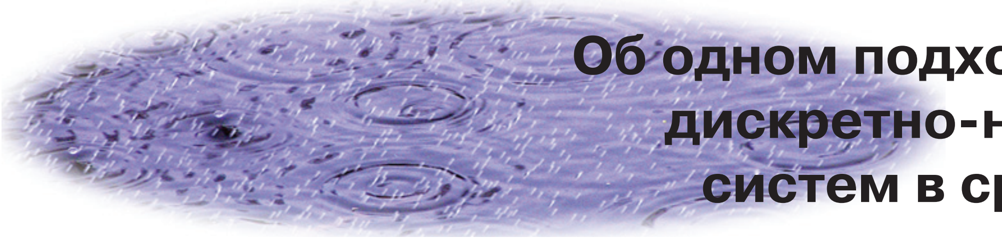
УДК 517.977.5

Л. А. Янковская



Об одном подходе к синтезу дискретно-непрерывных систем в среде MATLAB

Целью работы является рассмотрение нового метода построения оптимального регулятора в задаче среднеквадратичной оптимизации для дискретно-непрерывных систем и его реализация с помощью инструментальных средств MATLAB. Преимущество данного метода состоит в том, что он позволяет получать оптимальное управление по алгоритму, не требующему решения вспомогательного полиномиального уравнения. Существо метода поясняется на конкретном примере с указанием совокупности реализующих его функций.
Статья предназначена для специалистов, занимающихся решением задач исследования и проектирования гибридных систем управления — систем, которые наиболее адекватно отражают реальные управляемые процессы. Она может быть полезна для аспирантов и студентов соответствующих специальностей при решении прикладных задач с применением системы MATLAB.

Задача

Синтез оптимальных регуляторов дискретно-непрерывных систем.

Программные средства

MATLAB
Simulink
Control System Toolbox
Symbolic Math Toolbox

Результаты

Метод построения регулятора в задаче среднеквадратичной оптимизации для гибридных систем.

1. Введение

В настоящее время развитие автоматического управления характеризуется широким внедрением средств вычислительной техники при управлении непрерывными динамическими объектами и процессами. Системы, в которых непрерывный объект управляется цифровым регулятором, являются гибридными по своей природе, так как содержат непрерывные и дискретные элементы, которые описываются дифференциальными и разностными уравнениями соответственно. Более того, при рассмотрении в непрерывном времени они являются нестационарными, что исключает применение классических методов теории управления, разработанных для стационарных линейных непрерывных и дискретных систем. Выбор дискретных законов управления для непрерывных динамических объектов обеспечивается в настоящее время преимущественно одним из двух следующих способов.

Системы, в которых непрерывный объект управляется цифровым регулятором, являются гибридными по своей природе, так как содержат непрерывные и дискретные элементы, которые описываются дифференциальными и разностными уравнениями соответственно.

1. Для исследуемой системы выбирается некоторый непрерывный закон управления, который затем заменяется дискретной аппроксимацией в соответствии с выбранной схемой численного интегрирования.

2. Дискретный закон управления находится по дискретной модели объекта.

Оба указанных подхода обладают принципиальными недостатками.

В первом подходе возникает вопрос о выборе способа дискретной аппроксимации непрерывного закона управления, что приводит к задачам не менее сложным, чем исследование исходной непрерывной системы.

Во втором подходе игнорируется межтактовое поведение системы, что в ряде случаев недопустимо. Кроме того, далеко не во всех случаях возможно построить дискретную модель объекта. Например, в тех случаях, когда внешнее возмущение приложено к непрерывным элементам системы, понятие дискретной модели вообще теряет смысл.

Одним из наиболее перспективных методов описания дискретно-непрерывных моделей, в которых непрерывный объект управляется цифровым регулятором, является метод, основанный на понятии параметрической передаточной функции (ППФ) [1], предложенный Е. Н. Розенвассером. Метод позволяет исследовать непрерывно-дискретные системы в частотной области и приводит к относительно простым алгоритмам анализа и синтеза. В работе К. Ю. Полякова [2] предложен метод синтеза оптимальных в смысле квадратичного функционала замкнутых систем стабилизации, основанный на применении специального множества стабилизирующих регуляторов. Задача сводится к решению полиномиального уравнения, из которого находятся полиномы, входящие в числитель и знаменатель передаточной функции оптимального регулятора. Будем придерживаться общего подхода и системы обозначений, введенных в работе [2].

В статье предлагается новый метод решения задачи квадратичной оптимизации одномерной замкнутой системы, который позволяет построить регулятор непосредственно по исходным данным без необходимости решения вспомогательного полиномиального уравнения по аналогии с подходом, принятым в работе [3].

2. Основные понятия и обозначения

Пусть T — интервал квантования, $\omega_s = 2\pi/T$ — частота квантования. Для дробно-рациональной передаточной функции $F(s)$, имеющей полюса s_i $(i = 1,\dots,k)$, введем обозначения

$$d_F(\zeta) = \prod_{i=1}^{k}\left(\zeta - e^{-s_i T}\right),$$

$$\delta_F = \deg d_F(\zeta) = k.$$

Будем использовать также дискретное преобразование Лапласа [4]

$$D_F\left(T,s,t\right)=\frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty}F\left(s+kj\omega_s\right)e^{\left(s+kj\omega_s\right)t},$$

$$D_F\left(T,\zeta,t\right)=D_F\left(T,s,t\right)\big|_{\exp(-sT)=\zeta}.$$

Как показано в работе [1], знаменателем функции $D_F(T,\zeta,t)$ при любом t является полином $d_F(\zeta)$. Введем обозначения для произведения передаточных функций $F(s)$ и $G(s)$:

$$d_{FG}\left(\zeta\right)=d_F\left(\zeta\right)\cdot d_G\left(\zeta\right),$$

$$D_{FG}\left(T,s,t\right)=\frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty}F\left(s+kj\omega_s\right)G\left(s+kj\omega_s\right)e^{\left(s+kj\omega_s\right)t}.$$

Для всех функций переменной s, которые фактически являются функциями от $\zeta=e^{-sT}$, в дальнейшем будем использовать обозначение

$$F\left(\zeta\right)=F\left(s\right)\big|_{\exp(-sT)=\zeta},$$

знак «*» будет обозначать замену s на $-s$, а для функций переменной ζ — замену ζ на ζ^{-1}.

Любой полином $f(s)$, не имеющий корней на единичной окружности, можно представить в виде $f(\zeta)=f^+(\zeta)f^-(\zeta)$, где $f^+(\zeta)$ — устойчивый полином (не имеющий корней внутри и на границе единичного круга), а $f^-(\zeta)$ — неустойчивый.

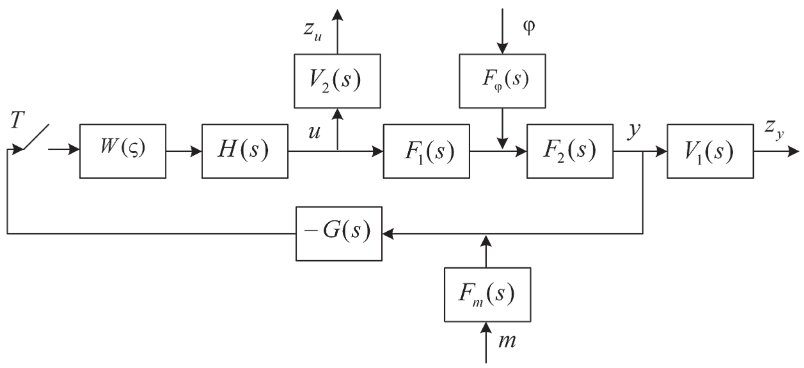
3. Постановка задачи

Аналогично [2], будем рассматривать непрерывно-дискретную систему управления, изображенную на рис. 1. Здесь объект управления состоит из двух звеньев с передаточными функциями $F_1(s)$ и $F_2(s)$, $H(s)$ — передаточная функция привода, $G(s)$ — динамическая обратная связь, $W(\zeta)$ — цифровой регулятор с передаточной функцией

$$W\left(\zeta\right)=\frac{W_1\left(\zeta\right)}{W_2\left(\zeta\right)},$$

где $W_1(\zeta)$ и $W_2(\zeta)$ — полиномы, причем для физически реализуемого алгоритма управления $W_2(0)$ не равно нулю. Внешними возмущениями являются $\varphi(t)$ и помеха измерения $m(t)$, которые проходят через устойчивые формирующие фильтры $F_\varphi(s)$ и $F_m(s)$ соответственно. Сигналы $\varphi(t)$ и $m(t)$ описываются (без ограничения общности) как независимые единичные белые шумы. Передаточную функцию формирующего элемента обозначим через $G_h(s)$ и будем считать, что используется фиксатор нулевого порядка, для которого

$$G_h\left(\zeta\right)=\left(1-e^{-sT}\right)/s.$$



▼ **Рис. 1.** Блок-схема замкнутой дискретно-непрерывной системы.

Пусть $z_y(t)$ и $z_u(t)$ — сигналы, являющиеся результатом прохождения выходного сигнала $y(t)$ и управляющего сигнала $u(t)$ через устойчивые динамические фильтры с передаточными функциями $V_1(t)$ и $V_2(t)$ соответственно.

В качестве критерия квадратичной оптимизации примем функционал

$$I=\bar{z}_y^2+\bar{z}_u^2=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T[z_y^2\left(t\right)+z_u^2\left(t\right)]dt.$$

Требуется найти регулятор с передаточной функцией W, обеспечивающий устойчивость замкнутой дискретно-непрерывной системы и минимум квадратичного функционала I.

4. Синтез оптимального регулятора

Как показано в [1], если $\varphi(t)$ и $m(t)$ — статистически независимые единичные белые шумы, то дисперсии сигналов $z_y(t)$ и $z_u(t)$ могут быть найдены по формулам

$$\begin{aligned}\bar{z}_y^2(t)=\frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty}\Big(&W_{wy}\left(T,s,t\right)W_{wy}\left(T,-s,t\right)+\\&+W_{my}\left(T,s,t\right)W_{my}\left(T,-s,t\right)\Big)ds,\end{aligned}\tag{4.1}$$

$$\begin{aligned}\bar{z}_u^2(t)=\frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{j\infty}\Big(&W_{wu}\left(T,s,t\right)W_{wy}\left(T,-s,t\right)+\\&+W_{mu}\left(T,s,t\right)W_{mu}\left(T,-s,t\right)\Big)ds,\end{aligned}\tag{4.2}$$

где $W_{ij}\left(T,s,t\right)$ обозначает ППФ системы от входа i к выходу z_j,

$$W_{wy}\left(s,t\right)=F_wF_2\left[V_1-G\Phi_{F_1F_2HV_1G_h}\left(T,s,t\right)U\right],$$

$$W_{my}\left(s,t\right)=-F_mG\Phi_{F_1F_2HV_1G_h}\left(T,s,t\right)U,$$

$$W_{wu}\left(s,t\right)=-F_wF_2G\Phi_{HV_2G_h}\left(T,s,t\right)U,$$

$$W_{mu}\left(s,t\right)=-F_mG\Phi_{HV_2G_h}\left(T,s,t\right)U.$$

Здесь дробно-рациональная функция

$$U\left(s\right)=\frac{W}{1+WD_{F_1F_2HGG_h}\left(T,s,0\right)}$$

представляет собой аналог функции чувствительности по управлению для непрерывных и дискретных систем.

Если подставить эти ППФ в (4.1) и (4.2) и вычислить средние дисперсии, то после дискретизации функционала с переходом к переменной ζ получим интеграл

$$I=\frac{1}{2\pi j}\oint_{\tilde{A}}X\left(\zeta\right)\frac{d\zeta}{\zeta}\tag{4.3}$$

от некоторой квадратичной формы

$$X\left(\zeta\right)=AUU^*-BU-B^*U^*+E,$$

где интегрирование ведется вдоль единичной окружности.

Будем считать, что справедливы следующие допущения.

1. Система невырождена, т. е. период T — непатологический, а передаточная функция разомкнутой системы F_1F_2HG является несократимой.

2. Функция F_1F_2HG строго правильная.

3. Функция F_1HG не имеет полюсов на мнимой оси.

4. Функции

$$A_1(s)=\left(F_\varphi F_\varphi^* F_2F_2^* + F_mF_m^*\right)GG^*,$$

$$B_0(s)=F_\varphi F_\varphi^* F_2F_2^* GV_1^* F_1F_2HV_1,$$

$$E_0(s)=F_\varphi F_2V_1$$

строго правильные.

5. Передаточные функции фильтров F_φ, F_m, V_2, V_1 асимптотически устойчивы.

С учетом введенных выше обозначений можно записать

$$D_{A_1}(T,\zeta,0)=\frac{\alpha_1}{d_{F_\varphi F_m F_2 G}\,d^*_{F_\varphi F_m F_2 G}},$$

$$D_{A_2}(T,\zeta,0)=\frac{\alpha_2}{d_{F_1F_2HV_1V_2}\,d^*_{F_1F_2HV_1V_2}},$$

$$B(\zeta)=\frac{\beta}{d_{F_\varphi F_1F_2F_2HGV_1}\,d^*_{F_\varphi F_1F_2F_2HGV_1}},$$

$$E(\zeta)=\frac{\varepsilon}{d_{F_\varphi F_2V_1}\,d^*_{F_\varphi F_2V_1}},$$

где функции α_1, α_2, β, ε — являются квазиполиномами, т. е. имеют вид

$$a_n\zeta^n + a_{n-1}\zeta^{n-1} + \ldots + a_{-m+1}\zeta^{-m+1} + a_{-m}\zeta^{-m}.$$

Построим дискретную передаточную функцию разомкнутой системы

$$D_{F_1F_2YGG_h}=\frac{n(\zeta)}{d(\zeta)},$$

где $n(\zeta)$ и $d(\zeta)$ — полиномы, причем $n(0)=0$ и $d(\zeta)=d_{F_1F_2HG}(\zeta)$. Далее найдем устойчивый полином $g(\zeta)$ в результате факторизации

$$gg^*=\alpha_1\alpha_2,$$

и пусть δ — минимальное целое неотрицательное число, для которого функции

$$\eta_1(\zeta)=\beta^* d^*_{F_mV_2}\zeta^\delta,\quad \eta_2(\zeta)=g^*\zeta^\delta$$

суть полиномы. Как показано в работе [2], при выполнении этих условий оптимальный стабилизирующий регулятор $W(\zeta)$ может быть найден как

$$W(\zeta)=\frac{W_1(\zeta)}{W_2(\zeta)}=\frac{d_1^+ d_{F_mV_2}N}{D},$$

где полиномы $\{N, D, \pi\}$ являются минимальным относительно π решением системы уравнений

$$g^*\zeta^\delta N + \pi d_{F_\varphi F_2V_1} = \beta^*\tilde{d}_1^- d^*_{F_mV_2}\zeta^\delta;$$

$$g^*\zeta^\delta d_1^- D - \pi n d_{F_\varphi F_mF_2V_1} = \tilde{d}_1^-\omega,$$

при обозначении

$$d_1(\zeta)=d_{F_1HG},$$

$$\omega(\zeta)=\frac{\left(g\;\;g^* - \beta^* n d_{F_mV_2} d^*_{F_mV_2}\right)\zeta^\delta}{d_{F_2}}.$$

Сформулируем аналогичное утверждение, которое позволяет построить оптимальное управление непосредственно по исходным данным задачи.

Пусть выполняются условия 1–5, тогда функция оптимального стабилизирующего регулятора, минимизирующего критерий (4.3), имеет вид

$$W(\zeta)=\frac{W_1(\zeta)}{W_2(\zeta)},$$

где

$$W_1=\frac{d_{F_mV_2}d_1^+\left(\zeta^\delta\tilde{d}_1^-\beta^* d^*_{F_mV_2} - Rd_{F_2F_\varphi V_1}\right)}{g^*\zeta^\delta},$$

$$W_2=\frac{gd_1^+\tilde{d}_1^-}{d}-\frac{n\left(\tilde{d}_1^-\beta^* d_{F_mV_2}d^*{}_{F_mV_2}\zeta^\delta - Rd_{F_\varphi F_mF_2V_2V_1}\right)}{g^* d_1^- d_{F_2}\zeta^\delta}=\frac{gd_1^+\tilde{d}_1^- - n*W_1}{d},$$

$$R(\zeta)=\sum_{i=1}^{n}\frac{P(\zeta)S(p_i)}{(\zeta-p_i)Q(p_i)P'(p_i)},$$

$$P(\zeta)=d_1^- g^*\zeta^\delta.$$

Здесь p_i — корни полинома $P(\zeta)$ (предполагается, что они простые),

$$Q(\zeta)=d_{F_\varphi F_mV_1V_2}d_{F_2}.$$

Если p_i — корень полинома $\zeta^\delta g^*$, то

$$S(\zeta)=\tilde{d}_1^-\beta^* d_{F_mV_2}d^*{}_{F_mV_2}\zeta^\delta,$$

если p_i — корень полинома d_1^-, то

$$S(\zeta)=\tilde{d}_1^-\left(\beta^* d_{F_mV_2}d^*{}_{F_mV_2} - \frac{1}{n(p_i)}g\;\;g^*\right)\zeta^\delta.$$

Знак «~» обозначает сопряженный полином, т. е. такой, в котором порядок следования коэффициентов обратный по отношению к исходному.

Заметим, что синтез оптимального регулятора по приведенным формулам удобно осуществлять в среде MATLAB по схеме, иллюстрируемой следующим примером.

5. Пример синтеза

Рассмотрим пример построения оптимального регулятора для следующих передаточных функций

$$F_2(s)=\frac{1}{s-1},\quad F_1(s)=H(s)=G(s)=1,$$

$$F_\varphi(s)=1,\quad F_m(s)=0,$$

$$V_1(s)=1,\quad V_2(s)=0,\quad T=1.$$

С помощью инструментальных средств пакета MATLAB находим

$$D_{F_2G_h}(T,\zeta,0)=\frac{n(\zeta)}{d(\zeta)}=\frac{(1-e)\zeta}{\zeta-e}=\frac{-1.7183\zeta}{\zeta-2.7183},$$

$$D_{A_1}(T,\zeta,0)=\frac{\left(e-e^{-1}\right)}{2(\zeta-e)\left(\zeta^{-1}-e\right)}=\frac{-3.1945}{(\zeta-2.7183)\left(\zeta^{-1}-2.7183\right)},$$

$$D_{A_2}(T,\zeta,0)=\frac{0.47625(\zeta+0.25342)(\zeta+3.9461)/\zeta}{(\zeta-2.7183)\left(\zeta^{-1}-2.7183\right)},$$

$$D_{B_1}(T,\zeta,0)=\frac{-0.6210\zeta^2-3.4220\zeta-1.0302}{(\zeta-2.7183)^2(\zeta^{-1}-2.7183)},$$

$$g=0.62092\zeta+2.4502,$$

$$R=1.1406\zeta+0.2284,$$

откуда следует

$$W_1=-0.8859,$$

$$W_2=-0.9014,$$

$$W=\frac{W_1}{W_2}=0.9829.$$

Для вычисления дискретных передаточных функций $D_{F_2G_h}(T,\zeta,0)$, $D_{A_a}(T,\zeta,0)$, $D_{A_2}(T,\zeta,0)$, $D_{B_1}(T,\zeta,0)$ удобно применять следующие функции пакета прикладных программ Symbolic Math Toolbox:

- **ztrans** — z-преобразование от входного аргумента;
- **ilaplace** — обратное преобразование Лапласа;

```
function zet=zet(p)
syms s z w;
zet1 = ztrans(ilaplace(p));
zet = simplify(subs(zet1, z, sym('1/w')))
```

Таким образом, получаем

$$D_{F_2G_h}(T,\zeta,0)=\text{zet}(F_2G_h)=\frac{-1.7183\zeta}{\zeta-2.7183}.$$

Остальные дискретные передаточные функции считаются аналогично.

Для нахождения полиномов g, R рационально использовать базовые функции пакета:

- **sym2poly** — переобразование символьного представления полинома в вектор, состоящий из полиномиальных коэффициентов,
- **conv** — полиномиальное умножение;
- **deconv** — полиномиальное деление;
- **roots** — поиск корней полинома;
- **numden** — выделение числителя и знаменателя в виде полиномов.

Последовательность функций, которая позволяет построить оптимальный регулятор для нашего примера, представлена в Приложении.

Для сравнения полученных результатов с традиционными методами синтеза удобно воспользоваться пакетом прикладных программ Control System Toolbox. Этот пакет позволяет построить оптимальные управления для непрерывного и дискретного случая с помощью следующих функций:

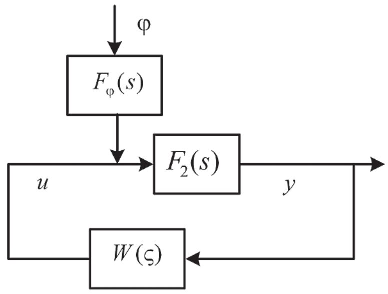
- **lqr** — синтез оптимального регулятора для непрерывной системы;
- **lqrd** — синтез оптимального регулятора для дискретной системы.

В нашем примере имеем:

```
num=1;
den=[1 1];
[numd,dend]=cp2dp(num,den,1,0)
[A,B,C,D]=tf2ss(num,den)
[Ad,Bd]=c2d(A,B,1);
[Kd,S,E]=lqrd(Ad,Bd,1,1,1)
[K,S,E]=lqr(A,B,1,1,0)
```

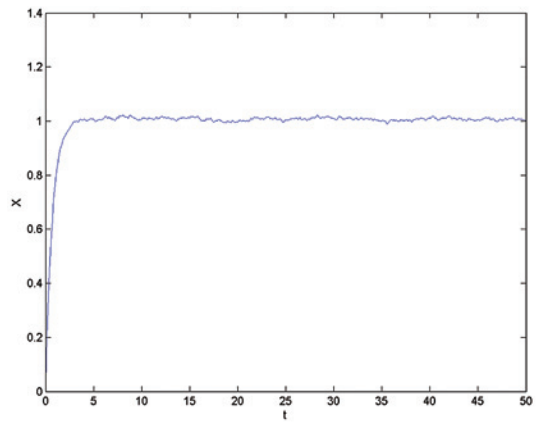
Используя пакет Simulink, мы можем наглядно сравнить поведение замкнутой системы с соответствующими оптимальными управлениями в непрерывной, дискретной и непрерывно-дискретной реализации.

Блок-схема непрерывной системы представлена на рис. 2.



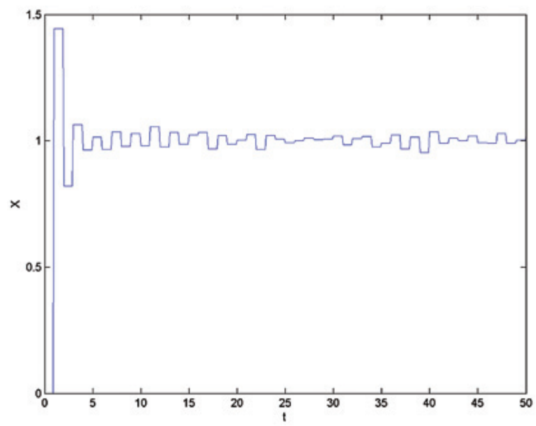
▲ **Рис. 2.** Блок-схема замкнутой непрерывной системы.

На рис. 3 показан переходный процесс по отработке единичного ступенчатого входного сигнала в синтезированной непрерывной системе при дополнительном подключении на вход аддитивного белого шума.



▲ **Рис. 3.** Переходный процесс для непрерывной системы.

На рис. 4 показан аналогичный процесс в соответствующей дискретной системе с шагом квантования $T=1$ с.



▲ **Рис. 4.** Переходный процесс для дискретной системы.

На рис. 5 представлен процесс, полученный для замкнутой дискретно-непрерывной системы, в которой использован регулятор, синтезированный описанным методом.

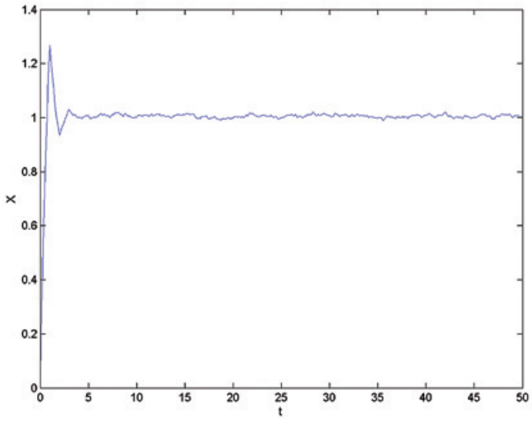


Рис. 5. Переходный процесс для дискретно-непрерывной системы.

Сравнение представленных графиков позволяет сделать вывод о том, что разработанный метод построения оптимального регулятора для дискретно-непрерывной модели не ухудшает поведение системы и обладает тем преимуществом, что передаточная функция оптимального регулятора может быть построена по представленному алгоритму без необходимости решения полиномиального уравнения.

Литература

1. Розенвассер Е. Н. Линейная теория цифрового управления в непрерывном времени.— М.: Наука, 1994.— 464 с.
2. Поляков К. Ю. Полиномиальный синтез цифровых систем управления непрерывными объектами // Автоматика и телемеханика.— 1998.— №10.— С. 76–89.
3. Веремей Е. И. Частотный метод синтеза оптимальных регуляторов для линейных систем со скалярным возмущением (Части 1, 2) // Известия вузов СССР. Электромеханика.— 1985.— №10, 12.
4. Волгин Н. Л. Оптимальное дискретное управление динамическими системами.— М.: Наука, 1986.— 239 с.

Автор:

Янковская Людмила Анатольевна, аспирантка кафедры компьютерных технологий и систем; Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург

Приложение

```
syms s w x;
F2=1/(s+1);
F2_=subs(F2,s,sym('-s'));
[numF2,denF2]=numden(F2);
Gh=(1-exp(-s))/s;
F2Gh=zet(Gh*F2)
[num,den]=numden(F2Gh);
r1=roots(sym2poly(num));
numnew=1;
lngth1=length(r1);
for i=1:lngth1;
    numnew=numnew*(w-r1(i));
end
r2=roots(sym2poly(denF2));
dennew=1;
lngth2=length(r2);
for i=1:lngth2;
    dennew=dennew*(w-exp(-r2(i)));
end
DD=dennew;
ko=deconv(sym2poly(num*dennew),...
   sym2poly(numnew*den));
numnew=numnew*ko;
NN=simplify(numnew);
A1=zet(F2*F2_)
[num,den]=numden(A1);
r1=roots(sym2poly(num));
lngth1=length(r1);
numnew=1;
lngth1=length(r1);
for i=1:lngth1;
      numnew=numnew*(w-r1(i));
end
numnew=numnew/w^(lngth2);
dennew=1;
for i=1:lngth2;
   dennew=dennew*(w-exp(-r2(i)))*(1/w-...
      exp(-r2(i)));
end
ko=deconv(sym2poly(num*dennew),...
   sym2poly(numnew*den));
numnew=(numnew*ko);
ALFA1=simplify(numnew);
A2=simplify((1-w)*(w-1)*zet(-F2*F2_/s/s)/w)
[num,den]=numden(A2);
r1=roots(sym2poly(num));
lngth1=length(r1);
numnew=1;
lngth1=length(r1);
for i=1:lngth1;
    numnew=numnew*(w-r1(i))
end
numnew=numnew/w^(lngth2);
dennew=1;
for i=1:lngth2;
    dennew=dennew*(w-exp(-r2(i)))*(1/w-...
      exp(-r2(i)));
end
ko=deconv(sym2poly(num*dennew*w^(lngth2)),...
   sym2poly(numnew*den*w^(lngth2)))
numnew=simplify(numnew*ko);
ALFA2= simplify(numnew);
B1=simplify((1-w)*zet(F2*F2*F2_/s))
[num,den]=numden(B1);
r1=roots(sym2poly(num));
lngth1=length(r1);
numnew=num/w^(lngth2);
dennew=1;
for i=1:lngth2;
    dennew=dennew*(w-exp(-r2(i)))^2*(1/w-...
      exp(-r2(i)));
end
ko=deconv(sym2poly(num*dennew),...
   sym2poly(numnew*den))
numnew=(numnew*ko);
BETTA=simplify(numnew);
BETTA_=simplify(subs(BETTA,w,sym('1/w')));
gg=simplify(ALFA1*ALFA2*w);
gi=roots(sym2poly(gg));
lngthgi=length(gi);
k=0;
for i=1:lngthgi;
   if ABS(gi(i))>1;
      k=k+1;
      gk(k)=gi(i);
   end
end
g=poly2sym(poly(gk));
g_=subs(g,x,('1/x'));
k1=sqrt(abs(deconv(sym2poly(gg),...
   sym2poly(g*g_*x))));
g=g*k1;
g_=g_*k1;
st=2;
P=g_*x^st;
pi_=roots(sym2poly(P));
Q=DD;
S=BETTA_*w^st;
lngthpi=length(pi_);
R=0;
for i=1:lngthpi;
      Spi=polyval(sym2poly(S),pi_(i))
      Qpi=polyval(sym2poly(Q),pi_(i))
      Ppi=polyval(sym2poly(diff(P)),pi_(i))
      R=R+deconv(sym2poly(P)*Spi/Qpi/Ppi,...
         [1 -pi_(i)]);
END
W1=deconv(sym2poly(S)-conv(R,sym2poly(DD)),...
   sym2poly(P))
W2=deconv((sym2poly(g)-...
   conv(sym2poly(NN),W1)),sym2poly(DD))
W=W1/W2
```