

УДК 681.5

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ АВТОНАСТРОЙКА РЕГУЛЯТОРОВ МНОГОКОНТУРНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

А.С. Алексеев, С.В. Замятин

Томский политехнический университет
E-mail: alekseyev@sibmail.com; zamsv@tpu.ru

Рассматривается подход, позволяющий синтезировать многоконтурные системы автоматического регулирования, основанный на вещественном преобразовании Лапласа. На основе данного подхода реализован программный комплекс настройки регуляторов. Результаты работы программного комплекса показаны на численном примере.

Ключевые слова:

Синтез регуляторов, многоконтурные системы управления, системы автоматического регулирования, вещественное преобразование Лапласа.

Key words:

Controller design, multi-loop control systems, control systems, real valued Laplace transform.

Введение

Одним из основных направлений современной теории управления является синтез регуляторов многоконтурных систем [1]. Подходы к решению этой задачи изложены в работах А.В. Башарина, Ю.А. Сабинаина, К.А. Хорькова [2–4] и других авторов. Однако, более интересной и, соответственно, сложной задачей является автоматическая настройка таких систем. Способы такой настройки описаны в публикациях [5–7] и в других работах. В работе [5] предлагается метод адаптивного управления с эталонной моделью для систем второго порядка. Метод представляет собой расширение известной схемы синтеза одномерных объектов по Ляпунову. В работе [6] предложен практический алгоритм настройки параметров регулятора и корректора методом множественного интегрирования. В работе [7] описан новый метод адаптивной настройки ПИ-регуляторов, в котором не требуется дополнительная информация о характеристиках объекта. Вся необходимая для вычисления параметров регулятора информация выводится непосредственно из импульсного отклика объекта управления.

Недостатком предложенных методов являются ограничения, накладываемые на структуру регуля-

тора или объекта управления. Таким образом, задача синтеза многоконтурных систем является достаточно актуальной, однако ее универсального решения пока нет.

В работе предлагается подход к синтезу регуляторов многоконтурных систем автоматического регулирования.

1. Постановка задачи

Математическую модель многоконтурной системы автоматического управления можно представить в виде операторно-структурной схемы (рис. 1).

На рис. 1 приняты следующие обозначения: $W_i^{HЧ}(p)$ – передаточная функция (ПФ) неизменяемой части i -го контура управления ($i=1, k$, где k – количество управляемых контуров системы); $W_i^{PEГ}(p)$ – ПФ регулятора в i -м контуре; K_i – коэффициент обратной связи в i -м контуре; $x(t)$ – входной сигнал внешнего контура управления; $y_i(t)$ – сигнал реакции в i -м контуре управления.

В настоящей работе ставится задача начальной настройки регуляторов в каждом контуре с целью обеспечения желаемых параметров переходного процесса во внешнем контуре управления. На-

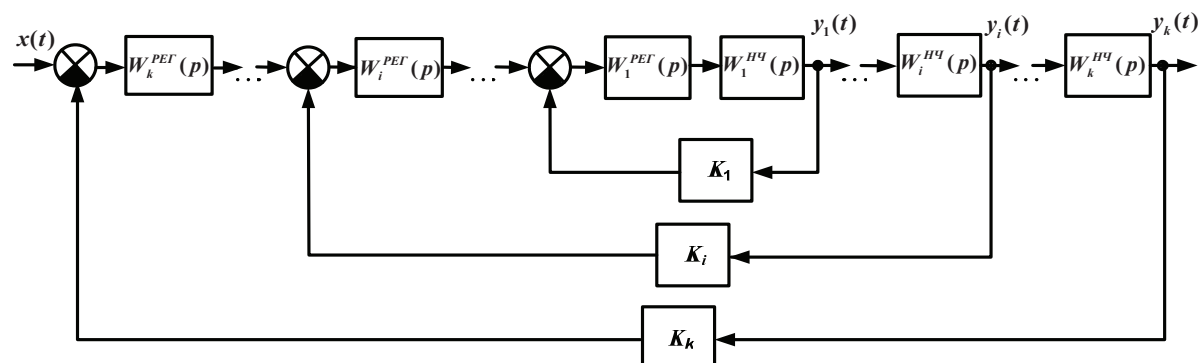


Рис. 1. Математическая модель многоконтурной системы управления

стройка должна осуществляться в автоматическом режиме.

Решение данной задачи предлагается искать в три этапа.

На *первом* этапе определяется математическое описание ПФ $W_i^{Hq}(p)$.

Второй этап включает в себя формирование эталонных ПФ $W_i^{\vartheta}(p)$, определяющих качество переходных процессов в i -м контуре управления.

Заключительный этап состоит в настройке коэффициентов регуляторов $W_i^{PEF}(p)$.

2. Идентификация объекта управления

Для решения поставленной задачи предлагается использовать вещественный интерполяционный метод [8]. Метод позволяет формировать численные модели динамических объектов и совершать над ними необходимые для решения задачи действия. Приведем краткое обоснование выбора метода и его особенности.

Основой метода является преобразование Лапласа. Формула прямого перехода имеет вид

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt, \quad p = \delta + j\omega \quad (1)$$

и ставит в соответствие функции-оригиналу $f(t)$ изображение $F(p)$. Можно выделить два частных случая: $p=j\omega$, когда $\delta=0$, и $p=\delta$, когда $\omega=0$.

В первом случае получаются частотные модели $F(j\omega)$, они имеют ясный практический смысл и хорошо разработанный математический аппарат. К сожалению, модели вида $F(j\omega)$ не всегда удобны с позиций выполнения численных операций из-за наличия мнимой переменной $j\omega$.

Во втором случае указанный недостаток отсутствует, т. к. формула (1) заменяется соотношением

$$F(\delta) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-\delta t} dt, \quad \delta \in [C, \infty], \quad C \geq 0, \quad (2)$$

в котором изображение $F(\delta)$ имеет вещественный аргумент δ .

Для решения задачи идентификации в системе размыкаются обратные связи, при этом датчики исключаются из контуров управления, а параметры регуляторов устанавливаются в начальное состояние $W_i^{PEF}(p)=1, \quad i=\overline{1, k}$. Далее на систему подается пробный сигнал $x(t)$ в форме трапеции и фиксируются сигналы реакции $y_i(t)$. По полученным данным на основании (2) строятся вещественные ПФ

$$W_{y_i, x}(\delta) = \frac{\int_0^T y_i(t) \cdot \exp(-\delta t) dt}{\int_0^T x(t) \cdot \exp(-\delta t) dt}, \quad (3)$$

где T – время наблюдения сигналов $y_i(t)$. Время T должно быть не меньше времени переходного про-

цесса в рассматриваемом контуре. На практике функции $y_i(t)$ и $x(t)$ задаются таблично. В этом случае для вычислений по формуле (3) привлекают численные методы интегрирования.

Введем в рассмотрение ПФ объекта управления:

$$W_0(\delta) = W_{y_n, x}(\delta). \quad (4)$$

Для ПФ объекта управления можно записать выражение:

$$W_0(\delta) = \prod_{i=1}^k W_i^{Hq}(\delta). \quad (5)$$

Из сравнения выражений (4) и (5) можно получить зависимость, связывающую ПФ $W_i^{Hq}(\delta)$ и ПФ $W_{y_n, x}(\delta)$

$$W_1^{Hq}(\delta) = W_{y_1, x}(\delta), \\ W_i^{Hq} = \frac{W_{y_i, x}(\delta)}{W_{y_{i-1}, x}(\delta)}, \quad i = 2, k. \quad (6)$$

В последнем выражении коэффициенты обратных связей также не учитываются. На основании формул (6) вычисляются вещественные ПФ неизменяемой части каждого управляемого контура.

Последующее решение задачи идентификации сводится к поиску $W_i^{Hq}(\delta)$ в форме дробно-рациональной функции (далее в рамках данного раздела будем упускать индекс i)

$$W^{Hq}(\delta) = \frac{b_m \delta^m + b_{m-1} \delta^{m-1} + \dots + b_1 \delta + b_0}{a_n \delta^n + a_{n-1} \delta^{n-1} + \dots + a_1 \delta + 1}, \quad n \geq m. \quad (7)$$

Вопрос о структуре ПФ, т. е. о порядке полиномов числителя m и знаменателя n , будем решать методом, предложенным в работе [9]. Рассмотрим предельное соотношение

$$\lim_{\delta \rightarrow \infty} \frac{W^{Hq}(\delta)}{W^{Hq}(g \cdot \delta)} = g^{n-m}, \quad (8)$$

где $g > 1$ – вещественное число. Из полученного соотношения (8) находится оценка конструктивных параметров

$$\gamma = n - m = \frac{\ln(g^{n-m})}{\ln(g)}. \quad (9)$$

Полученное по выражению (9) вещественное число округляем в большую сторону. Далее методом, предложенным в [10], с учетом параметра γ , задается порядок числителя и знаменателя ПФ.

После определения порядка числителя и знаменателя ПФ, необходимо найти коэффициенты $a_r, \quad r=\overline{1, n}$ и $b_s, \quad s=\overline{1, m}$. Для этого выражение (7) следует представить в виде системы линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов при разных значениях узлов интерполирования $\delta_j, \quad j=\overline{1, v}, \quad v=m+n+1$. Распределение узлов назначается по равномерной сетке $\delta_j = j \cdot \delta_1$. При этом величина δ_1 определяется параметрами переходного процесса:

$$\delta_1 = \frac{-\ln(\Delta / y(T))}{T},$$

где $y(T)$ – установившееся значение выходного сигнала, $\Delta=(0,01\dots0,05)\cdot y(T)$, T – время установления. Таким образом, получим систему линейных алгебраических уравнений следующего вида

$$\begin{cases} b_m \delta_1^m + b_{m-1} \delta_1^{m-1} + \dots + b_1 \delta_1 + b_0 - a_n \delta_1^n W^{Hq}(\delta_1) - \\ \dots - a_1 \delta_1 W^{Hq}(\delta_1) = W^{Hq}(\delta_1), \\ b_m \delta_2^m + b_{m-1} \delta_2^{m-1} + \dots + b_1 \delta_2 + b_0 - a_n \delta_2^n W^{Hq}(\delta_2) - \\ \dots - a_1 \delta_2 W^{Hq}(\delta_2) = W^{Hq}(\delta_2), \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ b_m \delta_v^m + b_{m-1} \delta_v^{m-1} + \dots + b_1 \delta_v + b_0 - a_n \delta_v^n W^{Hq}(\delta_v) - \\ \dots - a_1 \delta_v W^{Hq}(\delta_v) = W^{Hq}(\delta_v). \end{cases} \quad (10)$$

Решая систему (10) относительно искомым параметров, найдем вещественную ПФ объекта. Получение ПФ в виде изображения Лапласа осуществляется путем прямой замены в выражении $W^{Hq}(\delta)$ переменной δ на переменную преобразования Лапласа p .

3. Формирование эталонных передаточных функций

Сложность формирования эталонных ПФ $W_i^{\Delta p}(\delta)$ заключается в том, что жесткие требования к качеству переходных процессов в многоконтурной системе предъявляются только к главному (внешнему) контуру управления. К поведению вспомогательных (внутренних) контуров управления таких требований не предъявляется. Как отмечено в [3], от вложенных контуров не следует требовать чрезмерно высоких динамических показателей, в частности быстродействия, поскольку это может привести к непрогнозируемому поведению синтезированной системы. Частично формализовать решение задачи можно, исходя из данных о ПФ $W_i^{Hq}(\delta)$, а именно, руководствуясь величиной постоянной времени ПФ неизменяемой части. В качестве такой постоянной времени T_i приближенно, отбрасывая члены выше второго порядка, можно принять коэффициент a_i , входящий в ПФ $W_i^{Hq}(\delta)$. Тогда в рассмотрение можно ввести простое выражение, определяющее зависимость между временем установления в i -м контуре t_i^{ycm} и максимальной постоянной времени T_i :

$$t_i^{ycm} = 3 \cdot d \cdot T_i. \quad (11)$$

где $d=0,5\dots10$ – настроечный параметр, используемый для варьирования времени установления при организации итерационной процедуры настройки параметров регулятора. Суть настройки сводится к перебору различных значений t_i^{ycm} с целью обеспечения максимального быстродействия контура.

Таким образом, выражение (11) позволяет оценить потенциальное быстродействие синтезируемых контуров. В качестве дополнительного настроечного параметра можно использовать величину допустимого перерегулирования σ_i . На основании

времени установления и перерегулирования по методу Орурка–Коновалова [11] синтезируются эталонные ПФ каждого контура

$$W_i^{\Delta p}(p) = \frac{0,5\alpha_1 p + 1}{\alpha_0 p^2 + \alpha_1 p + 1} H, \quad (12)$$

где H – установившееся значение переходной функции; α_1, α_2 – коэффициенты, определяемые выражениями

$$\alpha_0 = \frac{[\ln(D/H-1)]^2}{9} \frac{H}{(t^{ycm})^2 \{[\ln(D/H-1)]^2 + \pi^2\}}, \quad \alpha_1 = \frac{6 \cdot \alpha_0}{t^{ycm}},$$

где D – величина максимального отклонения от установившегося значения переходной характеристики (т. е. перерегулирование, выраженное в абсолютных единицах).

4. Синтез регуляторов многоконтурной системы управления

Заключительным этапом настройки многоконтурной системы регулирования является синтез регуляторов. Процедура синтеза регуляторов в каждом контуре представляет собой выполнение одной и той же последовательности действий. Настройка регуляторов производится последовательно – от внутреннего контура к внешнему. Задачи синтеза базируется на решении уравнения (в рамках данного раздела будем упускать индекс i)

$$W^{\Delta p}(p) \cong W^{PEr}(p) \cdot W^{Hq}(p), \quad (13)$$

где $W^{\Delta p}(p)$ – ПФ, определяющая эталонные свойства системы в разомкнутом контуре:

$$W^{\Delta p}(p) = \frac{W^{\Delta p}(p)}{1 - K \cdot W^{\Delta p}(p)}. \quad (14)$$

Для перехода к уравнению (13) в (14) необходимо задать значение коэффициента обратной связи K . Согласно рекомендации, приведенной в работе [11], и с учетом вида выражения (12) примем $K=1/H$. Тогда решение уравнения (13) сводится к определению структуры и параметров ПФ $W^{PEr}(p)$. При решении практических задач структура ПФ регулятора, как правило, известна. Тогда решается задача параметрической настройки. Из уравнения (13) определяется ПФ для регулятора

$$W^{PEr}(p) = \frac{W^{\Delta p}(p)}{W^{Hq}(p)}. \quad (15)$$

С другой стороны, ПФ регулятора можно записать в виде дробно-рационального выражения

$$W^{PEr}(p) = \frac{c_w p^w + c_{w-1} p^{w-1} + \dots + c_1 p + c_0}{d_q p^q + d_{q-1} p^{q-1} + \dots + d_1 p + 1}, \quad q \geq w. \quad (16)$$

Приравнивая правые части (15) и (16), получаем окончательное уравнение синтеза

$$\frac{W^{\Delta p}(p)}{W^{Hq}(p)} = \frac{c_w p^w + c_{w-1} p^{w-1} + \dots + c_1 p + c_0}{d_q p^q + d_{q-1} p^{q-1} + \dots + d_1 p + 1}. \quad (17)$$

Заменяя в (17) переменную преобразования Лапласа p на переменную δ , переходим к вещественной ПФ регулятора. Придавая различные значения аргументу $\delta = \{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_v\}$, где $v = w + q + 1$ получим v линейных алгебраических уравнений, содержащих v неизвестных параметров. Узлы δ расположим на равномерной сетке, т. е. $\delta_j, j=1, v$, при этом первый узел, согласно рекомендации [12], будет определяться как

$$\delta_1 = 3,5 / t^{cem}.$$

Решением задачи синтеза будет являться решение полученной системы уравнений вида (10).

На основе полученных результатов в пакете MATLAB была разработана программа синтеза регуляторов многоконтурной системы управления. Программа состоит из модулей: «Идентификация», «Формирование эталона и синтез регулятора», «Формирование ПФ регуляторов». В программе реализована итерационная настройка регулятора в i -м контуре управления на требуемое качество переходных процессов. Настройка контуров управления осуществляется с помощью регуляторов со стандартными структурами: П-, ПИ- и ПИД-типа.

5. Численный пример

Рассмотрим синтез двухконтурной исполнительной системы, построенной на базе двигателя постоянного тока. Операторно-структурная схема объекта приведена на рис. 2.

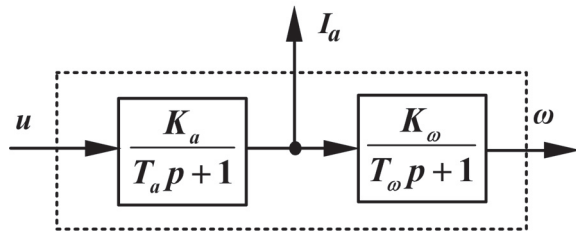


Рис. 2. Структурная схема объекта управления

Параметры системы, приведенной на рис. 2: $K_a = 0,4$ См – проводимость якорной цепи двигателя; $T_a = 4,22 \cdot 10^{-3}$ с – постоянная времени якорной цепи; $K_\omega = 1,16$ рад/(А·с) и $T_\omega = 1,32 \cdot 10^{-3}$ с – коэффициент передачи и постоянная времени механической части двигателя, соответственно, I_a – ток и ω – угловая скорость; u – напряжение.

Для идентификации на объект подан тестовый сигнал $x(t) = u(t)$, получены выходные сигналы $y_1(t) = I_a(t)$ и $y_2(t) = \omega(t)$, рис. 3.

Из рис. 3 следует, что время наблюдения для сигналов $y_1(t)$ и $y_2(t)$ должно составлять $T = 0,055$ с.

Согласно выражению (8) получим оценки $\gamma_0 = 2$, $\gamma_1^{Hq} = 1$, $\gamma_2^{Hq} = 1$ и определим структуры вещественных ПФ $W_0(\delta)$, $W_1^{Hq}(\delta)$, $W_2^{Hq}(\delta)$. Таким образом, в качестве структурных параметров моделей для ПФ:

- $W_0(\delta)$ принимаем $n_0 = 2, m_0 = 0$;
- $W_1^{Hq}(\delta)$ принимаем $n_1^{Hq} = 1, m_1^{Hq} = 0$;
- $W_2^{Hq}(\delta)$ принимаем $n_2^{Hq} = 1, m_2^{Hq} = 0$.

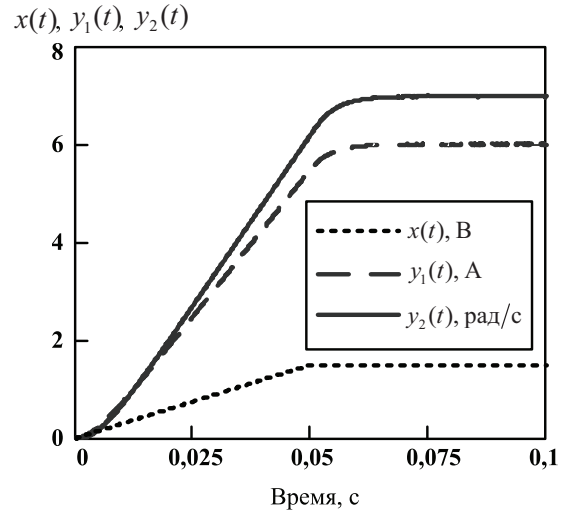


Рис. 3. Графики входного $x(t)$ и выходных сигналов $y_1(t)$ и $y_2(t)$

Все расчеты, связанные с идентификацией проводились для узла $\delta_1 = 63,64 \text{ с}^{-1}$.

Для идентификации ПФ объекта $W_0(\delta)$ в соответствии с (2) и (3) составляем систему уравнений (10), в результате решения которой находится искомая ПФ

$$W_0(p) = \frac{0,46}{5,59 \cdot 10^{-6} p^2 + 5 \cdot 10^{-3} p + 1}.$$

Декомпозиция ПФ $W_0(\delta)$ на ПФ $W_1^{Hq}(\delta)$ и $W_2^{Hq}(\delta)$ осуществляется в соответствии с выражением (5) и на основании решения системы уравнений (10) для каждой ПФ в отдельности. Результат декомпозиции ПФ:

$$W_1^{Hq}(p) = \frac{0,38}{3,82 \cdot 10^{-3} p + 1}, W_2^{Hq}(p) = \frac{1,16}{1,34 \cdot 10^{-3} p + 1}.$$

В соответствии с (11) определяется быстродействие каждого контура и формируются требования к регуляторам. Требования, предъявляемые к контуру тока: $t_1^{cem} \leq 0,013$ с, $H_1 = 3$ А, $\sigma_1 \leq 15\%$. Требования, предъявляемые к контуру скорости: $t_2^{cem} \leq 0,015$ с, $H_2 = 6$ рад/с, $\sigma_2 \leq 7\%$.

В результате синтеза получены настройки регулятора первого и второго контуров:

$$W_1^{PEG}(p) = \frac{0,72p + 548}{p},$$

$$W_2^{PEG}(p) = \frac{1,67 \cdot 10^{-3} p^2 + 0,87p + 498}{1,21 \cdot 10^{-4} p^2 + p}.$$

Коэффициенты обратных связей принимают значения в контуре тока – $K_1 = 0,333$ Ом и скорости – $K_2 = 0,167$ В·с/рад.

Переходные функции для контура тока $h_1(t)$ и скорости $h_2(t)$ представлены на рис. 4.

Из анализа графиков (рис. 4) определяем параметры переходных процессов контуров:

- тока – $t_1^{cem} = 0,012$ с, $\sigma_1 = 12,9\%$;
- скорости – $t_2^{cem} = 0,014$ с, $\sigma_2 = 4,3\%$.

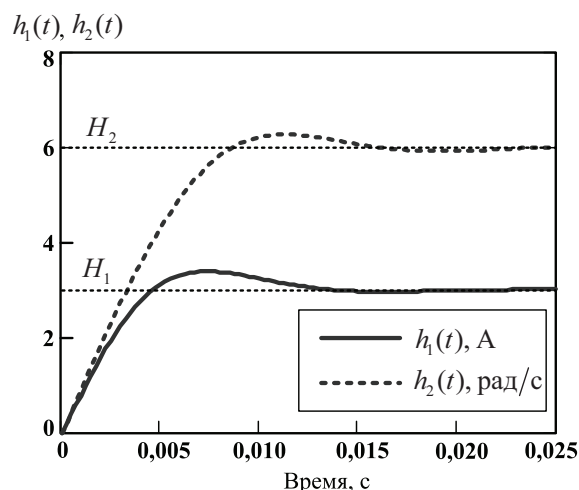


Рис. 4. Переходные функции контуров тока и угловой скорости

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Liptak B.G. Instrument Engineers' Handbook: Process control and optimization. — Boca Raton, FL: CRC Pres, 2006. — 2304 p.
2. Башарин А.В., Новиков В.А., Соколовский Г.Г. Управление электроприводами. — Л.: Энергоатомиздат, 1982. — 392 с.
3. Ковчин С.А., Сабинин Ю.А. Теория электропривода. — СПб.: Энергоатомиздат, 1994. — 496 с.
4. Хорьков К.А. Электромеханические системы. Элементы канала управления. — Томск: Изд-во ТГУ, 2001. — 396 с.
5. Hsu L. Lyapunov/passivity-based adaptive control of relative degree two MIMO systems with an application to visual servoing // IEEE Trans. Autom. Contr. — 2007. — V. 52. — № 2. — P. 364–371.
6. Ganchev I. Auto-tuning of cascade systems with auxiliary corrector // Proc. of the 18th Intern. Conf. on SAER. — Varna, 2004. — Sofia, 2004. — P. 46–50.
7. Petrkov N. A new approach for adaptive tuning of PI controllers. Application in cascade systems // Inf. Technol. and Contr. — 2008. — V. 6. — № 1. — P. 19–26.
8. Гончаров В.И. Вещественный интерполяционный метод синтеза систем автоматического управления. — Томск: Изд-во ТПУ, 1995. — 105 с.
9. Шалаев Ю.Н. Моделирование нестационарных динамических систем методом изображающих векторов // Известия Томского политехнического университета. — 2006. — Т. 309. — № 7. — С. 44–47.
10. Антропов А.Т., Удод А.С. Идентификация объектов с помощью вещественного интерполяционного метода // Проектирование инженерных и научных приложений в MATLAB: Матер. Всерос. II науч. конф. — г. Москва, 25–26 мая 2004. — М., 2004. — С. 784–796.
11. Воронов А.А., Орурк И.А. Анализ и оптимальные синтез на ЭВМ систем управления. — М.: Наука, 1984. — 320 с.
12. Гончаров В.И., Петерс Д.П., Вадутова Ф.А. Проектирование исполнительных систем роботов. — Томск: Изд-во ТПИ, 1989. — 96 с.

Поступила 31.03.2010 г.