

**А.П. ПОПОВ**, д-р техн. наук, зав. каф. МКМ НУК им. С.О. Макарова,  
**Ю.Н. КИПРЕЕВ**, канд. техн. наук, профессор каф. МКМ НУК,  
**О.И. САВЕНКОВ**, аспирант каф. МКМ НУК, Николаев

## ПОВЫШЕНИЕ КОНТАКТНОЙ ПРОЧНОСТИ ЗУБЧАТЫХ МУФТ ПУТЕМ МОДИФИКАЦИИ ЗУБЬЕВ

*Уперше виконане рішення плоскої задачі, що поширюється на моделі контакту циліндра із клином, циліндра із клином, що має в середині горизонтальний виступ, і циліндра із площинною, що імітує умови взаємодії зубів. Отримані залежності для розрахунку максимальних напружень і розмірів ділянки контакту.*

*Впервые выполнено решение плоской задачи, которое распространяется на модели контакта цилиндра с клином, цилиндра с клином, имеющим в середине горизонтальный выступ, и цилиндра с площадкою, имитирующей условия взаимодействия зубьев. Получены зависимости для расчета максимальных напряжений и размеров участков контакта.*

*For the first time made the solution of the plane problem, which applies to models of contact of a cylinder with a wedge, a cylinder with a wedge having a horizontal lug in the middle, and a cylinder with the plane, imitating the conditions of interaction between the teeth has been carried out. The dependencies for the calculations of the maximum stresses and the contact area has been obtained.*

**Постановка проблемы.** Создание новых методов расчета зубчатых муфт с продольными модифицированными зубьями, работающими при перекосах осей соединяемых валов агрегатов, является актуальной проблемой, успешное решение которой предопределяет работоспособность и эффективность современного машиностроения. Данная проблема является неразрывной составной частью существующих в настоящее время научных программ и заданий практически во всех отраслях машиностроения, выпускающих зубчатые муфты. Для успешного решения указанной проблемы необходимы не только новые технические решения, но и новые методы расчетов контактной прочности зубчатых муфт, которая является основным критерием работоспособности зубьев.

**Анализ последних исследований.** Наиболее полно исследования по повышению нагрузочной способности зубчатых муфт по контактным напряжениям основаны на новых технических решениях, предусматривающих три направления: профилирование разверток делительных цилиндров зубчатых втулок и обойм; создание трехвенцовых зубчатых втулок и обойм; разработку зубчатых муфт с продольной модификацией наружных и внутренних зубьев [1-8]. Для оценки контактной прочности указанных конструкций зубчатых муфт необходимы решения новых контактных задач. Основой для решения этих задач является новая теория контактной прочности, разработанная проф. А.П. Поповым [9].

**Цель работы.** Решение плоской задачи применительно к модели контакта наружных бочкообразных зубьев втулки с внутренними скошенными относительно торцов зубьями обоймы, имеющей в средней части горизонтальные выступы.

**Изложение основного материала.** В качестве объекта исследования используется зубчатая муфта [1], которая вследствие продольной модификации наружных и внутренних зубьев характеризуется равномерным распределением усилий между всеми сопряженными парами зубьев, участвующих в зацеплении.

Для решения задачи воспользуемся, как уже указывалось ранее, новой теорией контактной прочности применительно к упруго сжатым телам. Указанная теория базируется на допущениях и упрощающих предположениях, основные из которых рассмотрим.

Во-первых, контактные напряжения определяются на рабочих поверхностях тел, а силы трения на площадке контакта, если они имеют место, не учитываются. Во-вторых, материалы контактирующих друг с другом тел принимаются однородными и изотропными с разными значениями коэффициентов Пуассона  $\nu_1, \nu_2$  и модулей упругости  $E_1, E_2$ . В третьих, сила  $F_n$ , сжимающая тела, создает в зоне контакта только лишь упругие деформации, подчиняющиеся закону Гука. И, наконец, площадка контакта при сжатии тел считается меньшей величиной по сравнению с площадью тел, подвергаемых сжатию.

Новая теория контактной прочности упруго сжатых тел предусматривает получение двух равнозначных функций контактных деформаций. Первая функция контактных деформаций определяется с учетом формы зазора между телами до нагружения и характером распределения контактных деформаций между ними после нагружения. Нахождение второй функции контактных деформаций осуществляется на основе обобщенного закона Гука и гипотезы Винклера. При этом гипотеза Винклера используется при решениях не только плоских, но и пространственных контактных задач, что очевидно из [9].

Прежде чем перейти к конкретному решению задачи, остановимся кратко на рассмотрении рис. 1, а, на котором приведена расчетная модель контакта наружного бочкообразного зуба 1 втулки с внутренним скошенным зубом 2 обоймы [1]. Указанное взаимодействие зубьев при возрастании угла скоса зубьев  $\psi_0$ , зависящего от величины угла перекоса осей  $\psi$  соединяемых валов агрегатов, сопровождается увеличением контактных напряжений, которые могут достигнуть неприемлемых величин, о чем более подробно будет сказано ниже.

На основании сказанного предлагается более приемлемая расчетная модель контакта зубьев (рис. 1, б), в которой скошенный внутренний зуб 2 в средней части имеет горизонтальный выступ длиной  $2a$ .

А теперь приступим к решению контактной задачи, обратившись к рис. 1. Здесь на рис. 1, б изображена, как уже указывалось, расчетная модель контакта наружного зуба 1 с внутренним зубом 2 до нагружения, а на рис. 1, в – после нагружения. Из рис. 1, б очевидно, что величина максимального зазора  $S(b_0)$  между зубьями 1 и 2 в точке  $x = b_0$  имеет вид:

$$S(b_0) = S_1(b_0) + S_2(b_0), \quad (1)$$

где  $S_1(b_0) = b_0^2/2R$ ,  $S_2(b_0) = \psi_0(b_0 - a) = \psi_0 b_0(1 - \alpha_0)$  – максимальные зазоры зубьев **1** и **2** относительно оси  $x$ ;  $b_0$  – полуширина площадки контакта;  $a$  – половина горизонтального выступа, взятая относительно середины зуба **2;  $\alpha_0 = a/b_0$  – коэффициент.**

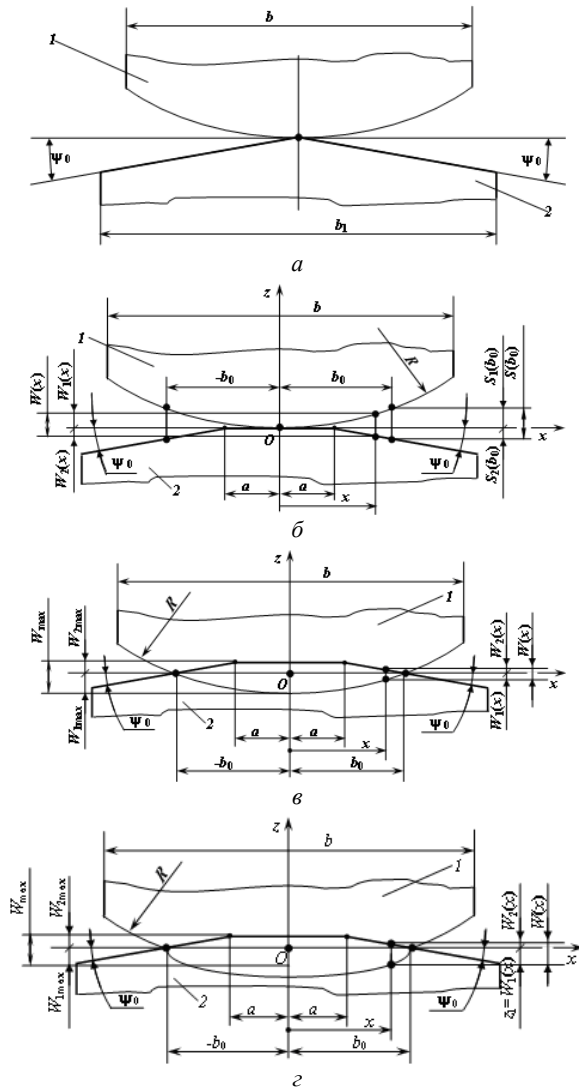


Рис. Расчетные модели контакта зубьев **1** и **2** до (*а, б*) и после нагружения (*в, з*)

По аналогии с уравнением (1), определим в точке  $x$  текущее значение зазора между зубьями **1** и **2** в соответствии с рис. 1,б, а именно:

$$S(x) = S_1(x) + S_2(x), \quad (2)$$

где  $S_1(x) = x/2R$ ,  $S_2(x) = \psi_0(x - a)$  – зазоры между зубом **1** и осью  $x$ , а также между зубом **2** и осью  $x$ .

В соответствии с рис. 1, в и выражениями (1) и (2) найдем первую функцию контактных деформаций

$$W(x) = W_1(x) + W_2(x) = [S_1(b_0) - S_1(x)] + [S_2(b_0) - S_2(x)] = \frac{b_0^2}{2R} \left[ 1 - \left( \frac{x}{b_0} \right)^2 \right] + \psi_0 b_0 \left( 1 - \frac{x}{b_0} \right). \quad (3)$$

Из зависимости (3) очевидно, что первое слагаемое его правой части  $W_1(x) = [S_1(b_0) - S_1(x)] = \frac{b_0^2}{2R} \left[ 1 - \left( \frac{x}{b_0} \right)^2 \right]$  характеризует параболический закон изменения функции контактных деформаций. Второе слагаемое зависимости  $W_2(x) = [S_2(b_0) - S_2(x)] = \psi_0 b_0 \left( 1 - \frac{x}{b_0} \right)$  представляет закон изменения функции  $W_2(x)$ .

В [9] показано, что при  $\sigma_{\max} \leq (100 \dots 120)$  МПа закон изменения функции контактных деформаций при упругом сжатии двух цилиндров либо цилиндра с плоскостью тяготеет к параболическому закону. Если  $\sigma_{\max} > (100 \dots 120)$  МПа, функция контактных деформаций является эллиптической.

Однако зависимости для определения максимальных контактных напряжений  $\sigma_{\max}$  и полуширины площадки контакта  $b_0$  при параболическом и эллиптическом законах изменения контактных деформаций и напряжений имеют один и тот же вид, за исключением числовых коэффициентов при  $\sigma_{\max}$  и  $b_0$ , которые при параболическом законе изменения деформаций и напряжений в  $\sqrt{3\pi/8} \approx 1,085$  раза выше типовых, имеющих место при эллиптическом законе указанных функций.

Параболический закон изменения функций деформаций и, как следствие, напряжений, впервые был принят А. Фепплем [10], затем А.Н. Динником [11], А.Н.Петрусевичем [12] в 1934г. при расчетах зубчатых передач и другими исследователями. Р.Бауд под руководством С.П.Тимошенко [13] выполнил экспериментальные исследования, применив оптический метод определения напряжений с учетом параболического закона их изменения. Однако позже, как известно, за

основу расчетов  $\sigma_{\max}$  деталей машин и механизмов с начальным линейным контактом была принята общеизвестная формула Герца. На основании изложенного в данной работе, помимо параболического, рассматривается и эллиптический закон изменения контактных деформаций и напряжений.

Определив выражение первой функции контактных деформаций, перейдем к нахождению второй равнозначной функции  $W(x)$ . При этом воспользуемся законом Гука и гипотезой Винклера [9]. При сжатии зубьев **1** и **2** в случае изменения деформаций в направлении оси  $x$  (плоская задача) будем исходить из подчинения сближаемых зубьев гипотезе Винклера, в соответствии с которой запишем

$$W(x) = W_1(x) + W_2(x), \quad (4)$$

где  $W_1(x) = A_1(x) \cdot w(x)$ ,  $W_2(x) = A_2(x) \cdot w(x)$  – упругие перемещения **1** и **2** зубьев, мм;  $A_1(x)$ ,  $A_2(x)$  – коэффициенты постели **1** и **2** зубьев, причем  $A_1(x) + A_2(x) = A(x)$ , мм<sup>2</sup>/Н;  $w(x)$  – функция нагрузки в виде нормальной силы  $F_n$ , распределенной по оси  $x$  в пределах ширины площадки контакта  $2b_0$ , Н/мм<sup>2</sup>.

В соответствии с приведенными обозначениями сведем функцию контактных деформаций (4) к виду

$$W(x) = A(x) \cdot w(x). \quad (5)$$

Из зависимости (5) очевидно, что коэффициент постели  $A(x)$  является переменной величиной, а это не позволяет осуществить решение рассматриваемой плоской контактной задачи. В связи с этим перейдем от переменной величины коэффициента постели  $A(x)$  к нахождению постоянной величины коэффициента постели  $A$ . С этой целью заменим реальную величину площади эпюры напряжений равной ей по величине площадью эпюры средних напряжений  $\sigma_m$ , определяемых по формуле

$$\sigma_m = \frac{F_n}{2b_0 h_p}, \quad (6)$$

где  $h_p = 2h_a^* m = 1,6m$  – рабочая высота зуба;  $h_a^* = 0,8$  – коэффициент высоты головки зубьев;  $m$  – модуль зацепления.

В качестве основной зависимости, устанавливающей взаимосвязь между упругими перемещениями  $W$  и возникающими в зубьях напряжениями  $\sigma$ , примем выражение [9]

$$W = C_m \sigma, \quad (7)$$

где  $C_m$  – размерный параметр, мм/МПа.

Затем, объединив зависимости (6) и (7), полагая  $\sigma = \sigma_m$ , определим упругое перемещение зубьев

$$W = \frac{C_m F_n}{2b_0 h_p}. \quad (8)$$

Далее, исходя из пропорционального соотношения между контактными напряжениями  $\sigma$  и упругими деформациями в соответствии с законом Гука, полагая  $\nu_1 \neq \nu_2$  и  $E_1 \neq E_2$ , запишем в другом виде выражения контактных напряжений, действующих на каждый из зубьев **1** и **2**, а именно:

$$\sigma_1 = \frac{\varepsilon E_1}{1 - \nu_1^2} = \frac{E_1}{1 - \nu_1^2} \frac{\Delta L}{L}; \quad \sigma_2 = \frac{\varepsilon E_2}{1 - \nu_2^2} = \frac{E_2}{1 - \nu_2^2} \frac{\Delta L}{L},$$

где  $\nu_1$  и  $\nu_2$  – коэффициенты Пуассона,  $E_1$  и  $E_2$  – модули упругости материалов;  $\varepsilon = \Delta L/L$  – относительная деформация;  $\Delta L$  – абсолютная деформация;  $L$  – некоторый линейный размер, принимаемый в данной задаче равным ширине площадки контакта  $2b_0$  [9].

Зависимость (8) с учетом двух последних уравнений для  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  представим в виде двух уравнений упругих перемещений зубьев **1** и **2**, полагая  $L = 2b_0$ :

$$\left. \begin{aligned} W = 2C_{m1} \sigma_1 = 2C_{m1} \frac{E_1}{1 - \nu_1^2} \frac{\Delta L}{L} = \frac{C_{m1} E_1 \cdot \Delta L}{(1 - \nu_1^2) b_0}; \\ W = 2C_{m2} \sigma_2 = 2C_{m2} \frac{E_2}{1 - \nu_2^2} \frac{\Delta L}{L} = \frac{C_{m2} E_2 \cdot \Delta L}{(1 - \nu_2^2) b_0}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Исходя из равенства между упругими перемещениями  $W$  сопряженной пары зубьев **1** и **2** и абсолютной деформации  $\Delta L$ , т.е.  $W = \Delta L$ , определим из уравнений (9) выражения размерных параметров:

$$C_{m1} = \frac{(1 - \nu_1^2) b_0}{E_1}; \quad C_{m2} = \frac{(1 - \nu_2^2) b_0}{E_2}.$$

На основании выражений для  $C_{m1}$  и  $C_{m2}$  и уравнения (6) с учетом равенства  $\sigma_m = \sigma_{m1} = \sigma_{m2} = F_n / 2b_0 h_p$  найдем контактную податливость каждого из зубьев:

$$\left. \delta_{\kappa 1} = \frac{C_{m1} \sigma_{m1}}{F_n} = \frac{1 - \nu_1^2}{2E_1 h_p}; \quad \delta_{\kappa 2} = \frac{C_{m2} \sigma_{m2}}{F_n} = \frac{1 - \nu_2^2}{2E_2 h_p}. \right\} \quad (10)$$

Умножив правые части выражений (10) на ширину площадки контакта

$2b_0$ , после суммирования определим коэффициент постели:

$$A = 2b_0(\delta_{к1} + \delta_{к2}) = \frac{b_0}{h_p} \left( \frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2} \right) = \frac{kb_0}{h_p}, \quad (11)$$

где  $k = (1-v_1^2)/E_1 + (1-v_2^2)/E_2$  – параметр, характеризующий упругость контактирующих зубьев.

В соответствии со значением коэффициента постели (11) вторая функция контактных деформаций примет окончательный вид

$$W(x) = A \cdot w(x) = \frac{kb_0}{h_p} w(x). \quad (12)$$

С учетом равнозначности функций (3) и (12) запишем уравнение напряженно-деформированного состояния сопряженной пары зубьев **1** и **2**

$$A \int_{-b_0}^{b_0} w(x) dx = AF_n = \frac{b_0^2}{2R} \int_{-b_0}^{b_0} \left( 1 - \frac{x^2}{b_0^2} \right) dx + \psi_0 b_0 \int_{-(b_0-a)}^{b_0-a} \left( 1 - \frac{x}{b_0} \right) dx = \frac{2b_0^3}{3R} + \psi_0 b_0^2 (1 - \alpha_0^2) \quad (13)$$

После подстановки в уравнение (13) правой части выражения (11) запишем квадратное уравнение

$$\frac{2b_0^2}{3R} + \psi_0 b_0 (1 - \alpha_0^2) - \frac{kF_n}{h_p} = 0,$$

исходя из которого определим полуширину площадки контакта

$$b_0 = 0,25 \left[ \sqrt{\frac{24kRF_n}{h_p} + [3\psi_0(1 - \alpha_0^2)R]^2} - 3\psi_0(1 - \alpha_0^2)R \right]. \quad (14)$$

Заменяя в функции (5) переменный коэффициент постели  $A(x)$  средним значением  $A$ , представим функцию  $W(x)$  в виде зависимости

$$W(x) = A \cdot w(x) = A \frac{h_p}{h_p} w(x) = Ah_p \sigma(x),$$

из которой определим функцию контактных напряжений

$$\sigma(x) = \frac{w(x)}{h_p} = \frac{W(x)}{Ah_p}. \quad (15)$$

После подстановки в уравнение (15) правой части функции (3) при  $x = 0$  найдем максимальное значение контактных напряжений

$$\sigma_{\max} = \frac{b_0^2 + 2Rb_0\psi_0}{2ARh_p}. \quad (16)$$

Заменяв в уравнении (16) параметры  $A$  и  $b_0$  правыми частями выражений (11) и (14), представим зависимость для расчета максимальных контактных напряжений в развернутом виде

$$\sigma_{\max} = 0,125 \sqrt{\frac{24F_n}{kRh_p} + \left[ \frac{3\psi_0(1 - \alpha_0^2)}{k} \right]^2} + [1 - 0,375(1 - \alpha_0^2)] \frac{\psi_0}{k}. \quad (17)$$

А теперь перейдем к решению задачи, исходя из эллиптического закона изменения функции  $W_1(x)$ . С этой целью обратимся к рис. 1, в, на котором эпюра функции  $W_1(x)$  расположена ниже относительно горизонтальной оси  $x$ , и она представляет полуэллипс деформаций с малой  $a_1$  и большой  $b_0$  полуосями, описанный уравнением

$$\frac{z_1^2}{a_1^2} + \frac{x^2}{b_0^2} = 0, \quad (18)$$

из которого следует, что  $z_1 = W_1(x)$ ,  $a_1 = W_{1\max} = s_1(b_0) = b_0^2/2R$ .

После подстановки значений  $z_1$  и  $a_1$  в выражение (18) запишем функцию  $W_1(x)$  в следующем виде

$$W_1(x) = \frac{b_0^2}{2R} \sqrt{1 - \frac{x^2}{b_0^2}}. \quad (19)$$

В соответствии с выражением (19), функцию (3) представим в виде

$$W(x) = \frac{b_0^2}{2R} \sqrt{1 - \frac{x^2}{b_0^2}} + \psi_0 b_0 \left( 1 - \frac{x}{b_0} \right). \quad (20)$$

С учетом выражения (20) по аналогии с предыдущим решением, получим квадратное уравнение

$$\frac{b_0^2}{4R} + \psi_0(1 - \alpha_0^2)b_0 - \frac{kF_n}{h_p} = 0,$$

из которого определим, опуская промежуточные преобразования, зависимости для расчета полуширины площадки контакта и максимальных напряжений:

$$b_0 = 0,637 \left[ \sqrt{\frac{\pi k R F_n}{h_p} + [\psi_0(1-\alpha_0^2)R]^2} - \psi_0(1-\alpha_0^2)R \right]; \quad (21)$$

$$\sigma_{\max} = 0,3185 \sqrt{\frac{\pi F_n}{k R h_p} + \left[ \frac{\psi_0(1-\alpha_0^2)}{k} \right]^2} + 0,6815 \frac{\psi_0(1-\alpha_0^2)}{k}. \quad (22)$$

При  $v_1 = v_2 = v$  и  $E_1 = E_2 = E$  имеем  $k = 2(1-v^2)/E$ , в связи с чем выражения (14), (17) и (21), (22) примут вид

$$b_0 = 0,25 \left[ \sqrt{\frac{48(1-v^2)R F_n}{E h_p} + [3\psi_0(1-\alpha_0^2)R]^2} - 3\psi_0(1-\alpha_0^2)R \right]; \quad (23)$$

$$\sigma_{\max} = 0,125 \sqrt{\frac{12 E F_n}{(1-v^2)R h_p} + \left[ \frac{3\psi_0(1-\alpha_0^2)E}{(1-v^2)} \right]^2} + \left[ 1 - 0,375(1-\alpha_0) \frac{\psi_0(1-\alpha_0^2)E}{2(1-v^2)} \right]; \quad (24)$$

$$b_0 = 0,637 \sqrt{\frac{2\pi(1-v^2)R F_n}{E h_p} + [\psi_0(1-\alpha_0^2)R]^2} - \psi_0(1-\alpha_0^2)R; \quad (25)$$

$$\sigma_{\max} = 0,3185 \sqrt{\frac{\pi E F_n}{2(1-v^2)R h_p} + \left[ \frac{\psi_0(1-\alpha_0^2)E}{2(1-v^2)} \right]^2} + 0,6815 \frac{\psi_0(1-\alpha_0^2)E}{2(1-v^2)}. \quad (26)$$

Зависимости (23) и (24) определяют параболический закон распределения контактных деформаций и напряжений по оси  $x$ , а зависимости (25) и (26) – эллиптический закон изменения функций  $W(x)$  и  $\sigma(x)$ .

Найденные выражения, применительно к расчетной модели контакта (рис. 1, а и 1, б), при определенных условиях можно свести еще к двум моделям контакта. Так, например, при коэффициенте  $\alpha_0 = 0$ , что соответствует  $a = 0$ , указанная модель контакта будет сведена к модели контакта (рис.1, а). Если принять угол  $\psi_0 = 0$  и коэффициент  $\alpha_0 = 1$ , исходя из равенства  $a = b_0$ , то в этом случае в качестве расчетной выступает модель контакта цилиндра с плоскостью, в связи с чем уравнения (23), (24) и (25), (26) примут вид:

$$b_0 = 1,652 \sqrt{\frac{R F_n}{E h_p}}; \quad (27); \quad \sigma_{\max} = 0,454 \sqrt{\frac{E F_n}{R h_p}}; \quad (28)$$

$$b_0 = 1,522 \sqrt{\frac{R F_n}{E h_p}}; \quad (29); \quad \sigma_{\max} = 0,418 \sqrt{\frac{E F_n}{R h_p}}. \quad (30)$$

Из приведенных уравнений очевидно, что зависимости (27) и (28) имеют тот же вид, что (29) и (30), за исключением числовых коэффициентов. При параболическом законе изменения функций  $W(x)$  и  $\sigma(x)$  числовые коэффициенты в  $1,652/1,522 = 0,454/0,418 = 1,085$  раза превышают таковые, имеющие место при эллиптическом законе изменения указанных функций, о чем говорилось ранее. При этом нетрудно заметить, что зависимости (29) и (30) идентичны общеизвестным зависимостям Герца, полученным им применительно к модели контакта цилиндра с плоскостью.

Используя полученные выражения, выполним расчет судовой зубчатой муфты, исходя из данных:  $z = 40$ ;  $m = 6$  мм;  $\alpha_w = 20^\circ$ ;  $b = 45$  мм – длина наружных зубьев;  $b_1 = 50$  мм – длина внутренних зубьев;  $h_p = 9,6$  мм;  $R = 3000$  мм;  $F_n = 6248$  Н;  $v = 0,3$ ;  $E = 2,1 \cdot 10^5$  МПа; угол  $\psi_0 = 5,99 \cdot 10^{-3}$  рад [8], которому соответствует угол перекося  $\psi = 8,7 \cdot 10^{-3}$  рад; материал – сталь 18ХНВА; зубья изолированные.

Результаты расчета зубчатой муфты по формулам (25) и (26) приведены в таблице.

Таблица

Результаты расчета зубчатой муфты

Коэффициенты	$\alpha_0$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
Максимальные напряжения	$\sigma_{\max}$ , МПа	707,6	681,4	601,2	468,3	289,0	82,2
Ширина площадки контакта	$2b_0$ , мм	1,811	1,881	2,124	2,695	4,174	9,29
Длина прямолинейного участка	$2a$ , мм	0	0,376	0,850	1,617	3,34	9,29

Из таблицы следует, что по мере возрастания коэффициента  $\alpha_0$  за счет увеличения параметра  $a$  максимальные контактные напряжения снижаются. Так, например, при  $\alpha_0 = 0$  и  $a = 0$  (рис. ,а) напряжения  $\sigma_{\max} = 707,6$  МПа, а при  $\alpha_0 = 1$  и  $a = b_0$  указанные напряжения равны 82,2 МПа, т.е. они уменьшаются в  $707,6/82,2 = 8,61$  раза.

Таким образом, замена существующей модели контакта (рис. ,а) новой

моделью контакта (рис. ,б) привела к резкому снижению величин максимальных контактных напряжений, что позволило обеспечить надежную работу зубчатых муфт при угле перекося  $\psi = 8,7 \cdot 10^{-3}$  рад (см. ГОСТ 5006–55 на зубчатые муфты общего назначения).

В заключение необходимо отметить, что при увеличении угла  $\psi_0$  применительно к модели контакта (рис.1,а) напряжения  $\sigma_{\max}$  стремительно возрастают. Если, например, принять угол  $\psi_0 = 45^\circ = 0,785$  рад, то в этом случае напряжения  $\sigma_{\max} = 62101$  МПа, и они превышают напряжения  $\sigma_{\max}$  при  $\psi_0 = 5,99 \cdot 10^{-3}$  рад. (см. таблицу) в  $62101/707,6 = 87,76$  раза.

### Выводы

**1.** Впервые выполнено решение плоской контактной задачи применительно к модели контакта цилиндра с клином, имеющим в середине горизонтальный выступ. Получены выражения максимальных контактных напряжений и ширины площадки контакта.

**2.** Установлено, что при определенных принятых условиях полученные решения перерождаются в решения двух плоских задач применительно к моделям контакта цилиндра с клином.

**Список литературы:** **1.** А.с. 1504394 СССР. Зубчатая муфта /А.П.Попов (СССР).- 4089604/31–27; Заяв.09.07.86; Опубл.30.08.89. Бюл. №32. **2.** А.с. 1587243 СССР. Зубчатая муфта А.П.Попова /А.П.Попов (СССР). – 4441519/31–27; Заяв.15.06.88; Опубл.23.08.90. Бюл. №31. **3.** А.с. 1393945 СССР. Зубчатая муфта А.П.Попова /А.П.Попов (СССР).- 4063606/31–27; Заяв.25.02.86; Опубл.07.05.88. Бюл. №17. **4.** А.с. 1559245 СССР. Зубчатая муфта /А.П.Попов (СССР). – 4142341/31–27; Заяв.05.11.86; Опубл.15.03.90. Бюл. №10. **5.** Патент 25103 на корисну модель. Україна. Зубчаста муфта /Попов О.П., Савенков О.І. – U200703093; Заявл. 23.03.07; Опубл. 25.07.07. Бюл. №11. **6.** Патент 51954 на корисну модель. Україна. Зубчаста муфта /Попов О.П., Попова Л.О., Савенков О.І. – U201000827; Заявл. 29.01.10; Опубл. 10.08.10. Бюл. №15. **7.** Патент 55634 на корисну модель. Україна. Зубчаста муфта /Попов О.П., Попова Л.О., Савенков О.І. – U201004688; Заявл. 20.04.10; Опубл. 27.12.10. Бюл. №24. **8.** Попов А.П. Экспериментальное исследование нагрузочной способности зубчатых муфт / А.П. Попов, О.И. Савенков // Вісник інженерної академії України. – Київ. – 2010.– № 3-4. – С. 203-209. **9.** Попов А.П. Зубчатые механизмы с точечным контактом зубьев /А.П. Попов. – Николаев: Атолл, 2011. – 774с. **10.** Фелль Л. Напряженное состояние и прочность материала при сжатии тел. Подшипник, №1, 1937. **11.** Динник А.Н. Удар и сжатие упругих тел. Известия КПИ, 1909. **12.** Петрусевич А.И. Расчет зубчатых передач, принятый в ЦКБР. Сборник статей по редукторостроению. Оргаметалл, 1035. **13.** Timoshenko S., Baud P. The strength of Gear Teefh. Mechanical Engineering. V. 48, N11, 1924.

Поступила в редколлегию 31.08.2011