УДК 621.318.38

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ НА ПРИМЕРЕ ВИБРАЦИОННОГО ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ЭНЕРГИИ

А.С. Глазырин, В.В. Тимошкин, С.В. Цурпал, Т.А. Глазырина

Томский политехнический университет
E-mail: ag@mail.elti.tpu.ru

Изложены методы идентификации параметров механической системы на основе амплитудно-частотных характеристик смещения, скорости, ускорения. Представлен алгоритм оценки параметров механической системы с применением математической модели и экспериментальных амплитудно-частотных характеристик ускорения рабочего органа на примере вибрационного электромеханического преобразователя энергии.

Ключевые слова:
Идентификация параметров, амплитудно-частотные характеристики, механическая система.
Key words:
Parameters identification, frequency response, mechanical system.

Идентификация параметров механических систем охватывает широкий спектр задач в электромеханике. Известны исследования, в которых описано экспериментальное определение вязкоупругих характеристик механической колебательной системы на основе построения амплитудно-фазовой частотной характеристики, исследуемой в окрестности резонансной частоты [1]. Используя линейную модель и экспериментальные данные, полученные с помощью частотных характеристик, можно произвести достоверную идентификацию параметров механической системы.

В работе представлен метод определения параметров механической системы, который основывается на граничных частотах полосы пропускания. Данный метод может быть применен ко всем резонансным системам.

Вибрационный режим работы в механических колебательных системах является полезным режимом для многих производственных механизмов, например, для вибросмесителей, вискозиметров, вибрационных перемешивателей и т. п. В процессе работы параметры механической колебательной системы могут меняться, что может быть связано как с выполнением технологических функций производственных механизмов, так и с режимами эксплуатации [2–4]. Качество работы систем управления вибромеханизмами напрямую зависит от оперативного и достоверного определения параметров механической системы.

Достаточно часто в механической системе упомянутых выше механизмов встречаются такие параметры, определение которых весьма сложно, или для их идентификации требуется дорогостоящее оборудование. Для решения этой проблемы предлагается прибегнуть к определению параметров на основе экспериментальных частотных характеристик смещения, скорости, ускорения.

Целью данной работы является: идентификация механического сопротивления и суммарной колеблющейся массы по граничным значениям полосы пропускания на примере вибрационного электромеханического преобразователя энергии

Основные задачи работы:

1. Разработка математической модели объекта исследования реализованной по:
   - перемещению $x(t)$;
   - виброскорости $\dot{x}(t)$;
   - виброускорению $\ddot{x}(t)$.
2. Нахождение взаимосвязи между граничными значениями частот полосы пропускания и параметрами механической системы, составление системы нелинейных уравнений по перемещению, виброскорости и виброускорению.
3. Проверка адекватности математической модели путем сравнения модельной и экспериментальной амплитудно-частотной характеристики (АЧХ), снятой по виброускорению.

Разработка математической модели объекта исследования

При разработке математического описания механической системы вибрационного электромеханического преобразователя энергии приняты допущения:

- решается задача цепная, а не полевая;
- система линеаризована;
- суммарная колеблющаяся масса, жёсткость пружины и механическое сопротивление не зависят от перемещения $x(t)$ и его производных, а также от времени.

Запишем уравнение равновесия для механического контура:

$$F_{\text{ЭМ}}(t) = m_{\Sigma}\frac{d^2}{dt^2}x(t) + R_{\text{МЕХ}}\frac{d}{dt}x(t) + x(t)k_{\text{ПР}},$$

где $F_{\text{ЭМ}}(t)$, Н, сила, стягивающая магнитный зазор, являющаяся вынуждающей; $x(t)$, м, отклонение активатора от положения равновесия; $R_{\text{МЕХ}}$, кг/с, механическое сопротивление; $k_{\text{ПР}}$, Н/м, жёсткость пружины;

m_Σ, кг, суммарная колеблющаяся масса $m_\Sigma=m_a+m_{ПРИСОЕД}$, состоящая из m_a, массы якоря-активатора и $m_{ПРИСОЕД}$, присоединённой колеблющейся массы.

Математическая модель, реализованная по перемещению

Применив преобразование Лапласа, получим:

$$F_{ЭМ}(p)=m_\Sigma x(p)\left(p^2+\frac{R_{МЕХ}}{m_\Sigma}p+\frac{k_{ПР}}{m_\Sigma}\right).$$

Передаточная функция механического контура – отношение величины отклонения активатора от положения равновесия к вызвавшей это отклонение электромагнитной силе:

$$W_{МЕХ}(p)=\frac{x(p)}{F_{ЭМ}(p)}=\frac{1}{(m_\Sigma p^2+R_{МЕХ}p+k_{ПР})}.$$

Сделаем подстановку $p=j\omega$, получим $W_{МЕХ}(j\omega)$ и представим её составляющими $P(\omega)$ и $Q(\omega)$:

$$W_{МЕХ}(j\omega)=\frac{1}{(m_\Sigma j^2\omega^2+R_{МЕХ}j\omega+k_{ПР})}.$$

В итоге получим механическую комплексную частотную характеристику:

$$W_{МЕХ}(j\omega)=\frac{(k_{ПР}-m_\Sigma\omega^2)-R_{МЕХ}j\omega}{(k_{ПР}-m_\Sigma\omega^2)^2+R_{МЕХ}{}^2\omega^2}.$$

Механическая вещественная и мнимая частотная характеристика:

$$P(\omega)=\frac{k_{ПР}-m_\Sigma\omega^2}{(k_{ПР}-m_\Sigma\omega^2)^2+R_{МЕХ}{}^2\omega^2},$$

$$Q(\omega)=\frac{-R_{МЕХ}\omega}{(k_{ПР}-m_\Sigma\omega^2)^2+R_{МЕХ}{}^2\omega^2}.$$

Механическая АЧХ:

$$A(\omega)=\left|W_{МЕХ}(j\omega)\right|=\sqrt{P(\omega)^2+Q(\omega)^2}=$$

$$=\frac{\sqrt{(k_{ПР}-m_\Sigma\omega^2)^2+(-R_{МЕХ}\omega)^2}}{(k_{ПР}-m_\Sigma\omega^2)^2+R_{МЕХ}{}^2\omega^2}.$$

Математическая модель, реализованная по виброскорости

Передаточная функция механического контура по скорости – отношение величины виброскорости к приложенной к механическому контуру электромагнитной силе:

$$W_V(p)=\frac{V(p)}{F_{ЭМ}(p)}=\frac{p}{m_\Sigma p^2+R_{МЕХ}p+k_{ПР}}.$$

Скоростная комплексно-частотная характеристика:

$$W_V(j\omega)=\frac{R_{МЕХ}\omega^2}{(k_{ПР}-m_\Sigma\omega^2)^2+R_{МЕХ}{}^2\omega^2}+$$

$$+\frac{j\omega(k_{ПР}-m_\Sigma\omega^2)}{(k_{ПР}-m_\Sigma\omega^2)^2+R_{МЕХ}{}^2\omega^2}.$$

Скоростная АЧХ:

$$A_V(\omega)=\left|W_V(j\omega)\right|=\sqrt{P_V(\omega)^2+Q_V(\omega)^2}=$$

$$=\frac{\sqrt{(R_{МЕХ}\omega^2)^2+(\omega(k_{ПР}-m_\Sigma\omega^2))^2}}{(k_{ПР}-m_\Sigma\omega^2)^2+R_{МЕХ}{}^2\omega^2}.$$

Математическая модель, реализованная по виброускорению

Передаточная функция механического контура по ускорению – отношение величины виброускорения к приложенной к механическому контуру электромагнитной силе:

$$W_a(p)=\frac{a(p)}{F_{ЭМ}(p)}=\frac{p^2}{(m_\Sigma p^2+R_{МЕХ}p+k_{ПР})}.$$

Комплексно-частотная характеристика по ускорению:

$$W_a(j\omega)=\frac{-\omega^2\cdot(k_{ПР}-m_\Sigma\omega^2)}{(k_{ПР}-m_\Sigma\omega^2)^2+R_{МЕХ}{}^2\omega^2}+$$

$$+\frac{R_{МЕХ}j\omega^3}{(k_{ПР}-m_\Sigma\omega^2)^2+R_{МЕХ}{}^2\omega^2}.$$

АЧХ по ускорению:

$$A_a(\omega)=\left|W_a(j\omega)\right|=\sqrt{P_a(\omega)^2+Q_a(\omega)^2}=$$

$$=\frac{\sqrt{(-\omega^2(k_{ПР}-m_\Sigma\omega^2))^2+(R_{МЕХ}\omega^3)^2}}{(k_{ПР}-m_\Sigma\omega^2)^2+R_{МЕХ}{}^2\omega^2}.$$

Нахождение взаимосвязи между граничными значениями частот полосы пропускания и параметрами механической системы, составление системы нелинейных уравнений по перемещению

Найдём частоты, ограничивающие полосу пропускания механической АЧХ. Зная, что при этих частотах амплитуда вибросмещения $A(\omega)$ уменьшается в $\sqrt{2}$ раз, составим равенство:

$$\frac{A_{\max}}{\sqrt{2}}=\underset{\omega\to\omega_{пп\_1}}{A(\omega)}=\underset{\omega\to\omega_{пп\_2}}{A(\omega)},$$

где $\omega_{ПП\_1}$ и $\omega_{ПП\_2}$ – нижняя и верхняя граничные частоты полосы пропускания, определённые по механической АЧХ.

Для нахождения этих частот получим равенство:

$$\frac{1}{\sqrt{(k_{ПР}-m_\Sigma\omega^2)^2+R_{МЕХ}{}^2\omega^2}}=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{\left(k_{ПР}-m_\Sigma\left(\frac{k_{ПР}}{m_\Sigma}-\left(\frac{R_{МЕХ}}{2m_\Sigma}\right)^2\right)\right)^2+R_{МЕХ}{}^2\left(\frac{k_{ПР}}{m_\Sigma}-\left(\frac{R_{МЕХ}}{2m_\Sigma}\right)^2\right)}}$$

Обозначив правую часть равенства как:

$$a = 2\left[\begin{array}{l}\left(k_{\text{ПР}} - m_\Sigma\left(\dfrac{k_{\text{ПР}}}{m_\Sigma} - \left(\dfrac{R_{\text{МЕХ}}}{2m_\Sigma}\right)^2\right)\right)^2 + \\ +R_{\text{МЕХ}}{}^2\left(\dfrac{k_{\text{ПР}}}{m_\Sigma} - \left(\dfrac{R_{\text{МЕХ}}}{2m_\Sigma}\right)^2\right)\end{array}\right].$$

получим уравнение четвёртого порядка:

$$(k_{\text{ПР}} - m_\Sigma\omega^2)^2 + R_{\text{МЕХ}}{}^2\omega^2 - a = 0, \qquad (1)$$

решив которое, найдём четыре корня. Решение уравнения (1) удобно искать, произведя подстановку $y{=}\omega^2$ и получив уравнение второго порядка

$$(k_{\text{ПР}} - m_\Sigma y)^2 + R_{\text{МЕХ}}{}^2 y - a = 0.$$

При решении (1) уравнения было получено множество корней. В результате анализа выделено только два: меньший и больший из положительных корней. Положительный корень, имеющий меньшее значение является нижней частотой, а имеющий большее значение – верхней граничной частотой полосы пропускания АЧХ.

$$\omega_{\text{ПП}} = \frac{-2m_\Sigma}{-16k_{\text{ПР}}m_\Sigma{}^3 + 4m_\Sigma{}^2R_{\text{МЕХ}}{}^2}\times$$

$$\times\left[\begin{array}{l}(-8R_{\text{МЕХ}}{}^6k_{\text{ПР}}m_\Sigma + 256R_{\text{мех}}{}^2k_{\text{ПР}}{}^3m_\Sigma{}^3)\times \\ \times\left[R_{\text{МЕХ}}{}^2 - 16k_{\text{ПР}}{}^2m_\Sigma{}^2 - 4R_{\text{МЕХ}}{}^2k_{\text{ПР}}m_\Sigma \pm b^{\frac{1}{2}}\right]\end{array}\right]^{\frac{1}{2}},$$

где

$$b = R_{\text{МЕХ}}{}^8 - 32R_{\text{МЕХ}}{}^4k_{\text{ПР}}{}^2m_\Sigma{}^2 -$$
$$-8R_{\text{МЕХ}}{}^6k_{\text{ПР}}m_\Sigma + 256R_{\text{МЕХ}}{}^2k_{\text{ПР}}{}^3m_\Sigma{}^3,$$

$\omega_{\text{ПП\_1}}$ находится при знаке «+» перед скобкой, а $\omega_{\text{ПП\_2}}$ – при знаке «–».

В итоге получим систему уравнений, которая связывает параметры механической системы и граничные значения частот полосы пропускания.

Взаимосвязь между граничными значениями частот полосы пропускания по виброскорости и параметрами механической системы

Нижняя и верхняя частоты полосы пропускания по виброскорости определяются по выражению:

$$\omega_{a\_\text{ПП}} = \sqrt{\frac{k_{\text{ПР}}{}^2\left(\begin{array}{l}4k_{\text{ПР}}m_\Sigma - 2R_{\text{МЕХ}}{}^2 \mp \\ \mp 2(-R_{\text{МЕХ}}{}^4 + 4R_{\text{МЕХ}}{}^2k_{\text{ПР}}m_\Sigma)\end{array}\right)}{2(R_{\text{МЕХ}}{}^4 - 4R_{\text{МЕХ}}{}^2k_{\text{ПР}}m_\Sigma + 2k_{\text{ПР}}{}^2m_\Sigma{}^2)}},$$

где $\omega_{V\_\text{ПП\_1}}$ находится при знаке «+» перед b, а $\omega_{V\_\text{ПП\_2}}$ – при знаке «–» перед b.

Взаимосвязь между граничными значениями частот полосы пропускания по виброускорению и параметрами механической системы

Нижняя и верхняя граничные частоты полосы пропускания для АЧХ по ускорению:

$$\omega_{a\_\text{ПП}} = \sqrt{\frac{k_{\text{ПР}}{}^2\left(\begin{array}{l}4k_{\text{ПР}}m_\Sigma - 2R_{\text{МЕХ}}{}^2 \mp \\ \mp 2(-R_{\text{МЕХ}}{}^4 + 4R_{\text{МЕХ}}{}^2k_{\text{ПР}}m_\Sigma)\end{array}\right)}{2(R_{\text{МЕХ}}{}^4 - 4R_{\text{МЕХ}}{}^2k_{\text{ПР}}m_\Sigma + 2k_{\text{ПР}}{}^2m_\Sigma{}^2)}}. \qquad (2)$$

где $\omega_{a\_\text{ПП\_1}}$ находится при знаке «–» перед b, а $\omega_{a\_\text{ПП\_2}}$ находится при знаке «+» перед b.

Проверка адекватности математической модели путем сравнения модельной и экспериментальной АЧХ, снятой по виброускорению

Составляем систему уравнений из полученных зависимостей (2) граничных частот по виброускорению.

$$\begin{cases}\omega_{\text{ПП\_}a\text{\_1}} = f(m_\Sigma, R_{\text{МЕХ}}) \\ \omega_{\text{ПП\_}a\text{\_2}} = f(m_\Sigma, R_{\text{МЕХ}})\end{cases}.$$

Численные значения частот были получены экспериментальным путем на вибрационном электромеханическом преобразователе при различных действующих значениях токов I и в средах с различными величинами механических сопротивлений $R_{\text{МЕХ}}$ и суммарных масс m_Σ колебательных механических контуров. Как известно, сила стягивающая зазор электромагнитной системы, пропорциональна квадрату тока, а, следовательно, силу вынуждающую колебания, можно стабилизировать фиксацией действующего значения тока.

Для получения экспериментальных АЧХ необходим точный и негромоздкий датчик, например, датчик ускорения или положения. Таким требованиям могут отвечать современные пьезоэлектрические или интегральные акселерометры и ёмкостные датчики с изменяемой площадью перекрытия пластин. В данном случае при измерении АЧХ использовался акселерометр.

Решение системы, полученной на основании выражения (2), производилось численным методом в математическом пакете Mathcad, полученные результаты $R_{\text{МЕХ}}$ и m_Σ были занесены в таблицу.

Из рисунка видно, что экспериментальные АЧХ имеют разный характер т. к. были сняты при различных параметрах.

Наиболее хорошие результаты удалось получить для воды, где максимальная погрешность не превышает 1 % в полосе пропускания, рисунок, *в*.

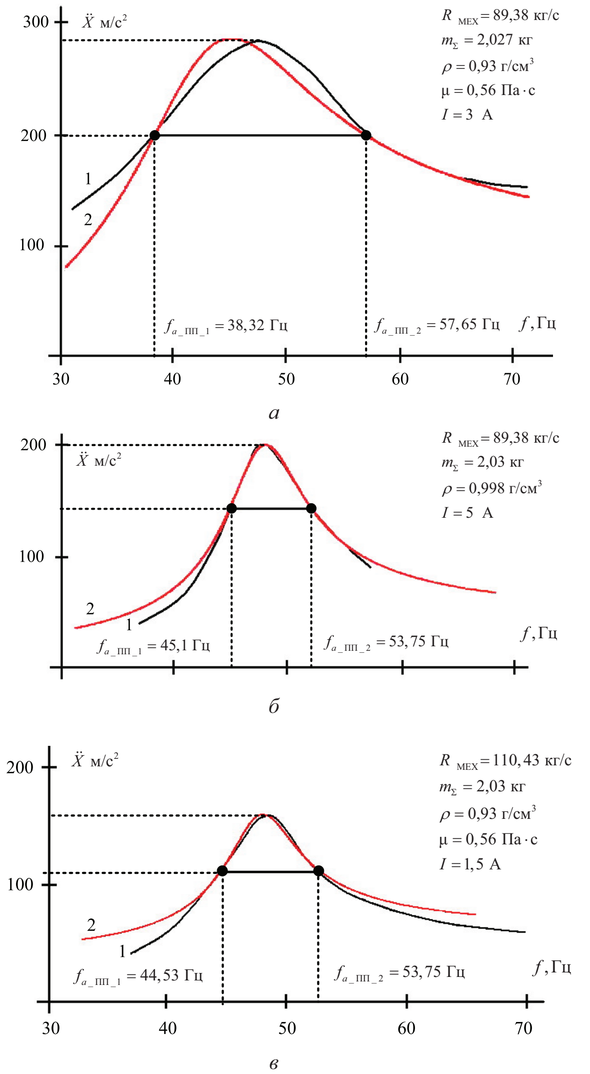

Рисунок. *АЧХ: 1 – экспериментальная; 2 – аналитическая; а) нефть; б) вода; в) нефть*

Таблица. *Результаты экспериментальной проверки адекватности предложенного метода идентификации*

Параметры	Условия проведения и результаты эксперимента		
	Нефть	Вода	Нефть
I, А	3,0	5,0	1,5
$f_{a\_пп\_1}$, Гц	38,32	45,1	44,53
$f_{a\_пп\_2}$, Гц	57,65	52,4	53,75
$R_{МЕХ}$, кг/с	232,71	89,38	110,43
m_Σ, кг	2,447	2,027	2,026

Для нефти при малых токах экспериментальная и аналитическая кривая практически совпадают в полосе пропускания, следовательно математическая модель достаточно точно отражает физический процесс объекта для этих параметров, рисунок, *б*). При токе 3 А для нефти наблюдается наибольшая погрешность, которая составляет 8 % в полосе пропускания; это показывает, что именно для этого случая допущения, которые были приняты, оказывают наибольшее влияние на математическую модель.

Выводы

1. Создана линеаризованная математическая модель в форме системы нелинейных алгебраических уравнений, позволяющая с использованием граничных частот амплитудно-частотных характеристик идентифицировать параметры механического колебательного контура.
2. На примере вибрационного электромеханического преобразователя энергии показана возможность определения параметров резонансного контура на основе экспериментальных данных по виброускорению, виброскорости, перемещению с погрешностью до 8 %.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Романов В.А., Сапожников С.Б. Идентификация параметров демпфирования системы с одной степенью свободы по затухающим колебаниям // Динамика, прочность и износостойкость машин. – 2002. – № 10. – С. 38–42.
2. Глазырин А.С., Данекер В.А., Кособуцкий А.А. Свободно-вынужденные колебания в механической системе виброструйного электропривода на резонансной частоте // Электромеханика, электротехнологии и электроматериаловедение: Труды V Междунар. конф. МКЭЭЭ. – Крым, 2003. – Т. 1. – С. 786–789.
3. Глазырин А.С. Разработка систем питания и автоматического управления вибрационными электромагнитными активаторами: дис. ... канд. техн. наук. – Томск, 2004. – 178 с.
4. Цурпал С.В., Глазырин А.С. Бездатчиковый электромагнитный вибропривод // Современные техника и технологии: Труды XIV Междунар. научно-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых. – Томск, 2008. – Т. 1. – С. 425–427.

Поступила 22.03.2010 г.