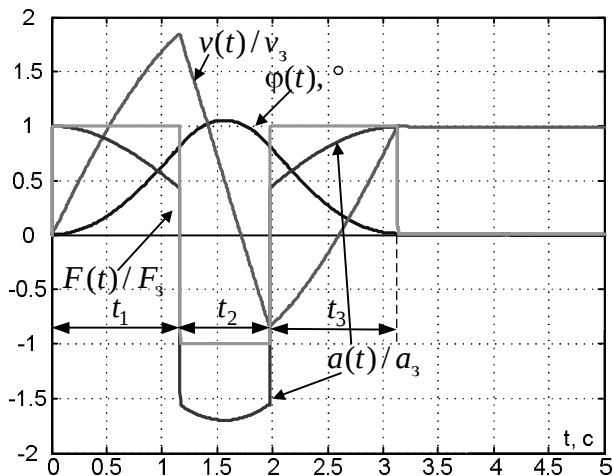


Рис.2. Закон управления разгоном и торможением в три этапа с поддержанием постоянства усилия

Поддержание постоянства усилия на участках разгона и торможения возможно в том случае, если сигнал, пропорциональный желаемому изменению силы подается на вход контура регулирования электромагнитного момента двигателя или тока якоря (для двигателя постоянного тока) или моментобразующей составляющей тока статора (для двигателя переменного тока). Особенностью такого закона управления является непостоянство ускорения, с которым движется тележка, из-за чего диаграмма изменения скорости имеет нелинейный характер. Это объясняется влиянием груза на перемещение тележки при соотносимых значениях их масс. Причем на участках подтормаживания тележки (этап 2) величина ускорения может превысить максимально допустимое значение этого сигнала, что иногда приводит к буксованию. Чтобы избежать этого явления, приходится снижать максимальное усилие.

При использовании вместо системы управления моментом системы управления скоростью на вход регулятора скорости должен подаваться через интегратор не сигнал задания на момент, а аналогичный по форме сигнал задания на ускорение тележки. При этом сигнал задания на скорость состоит из нескольких линейных участков. Система регулирования скорости отрабатывает этот сигнал с некоторой инерционностью, компенсируя тем самым влияние подвешенного груза на движение тележки за счет изменения поведения электромагнитного момента.

При замыкании системы управления по положению на вход регулятора положения подается все тот же сигнал задания на ускорение, проинтегрированный дважды. При этом характер переходных процессов не изменяется, а только увеличивается их инерционность, влияние которой на время отработки больших перемещений оказывается несущественным.

Поэтому формулы (6) в системах регулирования скорости и положения можно применять только при  $M \gg m$ , когда влияние груза на тележку несущественно.

Для таких систем применяют закон управления с разгоном и торможением в три этапа, но с поддержанием постоянного ускорения.

При этом влияние груза на скорость тележки незначительно [2]. Поэтому для синтеза управляющего воздействия из уравнений (5) исключаются компоненты, отражающие это влияние:

$$\begin{aligned} a(t) &= F(t)/(M + m), \\ L\varepsilon(t) + g\varphi(t) &= a(t). \end{aligned} \quad (7)$$

Для разгона и торможения, осуществляемого в 3 этапа с поддержанием постоянства ускорения, в [2] получены формулы для расчета времен соответствующих этапов, обеспечивающие гашение колебаний груза:

$$\begin{aligned} t_1 &= \left( \frac{\tau}{2} - \beta \right) \frac{1}{\Omega_0}, \quad t_2 = \frac{2\beta}{\Omega_0}, \\ t_3 &= \left( \frac{\tau}{2} - \beta \right) \frac{1}{\Omega_0}; \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\beta = \arcsin \left[ \frac{1}{2} \sin \left( \frac{\tau}{2} \right) \right]$ ,  $\Omega_0 = \sqrt{g/L}$  - круговая частота собственных колебаний математического маятника длиной  $L$ . При этом общая длительность разгона и торможения  $\tau$  определяется решением трансцендентного уравнения

$$T = \tau - 4 \arcsin \left[ \frac{1}{2} \sin \left( \frac{\tau}{2} \right) \right], \quad (9)$$

где  $T = \frac{v_3}{a_3}$  - фиктивное время разгона тележки до установившейся скорости при постоянном ускорении. Пример такого закона управления приведен на рис. 3.

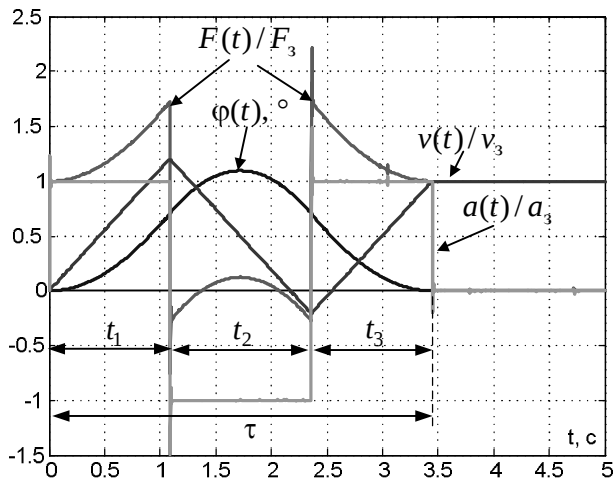


Рис.3. Закон управления с разгоном и торможением в три этапа с поддержанием постоянства ускорения

Из графиков видно, что на участках под-разгона (1 и 3) разгона момент двигателя (пропорциональный силе) может превышать максимально допустимое значение. Во избежание этого следует снижать ускорение, по крайней мере, на участках 1 и 3. На участке 2, напротив, существует запас по моменту, что позволяет повысить ускорение на этом участке до максимально возможной величины.

К недостаткам рассмотренных выше законов управления относится также необходимость решения трансцендентных уравнений (6), (9) численными методами в реальном времени, что нежелательно, и возможность превышения скоростью двигателя заданного значения, имеющего место при движении тележки с установившейся скоростью. Последнее наблюдается при снижении заданной скорости и при увеличении длины подвеса. Именно такие случаи представлены на графиках рис. 2 и рис. 3. Указанное явление приводит к необходимости выбора двигателя завышенной мощности, что неэкономично, либо к необходимости снижения усилий и ускорений на соответствующих участках разгона и торможения.

Таким образом, в дальнейшем следует рассмотреть возможность использования несимметричных прямоугольных диаграмм изменения силы и ускорения, которые бы одновременно учитывали ограничения на момент, скорость и ускорение при рассматриваемых законах управления.

Недостатков, присущих этим способам гашения колебаний, лишен алгоритм управления, при котором на втором этапе разгона и торможения тележка движется с постоянной скоростью, равной половине от заданного значения [3]. Этот алгоритм можно считать частным случаем трехэтапного разгона (торможения) с постоянным ускорением, когда на втором участке задание на ускорение равно нулю.

Время движения с половинной скоростью  $t_2$  выбирается из условия гашения колебаний груза [3]:

$$t_1 = t_3 = \frac{v_3}{2a_3}, \quad t_2 + t_1 = \frac{1}{2\Omega_0}. \quad (10)$$

Результаты моделирования для такого закона управления приведены на рис. 4.

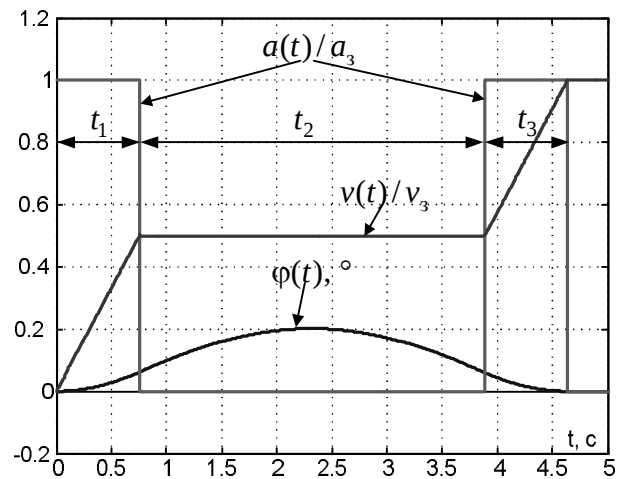


Рис.4. Закон управления с разгоном до половинной скорости

Другой частный случай закона управления с постоянным ускорением предполагает равенство ускорения на всех участках разгона и торможения, которые фактически осуществляются в один этап. При этом время разгона и торможения является фиксированным и выбирается кратным числу полных периодов колебаний груза (см. рис.5), так что величину ускорения следует выбирать по формуле [2]

$$a_3 = \frac{v_3 \Omega_0}{2\pi k}. \quad (11)$$

Обычно это приводит к существенному увеличению суммарного времени разгона и торможения и, соответственно, полного времени отработки перемещения. Переходные

процессы при одноэтапном разгоне с постоянным ускорением, обеспечивающие гашение колебаний груза, показаны на рис. 5.

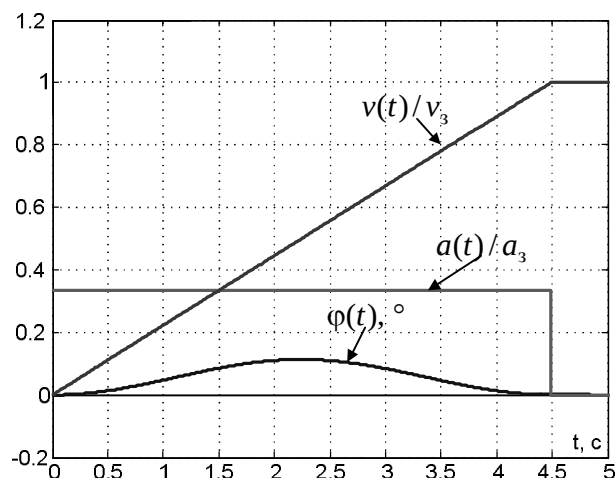


Рис.5. Управление разгоном в один этап

Остановимся на структуре систем регулирования объектом рис.1, с помощью, которой получены приведенные выше графики переходных процессов. Как уже было сказано, графики рис. 2 получены при моделировании объекта регулирования рис.1, дополненного контуром силы. Этот контур представлялся приближенно в виде апериодического звена

$$W_F(s) = \frac{1}{T_\mu s + 1}, \quad (12)$$

где  $T_\mu = 0,002$  с – малая некомпенсированная постоянная времени контура силы.

Все остальные графики (рис. 3-5) получены при моделировании системы регулирования скорости тележки с подчиненным контуром силы (12). Объект регулирования в этом случае также представлен нелинейной моделью рис. 1.

Синтез регулятора скорости (РС) выполнялся по передаточной функции

$$W_\omega(s) = \frac{\omega(s)}{F(s)} = \frac{Ls^2 + g}{s(M(Ls^2 + g) + mg)} = \frac{1}{M+m} \cdot \frac{T_1^2 s^2 + 1}{s(T_2^2 s^2 + 1)}, \quad (13)$$

где  $T_1 = \sqrt{L/g}$ ,  $T_2 = 1/\Omega$ , полученной на основании линеаризованной модели объекта

регулирования (5) объекта регулирования [4].

В качестве регулятора скорости использован инерционно-форсирующий регулятор, приближенно компенсирующий передаточную функцию объекта

$$W_{R\omega}(s) = \frac{(M+m)}{2T_\mu(T_1/T_2)} \cdot \frac{T_2 s + 1}{T_1 s + 1}. \quad (15)$$

Корректировка коэффициента усиления связана с неполной компенсацией колебательных звеньев объекта.

На входе контура скорости установлен задатчик интенсивности разомкнутого типа, который формирует желаемый закон изменения ускорения, а затем интегрирует его, в результате чего получается сигнал задания на скорость.

Сравним время отработки одного и того же перемещения для трех первых вариантов управления приводом тележки (последний вариант) отброшен как, в общем случае, неконкурентоспособный по рассматриваемому показателю.

Результаты моделирования приведены на рис.6-8. При моделировании использованы следующие параметры системы:

- Масса тележки – 1000 кг;
- Масса груза – 500 кг;
- Длина каната – 25 м;
- Максимальная скорость – 1 м/с;
- Максимальное ускорение –  $0.33 \text{ м/с}^2$ .
- Заданное перемещение – 7 м.

Как видно из графиков, быстрее всех обрабатывает заданное перемещение система с поддержанием постоянства силы, затем – с поддержанием постоянства ускорения и медленнее всех – система с разгоном до половинной скорости. Разница во времени составляет 1,5-2 с. При увеличении протяженности участка движения на установившейся скорости относительная величина разности по времени перемещения при разных способах управления уменьшается. Это явление характерно для больших промышленных кранов, где допустимые скорости перемещения груза невелики, а перемещения составляют несколько десятков метров.

## Выводы

1. Трехэтапный закон управления с постоянной силой применим только для систем

с контуром силы (момента) и может быть использован в системах, замкнутых по скорости и положению, только при  $M \gg m$ .

2. Алгоритмы с постоянным ускорением могут быть использованы в СРС и СРП.

3. При синтезе трехэтапных законов управления с поддержанием постоянства силы или ускорения необходимо учитывать ограничения на силу, скорость и ускорение, что может явиться объектом дальнейших исследований.

4. Трехэтапные законы управления обеспечивают более высокое быстродействие, чем двух- и одноэтапные, однако требуют решения трансцендентных уравнений итерационными методами в реальном времени.

5. Преимуществом алгоритма с разгоном до половинной скорости является отсутствие явления превышения скоростью заданного значения и простота вычисления длительностей этапов разгона.

6. Одноэтапный закон управления в общем случае существенно проигрывает по быстродействию другим алгоритмам.

7. Продемонстрированная на рис. 6-8 разница во времени отработки заданного перемещения носит качественный характер, так как количественные оценки очень сильно зависят от параметров объекта регулирования, величин ограничений на координаты привода и обрабатываемого перемещения. Во многих случаях эта разница не является столь существенной, чтобы однозначно отдавать предпочтение тому или иному алгоритму управления.

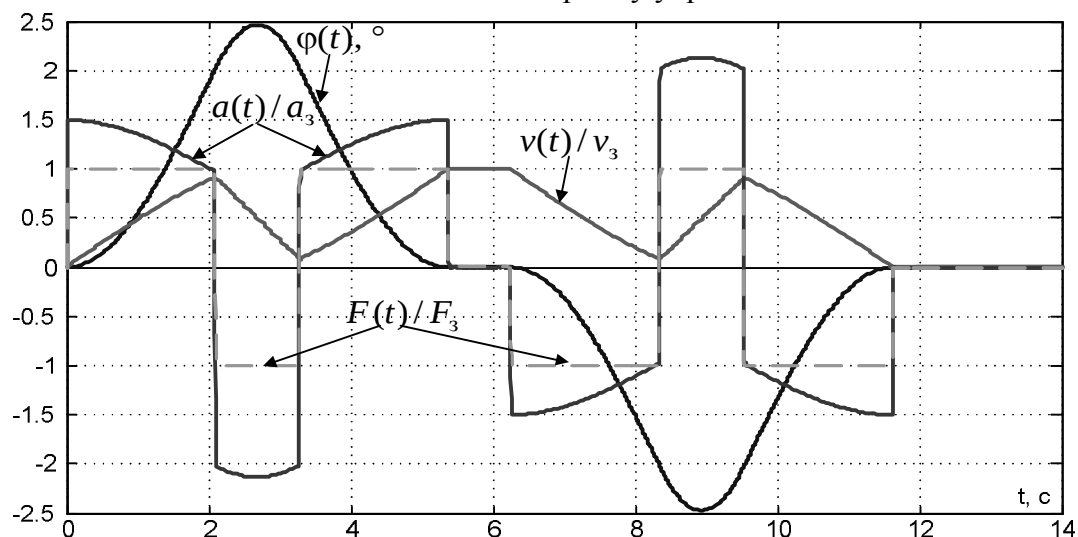


Рис.6. Рабочий цикл при управлении разгоном в три этапа с постоянным усилием

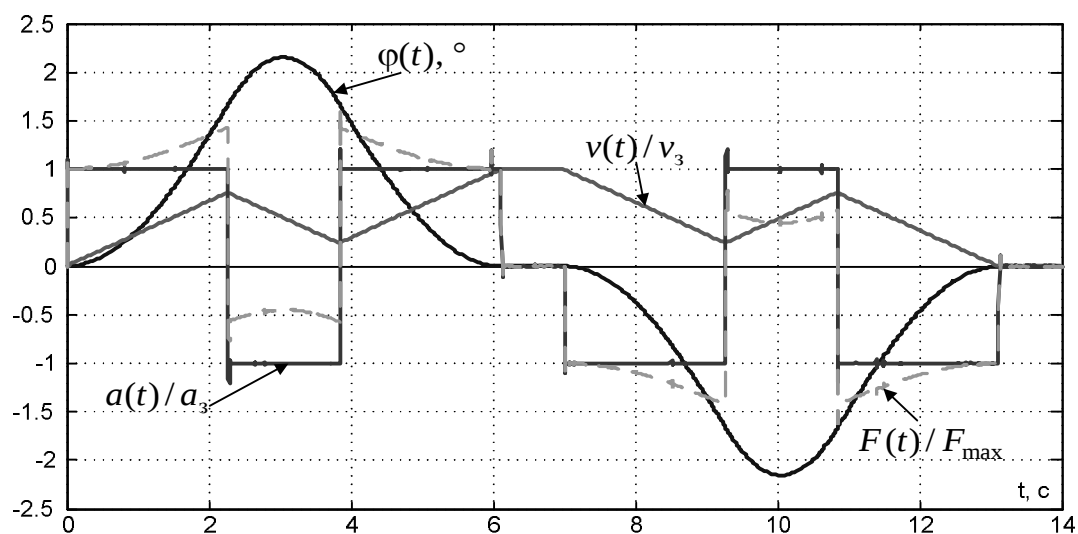


Рис.7. Рабочий цикл при управлении разгоном в три этапа с постоянным ускорением

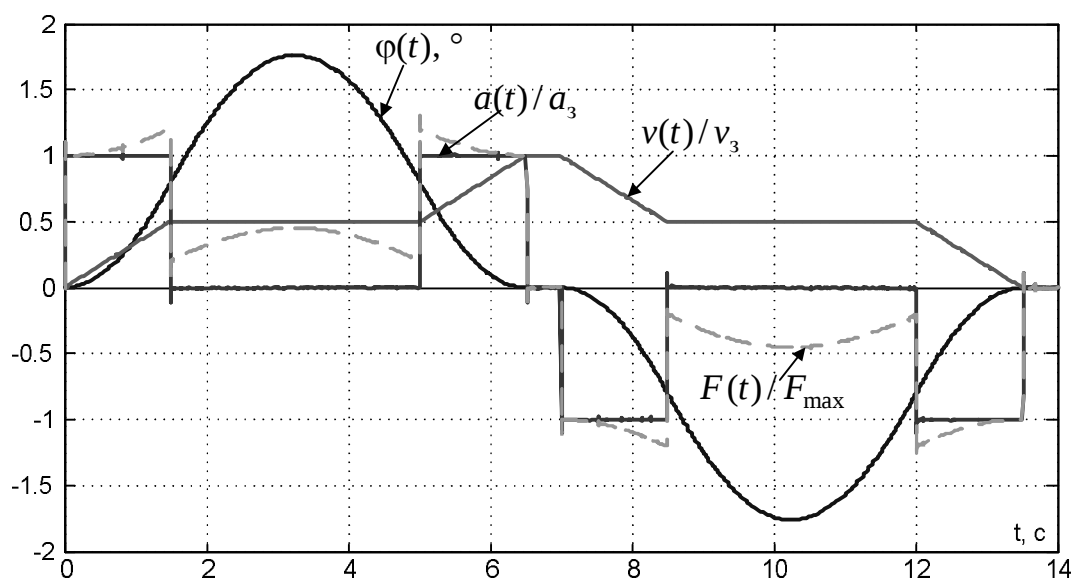


Рис.8. Рабочий цикл при управлении разгоном до половинной скорости

#### Список использованной литературы

1. Герасимyak Р.П. Анализ и синтез крановых электромеханических систем /Р.П.Герасимyak, В.А.Лещев. – Одесса: СМІЛ, 2008. – 191 с.
2. А. Buch. Optimale Bewegungssteuerung von schwingungsfähigen mechatronischen Systemen mit zwei Freiheitsgraden am Beispiel eines Krans mit Pendelnder Last und elastischer Mechanik – Magdeburg, 1999. – 250 s.
3. Altivar 71. Crane card. User's manual. – 2008. – 48 с.
4. J. Ackermann. Robuste Regelung. Analyse und Entwurf von linearen Regelungssystemen mit unsicheren Parametern. – Springer-Verlag: Berlin Heidelberg, 1993. – 420 s.



Толочко Ольга Ивановна,  
д-р техн.наук, профессор,  
зав. каф. «Эл.привод и  
автоматизация пром.  
установок» Донецкого  
нац. техн.ун-та  
tolochko\_oi@mail.ru



Бажутин  
Денис Владимирович,  
асс. каф. «Эл.привод и  
автоматизация пром.  
установок» Донецкого  
нац. техн.ун-та  
dan-stein@yandex.ru

Получено 11.03.2010