ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ, ОБЧИСЛЮВАЛЬНА ТЕХНІКА І АВТОМАТИКА

УДК 681.324

ВЫБОР МЕТРИКИ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОТОКОВ ТРАФИКА В СЕТЯХ MPLS

Зайченко Ю.П., д.т.н., профессор, Лавринчук А.Н.

Учебно-научный комплекс «Институт прикладного системного анализа» Национального технического университета Украины «КПИ»

В статті запропоновано розв'язок узагальненої задачі розподілу потоків трафіку, використовуючи узагальнену метрику, при заданих вимогах до якості обслуговування: обмеження на середню затримку передачі та частку втрачених пакетів кожного виду трафіку. Наводяться результати проведених досліджень, які дозволяють оцінити ефективність роботи алгоритму.

Введение

Большой интерес к технологии MPLS обусловлен, прежде всего, ее возможностями в области инжиниринга трафика. Простота и быстродействие коммутации по меткам, возможность туннелирования до любого уровня иерархии, поддержка классов обслуживания с заданными требованиями качества обслуживания позволяют осуществлять приоритетную передачу различных видов трафика, чувствительных к задержкам и потерям данных. Несмотря на то, что технология мультипротокольной коммутации по меткам полностью совместима с большинством существующих технологий передачи сетевого и канального уровня, нужны новые методы оптимизации характеристик сетей MPLS.

К главным задачам в этом направлении относятся распределение потоков, выбор пропускных способностей, синтез оптимальной структуры сети. Задача распределения потоков трафика является одной из самых важных в общей модели управления трафиком в сетях MPLS и, по сути, является задачей планирования работы сети на определенный период времени.

В работе было предложено решение обобщенной задачи распределения потоков трафика, используя обобщенную метрику, при заданных требованиях к качеству обслуживания, а именно – ограничениях на среднюю задержку передачи и долю потерянных пакетов каждого вида трафика.

1. Постановка задачи и ее математическая модель

Задана сеть MPLS в виде ориентированного графа G=(X,E), где $X=\{x_j\}, j=\overline{1,n}$ — множество узлов — маршрутизаторов MPLS, ком-

In this article the solution of general problem of traffic distribution using generalized metric under Quality of Service constraints (such as average transmitting delay and packet lost rate) is suggested. The results of experimental investigation, enabling the estimation of algorithm effectiveness, are given.

мутируемых по меткам, $E = \{(r,s)\}$ – множество каналов связи. Каждый узел в сети характеризуется интенсивностью обработки входящих потоков трафика – $\{I_i\}$, каждый канал связи характеризуется своей пропускной способностью – $\{m_{rs}\}$.

Трафик в сети представлен 8 классами IP-протокола (так называемая модель MPLS over IP) (табл. 1).

Таблица 1

Тип трафика	Приоритет
Сетевое управление	0
Межсетевое управление	1
Критический	2
Мгновенный повышенный	3
Мгновенный	4
Быстрый	5
Приоритетный	6
Стандартный	7

Для каждого типа трафика заданы показатели качества обслуживания: средняя задержка передачи – $T_{3a\partial}^{(k)}$, вероятность потерь пакетов – $P_{3a\partial}^{(k)}$.

К маршрутизаторам подключены компьютеры, которые формируют входящий поток, который задается матрицей требований входящих пуассоновских потоков k-го класса $H^{(k)} = \left\|h_{ij}^{(k)}\right\|, i, j = \overline{1,n}, k = \overline{1,K}$, где $h_{ij}^{(k)}$ — интенсивность входящего потока k-го класса от узла i до j.

Для управления сетью используется центр управления сетью – центральный маршрутиза-

ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ, ОБЧИСЛЮВАЛЬНА ТЕХНІКА І АВТОМАТИКА

тор, который собирает информацию о потоках в сети, выполняет алгоритм распределения потоков трафика.

Требуется найти минимальные маршруты $\{p_{ij}^{(k)}\}$ и распределить потоки трафика $F^{(k)}=[f_{rs}^{(k)}]$ таким образом, чтобы выполнялись ограничения на среднюю задержку и вероятность потери пакетов по каждому классу:

$$\begin{split} T_{cp}^{(k)} &\leq T_{3a\partial}^{(k)} \\ P_{cp}^{(k)} &\leq P_{3a\partial}^{(k)} \end{split} \tag{1}$$

В работе [1] для потока k-го класса приоритета и условия, что обслуживание происходит с относительными приоритетами, получено выражение для $T_{cp}^{(k)}$ — средней задержки сообшений:

$$T_{cp}^{(k)} = \frac{1}{H_{\Sigma}^{(k)}} \sum_{(r,s) \in E} \frac{f_{rs}^{(k)} \sum_{i=1}^{K} f_{rs}^{(i)}}{\left(\mu_{rs} - \sum_{i=1}^{k-1} f_{rs}^{(i)}\right) \left(\mu_{rs} - \sum_{i=1}^{k} f_{rs}^{(i)}\right)} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\Lambda_{i}^{(\kappa)}}{\mu_{i} - \Lambda_{i}^{(\kappa\kappa)}}$$
(2)

Вероятность потери пакетов класса k в канале связи (r,s) будет равна вероятности состояния, когда количество передаваемых пакетов превысит объем памяти входного буфера маршрутизатора, выделенной для данного класса. Для получения численного выражения вероятности воспользуемся формулой для переполняющих входных потоков трафика, полученной в [3]:

$$P_{rs}^{(k)} = \left(\frac{f_{rs}^{(k)}}{\mathbf{m}_{rs}}\right)^{N_k} \cdot \frac{1}{N_k!} \cdot e^{\frac{-f_{rs}^{(k)}}{\mathbf{m}_{rs}}}, \tag{3}$$

где \mathbf{m}_{rs} – пропускная способность канала (r,s), N_k – число пакетов в буфере коммутатора под очередь k-го класса.

Тогда вероятность того, что не произойдет потеря пакетов k-го класса ни в одном из каналов сети, будет равна:

$$\prod_{(r,s)\in E} \left(1 - P_{.(r,s)}^{(k)}\right). \tag{4}$$

А вероятность потери пакетов k-го класса будет равна:

$$PLR_{k} = 1 - \prod_{(r,s) \in F} \left(1 - P_{.(r,s)}^{(k)} \right). \tag{5}$$

2. Алгоритм решения РП

Предложенный алгоритм состоит из К этапов, на каждом из которых распределяются потоки соответствующего класса в порядке убывания приоритета класса, т.е. на 1-м этапе распределяется трафик с приоритетом 0, на 2-м – с приоритетом 1 и так, пока не будут распределены все требования каждого класса.

Этап состоит из однотипных итераций, на каждой из которых распределяется очередное требование из матрицы требований. Пусть уже проведено (n-1) итераций и распределено (n-1) требование k-го класса и найдено распределение

потоков
$$f_{rs}^{(k)} (n-1)$$
 . Рассмотрим n -ю итерацию.

n-я итерация

1. Находим условную метрику¹:

$$l_{rs}^{(k)}(n)|_{F^{(k)}=f_{rs}^{(k)}(n-1)}$$
 (6)

- 2. По матрице $l_{rs}^{(k)}(n)$ находим матрицу кратчайших путей $\{m{p}_{ij}^{\min}\}$.
- 3. Выбираем очередное нераспределенное требование $h_{i_n j_n}^{(k)}$ из матрицы $\boldsymbol{H}^{(k)}$ таким обра-

зом, чтобы
$$p_{i_n j_n}^{\min} = \min_{i,j} p_{ij}^{\min}$$

Проверяем возможность передачи требования $h_{i_nj_n}^k$ по пути $\boldsymbol{p}_{i_nj_n}^{\min}$:

$$\min_{(r,s)\in p_{ij}^{\min}} \left\{ m_{rs} - f_{rs}^{(k)}(n-1) \right\} > h_{i_n j_n}^{(k)}. \quad (7)$$

Если условие выполняется, то распределяем поток от требования $h_{i_nj_n}^k$ по пути $p_{i_nj_n}^{\min}$ и находим:

$$f_{rs}(n) = \begin{cases} f_{rs}(n-1) + h_{i_n j_n}, \\ \text{если } (r,s) \in p_{i_n j_n}^{\min} \\ f_{rs}(n-1), \\ \text{в противном случае} \end{cases}$$
 (8)

И переходим на шаг 4. Иначе выбираем другое требование до тех пор, пока не будет выполняться условие (7). Если это не возможно, то задача не имеет решения.

- 4. Проверяем, остались ли еще нераспределенные требования. Если все требования распределены, то в результате получаем распределение потоков РП $F^k(1) = \left[f^k_{rs}(1)\right]$ и переходим на шаг 5. Иначе на шаг 1 (n+1) итерации.
 - 5. Проверяем выполнение ограничения:

$$T_{cp}^{(k)} \le T_{3a\partial}^{(k)}$$

 $P_{cp}^{(k)} \le P_{3a\partial}^{(k)}$ (9)

¹Вопрос выбора метрики и соответствующие формулы обсуждаются в следующем разделе.

Если оно выполняется, то переходим на (k+1) этап для распределения трафика следующей категории. Иначе на шаг 6.

6. Повторяем шаги 1 – 5 для нахождения распределения потоков $V^k = \begin{bmatrix} v^k_{rs} \end{bmatrix}$, используя на шаге 1 условную метрику (10):

$$l_{rs}^{(k)}(n)|_{F^{(k)}(1)}$$
. (10)

7. Проверяем условие возможной оптимизации распределения потоков F(1):

$$\sum_{(r,s)\in E} l_{rs}^{(k)} f_{rs}(k) > \sum_{(r,s)\in E} l_{rs}^{(k)} v_{rs}(k) . \tag{11}$$

Если условие (11) выполняется, то на шаг 8, иначе STOP-задача неразрешима при заданных входных параметрах.

8. Отыскиваем первое требование (i_1, j_1) , для которого выполняется неравенство:

$$\sum_{(r,s)\in p} l_{rs}^{(k)} f_{rs}^{i_1j_1}(k) > \sum_{(r,s)\in p_{i_1j_1}^{\min}} l_{rs}^{k)} v_{rs}^{i_1j_1}(k) , \quad (12)$$

где $p_{i_1j_1}$ — путь передачи требования (i_1,j_1) , который используется в текущем распределении F(1),

 $p_{i_1j_1}^{\min}$ — кратчайший путь в метрике $l^{(k)}_{rs}(n)$.

Поток трафика для требования (i_1, j_1) перена-

правляем с пути $p_{i_1j_1}^{\min}$ на путь $p_{i_1j_1}$. И находим:

$$f_{rs}(n+1) = \begin{cases} f_{rs}(n-1) + h_{i_1j_1}, \text{ если}(r,s) \in \mathbf{p}_{i_1j_1}^{\min} \land (r,s) \notin \mathbf{p}_{i_1j_1} \\ f_{rs}(n) - h_{i_1j_1}, \text{ если} (r,s) \notin \mathbf{p}_{i_1j_1}^{\min} \land (r,s) \in \mathbf{p}_{i_1j_1} \end{cases}.$$

$$(13)$$

9. Проверяем условие (9). Если да, то ко нец второго этапа, иначе снова переходим на шаг 8, выбираем следующее требование, удовлетворяющее условию (9).

В результате выполнения этапа получим распределение потока класса k, для которого:

$$T_{cp}^{(k)} \le T_{3a\partial}^{(k)}$$

 $P_{cp}^{(k)} \le P_{3a\partial}^{(k)}$ (14)

3. Выбор метрики

Как видно из описания алгоритма, результат зависит от выбора метрики. Была предложена обобщенная метрика, которая позволяет учесть все требования и ограничения, описанные в постановке задачи:

$$I_{rs}^{(k)} = \frac{\partial T_{cp}^{(k)}}{\partial f_{rs}^{(k)}} + r_n \frac{\partial P^{(k)}}{\partial f_{rs}^{(k)}} + \sum_{i=2}^{k-1} r_n \frac{\partial g_i}{\partial f_{rs}^{(k)}}, \quad (15)$$
ное обслуживание, получаем следующее выражение для метрики:
$$I_{cp}^{(k)} = \begin{cases} \frac{1}{H_{\Sigma}^{(k)}} \sum_{(r,s) \in E} \frac{f_{rs}^{(k)}}{(\mathbf{m} - \sum_{i=0}^{k} f_{rs}^{(i)})}, \\ \frac{1}{H_{\Sigma}^{(k)}} \sum_{(r,s) \in E} \frac{f_{rs}^{(k)}}{(\mathbf{m} - \sum_{i=0}^{k-1} f_{rs}^{(i)})}, \\ \frac{1}{H_{\Sigma}^{(k)}} \sum_{(r,s) \in E} \frac{f_{rs}^{(k)}}{(\mathbf{m} - \sum_{i=0}^{k-1} f_{rs}^{(i)})}, \\ \frac{1}{H_{\Sigma}^{(k)}} \sum_{(r,s) \in E} \frac{f_{rs}^{(k)}}{(\mathbf{m} - \sum_{i=0}^{k-1} f_{rs}^{(i)})}, \\ \frac{1}{H_{\Sigma}^{(k)}} \sum_{(r,s) \in E} \frac{f_{rs}^{(k)}}{(\mathbf{m} - \sum_{i=0}^{k-1} f_{rs}^{(i)})}, \\ \frac{1}{H_{\Sigma}^{(k)}} \sum_{(r,s) \in E} \frac{f_{rs}^{(k)}}{(\mathbf{m} - \sum_{i=0}^{k-1} f_{rs}^{(i)})}, \\ \frac{1}{H_{\Sigma}^{(k)}} \sum_{(r,s) \in E} \frac{f_{rs}^{(k)}}{(\mathbf{m} - \sum_{i=0}^{k-1} f_{rs}^{(i)})}, \\ \frac{1}{H_{\Sigma}^{(k)}} \sum_{(r,s) \in E} \frac{f_{rs}^{(k)}}{(\mathbf{m} - \sum_{i=0}^{k-1} f_{rs}^{(i)})}, \\ \frac{1}{H_{\Sigma}^{(k)}} \sum_{(r,s) \in E} \frac{f_{rs}^{(k)}}{(\mathbf{m} - \sum_{i=0}^{k-1} f_{rs}^{(i)})}, \\ \frac{1}{H_{\Sigma}^{(k)}} \sum_{(r,s) \in E} \frac{f_{rs}^{(k)}}{(\mathbf{m} - \sum_{i=0}^{k-1} f_{rs}^{(i)})}, \\ \frac{1}{H_{\Sigma}^{(k)}} \sum_{(r,s) \in E} \frac{f_{rs}^{(k)}}{(\mathbf{m} - \sum_{i=0}^{k-1} f_{rs}^{(i)})}, \\ \frac{1}{H_{\Sigma}^{(k)}} \sum_{(r,s) \in E} \frac{f_{rs}^{(k)}}{(\mathbf{m} - \sum_{i=0}^{k-1} f_{rs}^{(i)})}, \\ \frac{1}{H_{\Sigma}^{(k)}} \sum_{(r,s) \in E} \frac{f_{rs}^{(k)}}{(\mathbf{m} - \sum_{i=0}^{k-1} f_{rs}^{(i)})}, \\ \frac{1}{H_{\Sigma}^{(k)}} \sum_{(r,s) \in E} \frac{f_{rs}^{(k)}}{(\mathbf{m} - \sum_{i=0}^{k-1} f_{rs}^{(i)})}, \\ \frac{1}{H_{\Sigma}^{(k)}} \sum_{(r,s) \in E} \frac{f_{rs}^{(k)}}{(\mathbf{m} - \sum_{i=0}^{k-1} f_{rs}^{(i)})}, \\ \frac{1}{H_{\Sigma}^{(k)}} \sum_{(r,s) \in E} \frac{f_{rs}^{(k)}}{(\mathbf{m} - \sum_{i=0}^{k-1} f_{rs}^{(i)})}, \\ \frac{1}{H_{\Sigma}^{(k)}} \sum_{(r,s) \in E} \frac{f_{rs}^{(k)}}{(\mathbf{m} - \sum_{i=0}^{k-1} f_{rs}^{(i)})}, \\ \frac{1}{H_{\Sigma}^{(k)}} \sum_{(r,s) \in E} \frac{f_{rs}^{(k)}}{(\mathbf{m} - \sum_{i=0}^{k-1} f_{rs}^{(i)})}, \\ \frac{1}{H_{\Sigma}^{(k)}} \sum_{(r,s) \in E} \frac{f_{rs}^{(k)}}{(\mathbf{m} - \sum_{i=0}^{k-1} f_{rs}^{(i)})}, \\ \frac{1}{H_{\Sigma}^{(k)}} \sum_{(r,s) \in E} \frac{f_{rs}^{(k)}}{(\mathbf{m} - \sum_{i=0}^{k-1} f_{rs}^{(i)})}, \\ \frac{1}{H_{\Sigma}^{(k)}} \sum_{(r,s) \in E} \frac{f_{rs}^{(k)}}{(\mathbf{m} - \sum_{i=0}^{k-1}$$

$$-\prod_{(r,s)\in E}\sum_{n=0}^{N-1}e^{\frac{-\frac{f_{rs}^{(k)}}{m-\sum\limits_{i=0}^{k-1}f_{rs}^{(i)}}}\left(\frac{f_{rs}^{(k)}}{m-\sum\limits_{i=0}^{k-1}f_{rs}^{(i)}}\right)\frac{1}{n!}$$

$$g_{i} = \frac{1}{T_{3ao}^{(k)} - T_{cp}^{(k)}} + \frac{1}{P_{3ao}^{(k)} - PLR^{(i)}}.$$

Из данной обобщенной метрики можно получить некоторые частные случаи, полученные в работах [1; 2].

1) Если потоки трафика распределяются последовательно, но не учитывается их приоритетное обслуживание, получаем следующее выражение для метрики:

$$l_{cp}^{(k)} = \frac{\partial T_{cp}^{(k)}}{\partial f_{cp}^{(k)}},\tag{16}$$

где
$$T_{cp}^{(k)} = \frac{1}{H_{\Sigma}^{(k)}} \sum_{(r,s) \in E} \frac{f_{rs}^{(k)}}{\left(m_{rs} - \sum_{i=1}^{k} f_{rs}^{(i)}\right)}$$
.

$$l_{rs}^{(k)} = \frac{\partial T_{cp}^{(k)}}{\partial f_{cp}^{(k)}},\tag{17}$$

$$T_{cp}^{(k)} = \frac{1}{H_{\Sigma}^{(k)}} \sum_{(r,s) \in E} \frac{f_{rs}^{(k)} \sum_{i=1}^{k} f_{rs}^{(i)}}{\left(m_{rs} - \sum_{i=1}^{k-1} f_{rs}^{(i)}\right) \left(m_{rs} - \sum_{i=1}^{k} f_{rs}^{(i)}\right)}.$$

ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ, ОБЧИСЛЮВАЛЬНА ТЕХНІКА І АВТОМАТИКА

3) В ранних работах [2, 114] считалось, что задержкой пакетов, связанной с обработкой их в маршрутизаторах, можно пренебречь. Тем не менее, производительность оборудования сети имеет свои пределы, поэтому с учетом задержек в узлах связи метрика будет иметь вид

$$l_{rs}^{(k)} = \frac{\partial T_{cp}^{(k)}}{\partial f_{rs}^{(k)}},\tag{18}$$

ГДЕ
$$T_{cp}^{(k)} = \frac{1}{H_{\Sigma}^{(k)}} (\sum_{(r,s) \in E} \frac{f_{rs}^{(k)} \sum_{i}^{K} f_{rs}^{(i)}}{m_{rs} - \sum_{i}^{K} f_{rs}^{(i)}}) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\Lambda_{i}^{(k)}}{I_{i} - \Lambda_{i}^{(k)}})$$

и $\Lambda^{(k)}{}_i = \sum_{\substack{(r,s) \in E \\ r:i}} f^{(k)}{}_{rs}$ — величина входящего потока маршрутизатора i.

4) Если в задаче присутствует ограничение на долю потеряных пакетов, то метрика имеет вид:

$$I_{rs}^{(k)} = \frac{\partial T_{cp}^{(k)}}{\partial f_{rs}^{(k)}} + r_n \frac{\partial P^{(k)}}{\partial f_{rs}^{(k)}},$$
THE
$$P^{(k)} = \frac{1}{P_{3a0}^{(k)} - PLR^{(k)}},$$
(19)

$$PLR^{(k)} = 1 -$$

$$-\prod_{(r,s)\in E}\sum_{n=0}^{N-1} e^{-\frac{f_{rs}^{(k)}}{m-\sum\limits_{i=0}^{k-1}f_{rs}^{(i)}}} \left(\frac{f_{rs}^{(k)}}{m-\sum\limits_{i=0}^{k-1}f_{rs}^{(i)}}\right)^{\frac{1}{n!}}$$

4. Результаты экспериментов

Предложенный алгоритм был программно реализован в виде модуля к программному комплексу «MPLS NetBuilder». Экспериментальные исследования проводились на примере небольшой корпоративной сети, топология которой приведена на рис. 1.

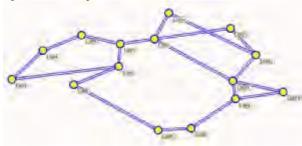


Рис. 1

Первая серия экспериментов заключалась в сравнении базового и предложенного алгоритмов. Для этого матрица требований одной из категорий трафика умножалась на коэффициент. Результаты такой серии экспериментов при увеличении требований трафика «Стандартный» приведены на рис. 2—4.

Первое, что нужно отметить – это то, что оценка среднего времени задержки, полученная по предложенному алгоритму, меньше, чем по

базовому. Причина этого в более справедливом распределении пропускной способности каналов. Действительно, на рис. З видно, что, хотя распределение пропускной способности по трафикам идет от трафика с высшим приоритетом к меньшему, и в эксперементе увеличивалась интенсивность только трафика с наименьшим приоритетом «Стандартный», но средняя задержка трафика «Критический» тоже увеличивается, но остается меньше, чем при базовом распределении потоков. В то же время задержка трафика «Сетевое управление» не изменяется, так как для трафика с наивысшим приоритетом выделяется отдельная полоса пропускной способности.

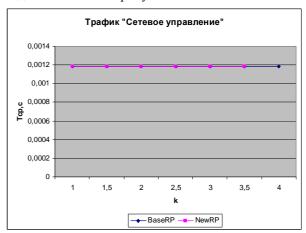


Рис. 2

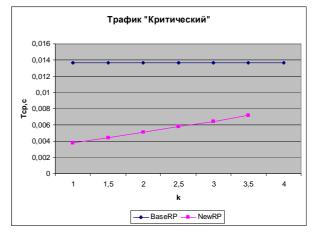


Рис. 3

Вісник ЧДТУ, 2009, №3

ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ, ОБЧИСЛЮВАЛЬНА ТЕХНІКА І АВТОМАТИКА

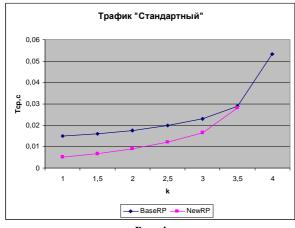


Рис. 4

В следующей серии экспериментов исследуется влияние обслуживания пакетов в узлах связи. Ранее было сказано, что в базовом алгоритме временем обслуживания в маршрутизаторах пренебрегали. Но учитывая то, что объемы трафика в сетях растут быстрее производительности оборудования сети, то и средняя задержка тоже должна расти или же, что то же самое, уменьшаться при увеличении интенсивности обслуживания. Подтверждение этому можно видеть на рис. 5, на котором представлены результаты серии экспериментов.

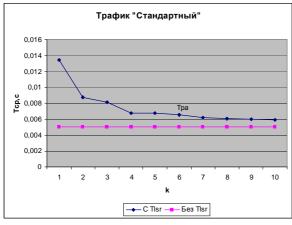


Рис. 5

На рис. 6 показан график доли потерянных пакетов при увеличении интенсивности требований в матрице требований. Видно, что вероятность потери пакетов резко возрастает при большой нагрузке на сеть. В работе [3] автор показывает, что, когда отношение потока через канал к пропускной способности канала к единице характеристики сети становится неустойчивым, резко падают показатели качества.

Выводы

- 1. Был предложен алгоритм распределения потоков трафика в сетях с технологией MPLS, использующий обобщенную метрику.
- 2. Результаты проведенных экспериментов показывают, что по сравнению с базовым алгоритмом распределения потоков предложен-

- ный алгоритм дает меньшую оценку среднего времени задержки пакетов.
- 3. Вследствие приоритетного обслуживания трафиков разных категорий при увеличении интенсивности требований трафика с меньшим приоритетом увеличивается также и среднее время задержки трафиков с более высоким приоритетом.
- 4. Время задержки пакетов в узлах связи имеет значительное влияние на общую задержку, но при увеличении интенсивности обслуживания в узлах средняя задержка стремится к значениям, полученным без учета обслуживания в маршрутизаторе.
- Вероятность потери пакетов резко возрастает, когда пропускная способность каналов почти полностью загружена потоками трафика.



Рис. 6

Дальнейшей работой в данном направлении должна быть разработка децентрализованного алгоритма, учитывающего также ограничение на флуктуацию потоков.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Зайченко Ю.П., Хамуди Мухаммед Али-Аззам, Оптимальный выбор каналов связи в сети с технологией MPLS // Вісник НТУУ «КПІ». Сер. Інформатика, управління та обчислювальна техніка. 2005. №43. С. 196–201.
- 2. Зайченко Ю.П., Ахмед А.М. Шарадка. Задача распределения потоков различных классов в сети с технологией MPLS // Вісник НТУУ «КПІ». Сер. Інформатика, управління та обчислювальна техніка. 2005. № 43. С. 113–123.
- 3. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания: Пер. с англ. И.И. Глушкова; ред. В.И. Неман. М.: Машиностроение, 1979. 432 с.

Зайченко Ю.П., д.т.н., професор кафедри математичних методів системного аналізу Навчальнонаукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» Національного технічного університету України «КПІ».

Лавринчук О.М., аспірант Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» Національного технічного університету України «КПІ».