МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

том 11 номер З год 1999

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕНОСА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В АЭРОЗОЛЬНЫХ ОБЛАКАХ

© А.А.Карпов, В.В.Чередов

Московский авиационный институт

Рассмотрена задача переноса электромагнитного излучения в оптически плотных многофазных средах с учётом многократного рассеяния. Элементарный акт рассеяния рассчитывался по теории Ми. Моделирование многократного рассеяния проводилось методом Монте-Карло. Рассмотрены решения для облаков различной геометрической формы, состоящих из частиц с различными оптическими свойствами. Для разных концентраций частиц получены интегральные оптические характеристики аэрозольных облаков.

SIMULATION OF ELECTROMAGNETIC RADIATION TRANSFER IN AEROSOL CLOUDS

A.A. Karpov, V.V. Cheredov

Moscow aviation institute

The problem of electromagnetic radiation transfer in optically-dense multiphase mediums is considered with account of multiple scattering. The elementary act of scattering paid off under the Mie theory. The simulation of multiple scattering was carried out by the Monte-Carlo method. The solutions for clouds of various geometric forms consisting of particles with various optical properties are considered. For different concentration of particles the integral optical characteristics of aerosol clouds are obtained.

1. Введение

Загрязнение атмосферы аэрозолями вследствие антропогенных и естественных факторов приводит к изменению условий распространения солнечного излучения и теплового излучения земной поверхности, что может оказать существенное влияние на биосферу. Поэтому актуальным является рассмотрение вопросов, связанных с прохождением электромагнитного излучения через аэрозольные образования. Кроме того, искусственные аэрозольные облака, изменяя локальные свойства атмосферы, могут быть использованы в активных экспериментах: параметры атмосферы и процессы в ней исследуются по отклику среды на контролируемое воздействие. Проводимые с помощью аппаратуры, работающей в видимой и инфракрасной областях спектра, наблюдения за искусственными аэрозольными облаками, светящимися за счет солнечного и земного излучения, позволят существенно увеличить информацию о влиянии атмосферных аэрозолей на окружающую среду и разработать природоохранные мероприятия. Для решения прямых и обратных задач светорассеяния в настоящей работе рассмотрены вопросы, связанные с прохождением электромагнитных волн через оптически плотные аэрозольные образования.

2. Методика расчёта прохождения электромагнитного излучения через оптически плотные среды

Рассмотрим единичный акт рассеяния плоской электромагнитной волны на сфере произвольного раднуса r с комплексным показателем преломления $m = n - i\chi$, где n – показатель преломления, χ – показатель поглощения. Данный процесс описывается в рамках теории Ми [1,2,3] в предположении однородности рассеивающей частицы.

Интенсивность рассеянного излучения в направлении угла в определяется выражением

$$I(\beta) = I_0 \frac{1}{2k^2 R^2} (i_1 + i_2), \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda},$$
(2.1)

где λ – длина волны излучения, R – расстояние от центра сферической частицы до точки наблюдения. Величины i_1, i_2 характеризуют угловую зависимость компонент рассеянного излучения, поляризованных перпендикулярно и параллельно плоскости рассеяния, от параметра дифракции ρ и показателя преломления *m*. Функции i_1, i_2 выражаются через суммы амплитуд парциальных волн электрических c_1 и магнитных b_1 колебаний

$$i_{1} = \left| \sum_{l=1}^{\infty} (c_{l} Q_{l} + b_{l} S_{l}) \right|^{2}, \qquad i_{2} = \left| \sum_{l=1}^{\infty} (b_{l} Q_{l} + c_{l} S_{l}) \right|^{2}, \qquad (2.2)$$

где

$$c_{l} = i^{2l+1} \frac{2l+1}{l(l+1)} \frac{\psi_{l}(\rho)\psi_{l}'(m\rho) - m\psi_{l}'(\rho)\psi_{l}(m\rho)}{\xi_{1}(\rho)\psi_{l}(m\rho) - m\xi_{1}'(\rho)\psi_{l}(m\rho)},$$
(2.3)

$$b_{l} = -i^{2l+1} \frac{2l+1}{l(l+1)} \frac{\psi'_{l}(\rho)\psi_{l}(m\rho) - m\psi_{l}(\rho)\psi'_{l}(m\rho)}{\xi'_{1}(\rho)\psi_{l}(m\rho) - m\xi_{1}(\rho)\psi'_{l}(m\rho)},$$
(2.4)

$$\Psi_{l}(z) = \sqrt{\pi z/2} \cdot J_{l+1/2}(z), \quad \xi_{l}(z) = \sqrt{\pi z/2} \cdot H_{l+1/2}^{(2)}(z).$$
 (2.5)

Здесь $J_{l+1/2}(z)$ – функция Бесселя первого рода, $H^2_{l+1/2}(z)$ – функция Ханкеля второго рода, $z=\rho$ или $z=m\rho$; Q_l и S_l – угловые функции, определяющие пространственное распределение рассеянного света, они записываются через производные от полиномсв Лежандра в виде

$$Q_{l}(\cos\beta) = (-1)^{l-1} \frac{P_{l}^{(1)}(\cos\beta)}{\sin\beta}, \quad S_{l}(\cos\beta) = (-1)^{l} \frac{d}{d\beta} P_{l}^{(1)}(\cos\beta).$$
(2.6)

Коэффициент ослабления, численно равный отношению потока энергии, рассеянного и поглощенного частицей, ко всему потоку, падающему на геометрическое поперечное сечение частицы, выражается следующим образом:

$$\kappa = -\frac{2}{\rho^2} \operatorname{Re} \sum_{l=1}^{\infty} i(-1)^l l(l+1)(c_l - b_l).$$
(2.7)

Аналогично коэффициент рассеяния равен

Перенос электромагнитного излучения в аэрозольных облаках

$$\kappa_{s} = -\frac{2}{\rho^{2}} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{l^{2} (l+1)^{2}}{2l+1} (|c_{l}|^{2} + |b_{l}|^{2}).$$
(2.8)

Коэффициент поглощения, определяющий долю поглощенной энергии, равен разности

$$\kappa_a = \kappa - \kappa_r$$
 (2.9)

Таким образом, чтобы определить полный набор величин, характеризующих рассеянное излучение, необходимо вычислить ряды (2.2), (2.7) и (2.8), составленные из угловых функций Q_l и S_l и коэффициентов Ми c_l и b_l .

Угловые функции удовлетворяют определенным рекурентным соотношениям. В частности, для функции Q₁ справедливо соотношение

$$Q_{l}(x) = \frac{2l-1}{l-1} x Q_{l-1}(x) - \frac{l}{l-1} Q_{l-2}(x), \qquad (2.10)$$

где $x = \cos\beta$, β – угол рассеяния. Используя связь между полиномами Лежандра и их производными, можно функцию S₁ выразить через Q₁:

$$S_{l}(x) = \frac{l^{2}}{l+1}Q(x) - \frac{(l+1)^{2}}{2l+1}Q_{l-1}(x).$$
(2.11)

Для вычисления функций $\psi_l(z)$, $\xi_l(z)$ и их производных обычно пользуются известными рекурентными соотношениями [4]

$$\Psi_{l+1}(z) = \frac{2l+1}{z} \Psi_l(z) - \Psi_{l-1}(z).$$
(2.12)

Поляризация рассеянного естественного света определяется как

$$P = \frac{i_1 - i_2}{i_1 + i_2}.$$
(2.13)

Реальные рассеивающие среды состоят из частиц разных размеров, поэтому расчеты характеристик светорассеяния необходимо производить с учетом их полидисперсности. Если функция распределения n(r) имеет смысл вероятности нахождения в объеме частицы с радиусом в интервале от r до $r+\Delta r$, то оптические характеристики элементарного объема полидисперсной среды F_i можно определить следующим образом:

$$F_{i} = A \int_{0}^{\infty} f_{i} (m, r, \lambda, \beta) n(r) dr, \qquad (2.14)$$

где f_i(m,r,λ,β) – одна из оптических характеристик отдельной рассеивающей частицы (2.2), (2.7) и (2.8).

Приведенные выше зависимости описывают однократное рассеяние электромагнитного излучения на сферических частицах. На практике мы часто имеем дело с частицами произвольной формы (частицы пыли, замерзшие частицы и пр.). Экспериментально показано, что индикатриса рассеянного полидисперсными системами произвольно ориентированных частиц несферической формы излучения такая же, как и на частицах сферической формы, при равенстве площадей проекций в плоскости, перпендикулярной направлению распространения излучения [5]. Поэтому в дальнейшем будем заменять частицы произвольной формы сферическими частицами, имеющими такие же площади проекций. Некоторое отличие есть в поляризации рассеянного такими средами излучения. На частицах произвольной формы поляризация не превышает величины 0,15. На прозрачных частицах сферической формы поляризация в отдельных направлениях может быть существенно выше. Этот факт может быть использован при исследовании фазовых переходов в многофазных струях. Наличие существенной поляризации рассеянного света свидетельствует о преобладании жидких частиц сферической формы, а отсутствие поляризации – о преобладании твердых частиц неправильной формы.

В случае оптически плотных сред (на практике обычно считают среду плотной, если ослабление проходящего через него излучения превышает 30%) для расчета распространения электромагнитного излучения пользуются либо методами теории переноса либо статистическими методами. В данной работе для расчёта характеристик электромагнитных волн, рассеянных аэрозольным облаком, состоящим из частиц различного размера и с различной преломляющей способностью, использован метод Монте-Карло.

Вычислительный алгоритм метода Монте-Карло содержит следующие этапы: 1) розыгрыш начального направления движения и начального местоположения светового кванта; 2) розыгрыш пробега до столкновения; 3) розыгрыш размера рассенвающей частицы и её коэффициента преломления; 4) розыгрыш угла рассеяния в плоскости рассеяния и азимутального угла; 5) вычисление ослабления интенсивности светового кванта; 6) проверка на "затухание" кванта или выход за границы аэрозольного облака. По каждому кванту, прошедшему через облако, сохраняется информация об интенсивности, угле вылета и степени поляризации, которая потом используется для получения углового распеределения интенсивности и интенссивности и интенссивнос

В процессе моделирования, как правило, необходим случайный выбор трёх основных величин: расстояния между последовательными столкновениями, угла рассеяния и азимутального угла. Выбор расстояния λ между двумя последовательными столкновениями можно определять по газовой модели [6, 7]

$$f_1(\lambda)d\lambda = N\sigma e^{-N\sigma\lambda} d\lambda, \qquad (2.15)$$

где σ – полное сечение рассеяния, N – плотность частиц в единице объёма облака. При выводе уравнения (2.15) предполагалось, что число частиц *n*, испытавших столкновение в газообразносй среде, пропорционально длине пробега λ . Длина среднего пробега до столкновения определяется первым моментом функции $f_1(\lambda)$

$$\overline{\lambda} = \lambda_0 = \int_0^\infty \lambda f_1(\lambda) d\lambda = 1 / N\sigma, \qquad (2.16)$$

откуда

$$\lambda = -\lambda_0 \ln R_1, \qquad (2.17)$$

где R_1 – случайное число, равномерно распределённое на отрезке [0, 1].

Плотность вероятности рассеяния электромагнитной волны под углом *β* в плоскости рассеяния определяется соотношением

$$f_2(\theta) = \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot \frac{1}{\sigma},$$
(2.18)

где $d\sigma/d\Omega$ – дифференциальное сечение рассеяния в телесный угол $d\Omega$. Второе случайное число R_2 с помощью метода исключений [8] из распределения $f_2(\beta)$ определяет угол рассеяния β в плоскости рассеяния.

Перенос электромагнитного излучения в аэрозольных облаках

Третье случайное число R₃ определяет азимутальный угол φ . Вследствие плоской геометрии рассеяния функция плотности вероятности представляет собой константу

$$f_3(\varphi) = \frac{1}{2\pi}, \qquad \varphi = 2\pi R_3.$$
 (2.19)

Розытрыши выполняются на каждом шаге моделирования, поэтому от эффективности и быстродействия соответствующих вычислительных алгоритмов в значительной степени зависят затраты машинного времени. Чтобы уменьшить дисперсию расчётов методом Монте-Карло без увеличения объёма выборки используется метод расщепления, который особенно эффективен при переносе на большие глубины с большой длиной свободного пробега.

3. Результаты расчетных исследований

На рис. 1 представлены индикатрисы рассеяния электромагнитного излучения на аэрозольном облаке, которые получены при следующих условиях: длина волны излучения $\lambda = 2 \cdot 10^{-6} - 6 \cdot 10^{-6}$ м, средний раднус капель a=3 мкм, раднус облака $R_{obn}=5$ м. Масса облака принималась равной 0,1; 0,3; 1; 3 кг. Расчетный шаг по углу – 5°.



Рис.1. Угловое распределение излучения, рассеянного аэрозольным облаком. I_β – величина, пропорциональная количеству частиц-квантов, рассеянных облаком в направлении угла β. ◊ – масса облака M=0.1 кг; + – M=0.3 кг; × – M=1 кг; + – M=3 кг.

Из анализа приведенных индикатрис следует, что интенсивность излучения под утлом рассеяния $\beta=0^{\circ}$ (в направлении падающего излучения) уменьшается с ростом массы, что отвечает увеличению оптической толщины рассеивающей среды. Что касается рассеяния назад ($\beta=180^{\circ}$), то увеличение массы незначительно влияет на интенсивность рассеянияю. Физически это можно объяснить тем, что отражение назад обусловлено однократным механизмом рассеяния, а вперед — многократным. Следовательно, отношение отраженной интенсивности света к прошедшей растет с возрастанием массы облака. Коэффициент отражения облака в целом носит пороговый характер, в районе значений $M\approx1$ кг интенсивность отраженного излучения составляет около 10% от падающего и с дальнейшим ростом массы облака практически не зависит от его массы и определяется только оптическими характернстиками вещества частиц.

Особенности углового распределения рассеянного излучения на аэрозольном облаке обусловлены совокупностью различных факторов. В их число входят как индивидуальное угловое сечение Ми за один акт рассеяния, так и число актов рассеяния (связанное с длиной свободного пробега фотона и общей массой облака). Затухание излучения определяется оптическими характеристиками вещества и его общей массой. К факторам, влияющим на индикатрису рассеяния, относятся поперечное сечения доля излучения, которая проникала в периферийные части облака, уменышается за счет излучения, которое попадает в облако с большой оптической толщиной (под углом β=0°), где интенсивно поглощается. Поэтому доля рассеянного излучения падает. Если размеры пучка болыше размеров облака, то часть излучения проходит мимо него без взаимодействия. При изменении формы облака от плоской к сферической и далее к вытянутой (эллипсоиды с различными эксцентриситетами) доля проходящего вперед излучения падает. Это связано с тем, что при неизменной массе растет оптическая толщина среды.

В общем случае индикатриса рассеяния имеет ярко выраженный одновершинный характер. Отсутствие резонансов для различных полярных углов обусловлено как случайными, так и детерминированными факторами, носящими усредненный характер. К первым относится многократно повторяющийся механизм рассеяния. Ко вторым факторам относятся усреднения по спектральному интервалу и по распределению частиц по размерам.



Рис.2. Поглощение ИК-излучения аэрозольными облаками.

Рис. 2 характеризует поглощающие свойства облаков дисперсных сред в ИК-диапазоне для различных веществ частиц: воды (плотность $\rho=10^3$ кг/м³, концентрация частиц N==415 см⁻³), 12%-й магнитной жидкости МЖ ($\rho=1.31\cdot10^3$ кг/м³, N=343 см⁻³) и взвесью углерода в керосине С (объемная концентрация частиц углерода $C_{\nu}=20\%$, $\rho=1,15\cdot10^3$ кг/м³, N=395 см⁻³). Рассчитывалось облако в форме цилиндра диаметром 100 м и площадью основания 100 м². Излучение падало на торцевую поверхность цилиндра под прямым углом. Масса облака 0,1 кг, размер частиц 3 мкм, $\chi = I_{\omega Bbix} / I_{\omega Bx}$ – отношение входной и выходной илотностей интенсивностей излучения, λ – длина волны излучения.

В табл. 1 приведена суммарная в интервале длин волн $\lambda = 6 - 20$ мкм энергетическая сила света под разными углами рассеяния β при облучении облака, состоящего из частиц воды, солнечным светом.

β, град	0	30	60	90	120	150	180
I(β), Вт/стер	4.45·10 ⁶	2.33·10 ⁶	0.36·10 ⁶	0,16·10 ⁶	0,1·10 ⁶	0,088·10 ⁶	0,163·10 ⁶



Рис.3. Видимость через аэрозольное облако.

Рис.4. Отношение яркостей аэрозольного облака и металлического предмета.



Рис.5. Зависимость отношения мощности излучения объекта к мощности излучения аэрозольного облака от массы облака.

На рис.3-4 сравниваются яркость (Вт/(стр.м²)) рассеянного солнечного света на аэрозольном облаке, имеющем форму цилиндра с диаметром 100 м и высотой 100 м, и суммарная яркость собственного и рассеянного солнечного излучения на металлическом предмете с эффективной площадью 70 м² и коэффициентом отражения R=0,9 (площадь облака существенно превышает площадь предмета). Днапазон длин волн λ =6...20 мкм. Солнце светит под углом 30 ° над горизонтом. На рис.3 приведена зависимость отношения I'un / I_{cl} от массы облака, а на рис.4 – зависимость I_{un} / I_{cl} (здесь I_{un} – яркость предмета, I_{cl} – яркость облака, Γ_{un} – яркость прошедшего через облако собственного и рассеянного излучения от предмета). Эти расчеты показывают, что яркость аэрозольного облака весом в несколько килограммов соизмерима с яркостью крупного космического объекта.





Если размеры облака такие же, как и размеры космического объекта, то интегральная мощность собственного и рассеянного излучения облака F_{cl} соизмерима с интегральной мощностью излучения объекта F_{un} при массе облака порядка 0.1 кг (рис.5).

Для облака, образованного из взвеси углерода в керосине (объемная доля углерода 20%), была рассчитана равновесная температура на освещенной Солнцем стороне и в тени Земли. Учитывалось влияние как солнечного излучения, так и излучения от Земли. Радиус частиц аэрозоля a=3 мкм. В результате расчета была получена равновесная температура при воздействии солнечного излучения $T_e=272$ К. При этом для достижения величины силы света, излучаемой облаком в диапазоне длин волн $\lambda = 6...12$ мкм, $B_{cl}=5$ кВт/стер достаточно сформи-

ровать шаровое облако днаметром d=20 м и массой $M_{cl}=0.85$ кг. В диапазоне длин волн $\lambda=$ =12...20 мкм такой эффект достигается при массе облака $M_{cl}=0.5$ кг.

Равновесная температура частиц такого облака в тени Земли T_e =177 К. При этом для облака массой M=0,85 кг в диапазоне λ =6...12 мкм B_{cf} =0,22 кВт/стер, а в диапазоне λ =12...20 мкм B_{cf} =1,46 кВт/стер. Спектральные характеристики облаков показаны на рис.6.



Рис.7. Зависимость ослабляющей способности аэрозольного облака f от длины волны излучения для различных веществ: $1 - C_2(20\%) + H_2O$ (радиус частиц a=1 мкм); $2 - C_2(12\%) + H_2O$ (a=1 мкм); $3 - C_2(20\%) + H_2O$ (a=1 мкм); $4 - C_2(20\%) +$ керосин T-1 (a=3 мкм).

На рис.7 показана зависимость величины ослабляющей способности облака f от длины волны излучения для различных веществ. Видно, что оптимальными характеристиками обладают жидкости на основе воды с частицами углерода. Увеличивая объемное содержание частиц углерода (максимальное значение соответствует плотной упаковке и равно 0,7), можно практически достичь такого же эффекта, как и в случае применения углеродного порошка. Здесь учитывается, что вода сама обладает хорошими поглощающими свойствами, особенно в области $\lambda \approx 3$ мкм. Кроме того, ее плотность в 2 раза меньше плотности углерода. Дополнительное увеличение величины f может быть достигнуто за счет выбора соответствующей функции распределения частиц по размерам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. A.Love. Proc. Lond. Math. Soc., 1899, 30, 308.
- 2. G.Mie. Ann. de Phys., 1908, 25, 377.
- 3. К.С.Шифрин. Рассеяние света в мутной среде. М.-Л., 1951.
- 4. Е.К.Науменко, А.П.Пришивалко, И.Р.Кацева. Оптимизация вычислительного алгоритма задачи о рассеянии излучения полидисперсными средами. Вести АН БССР. Серия физ.-мат. наук, 1975, №1, с. 71-79.

- 5. Е.О.Федорова. Изучение индикатрис рассеяния света крупными прозрачными частицами сферической и произвольной формы. Труды ГОИ, вып. 151, 1957.
- 6. C.J. Everett, E.D. Cashwell. Report LA-5061-MS. Los Alamos Scientific Laboratory, 1972.
- 7. P.Bratley, B.L.Fox, L.E.Schrage. A guide to simulation. N.Y.: Springer-Verlag, 1983.
- Машинное моделирование при исследовании материалов: Сб. переводов/Под ред. Д.Б. Позднеева. М.: Мир, 1974.