УДК 683.1

СПОСОБЫ ОРГАНИЗАЦИИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ В ЗАДАЧАХ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ШАХТНЫХ ВЕНТИЛЯЦИОННЫХ СЕТЕЙ

О.В. Молдованова
Кафедра ЭВМ, ДонНТУ

Стаття присвячена розвитку формальних методів побудови моделей динамічних об'єктів з розподіленими параметрами, що дозволить підвищити дружність засобів моделювання до користувачів і забезпечити ефективну модельну підтримку дослідження, проектування й автоматизації мережних динамічних об'єктів з розподіленими параметрами.

Вентиляционные сети угольных шахт принадлежат к сложным динамическим системам с распределенными параметрами (СДСРП), являющимся широким классом объектов разработки и исследования, проектирования и автоматизации, изготовления и эксплуатации в разных предметных областях. Многомерность (число ветвей $m \geq 100$, узлов $n > 50$), нелинейность характеристик, зависимость динамических процессов от пространственных координат, иерархичность расположения органов управления и многосвязность регулируемых параметров являются признаками сложности сетевых объектов. Лишь некоторые, сильно упрощенные задачи исследования этих объектов могут быть решены аналитическими методами. В связи с этим во всех предметных областях значительное внимание уделяется разработке методов и средств моделирования СДСРП. Применение параллельных вычислительных систем (ПВС) SIMD- и MIMD-структур открывает новые возможности в построении математических моделей сложных динамических систем.

Аэродинамические процессы в ШВС вызываются $w \leq m$ вентиляторами и регулирующими органами и характеризуются вектором потоков $Q = (Q_1,Q_2,\ldots,Q_m)^T$ и давлений $P = (P_1, P_2, \ldots, P_m)^T$ в ветвях. Для j-ой ветви без утечек через стенки динамика потока и давления описывается уравнениями [1]:

$$
\begin{cases}
-\dfrac{\partial P_j}{\partial \xi} = r_j Q_j^2 + \dfrac{\rho}{F_j}\dfrac{\partial Q_j}{\partial t} + r_j(\xi_p, t) Q_j^2 \\
-\dfrac{\partial P_j}{\partial t} = \dfrac{\rho a^2}{F_j}\dfrac{\partial Q_j}{\partial \xi},
\end{cases} \qquad , \qquad (1)
$$

где P_j, Q_j – давление и поток воздуха вдоль координаты ξ, отчисляемое от начального AKI к конечному EKK узлу; r_j – удельное аэродинамическое сопротивление; F_j – площадь поперечного сечения; ρ – плотность воздуха; a – скорость распространения звука в воздухе; $r_j(\xi_p, t)$ – регулируемое сопротивление; ξ_p – координата регулирующего органа. Граничные условия для системы уравнений (1) – это функции давления в начальном P_{AKI} и конечном P_{EKK} узлах ветви j.

В ШВС выделены технологически обусловленные виды выработок и проведена их дискретизация относительно пространственной координаты по методу прямых (рис. 1).

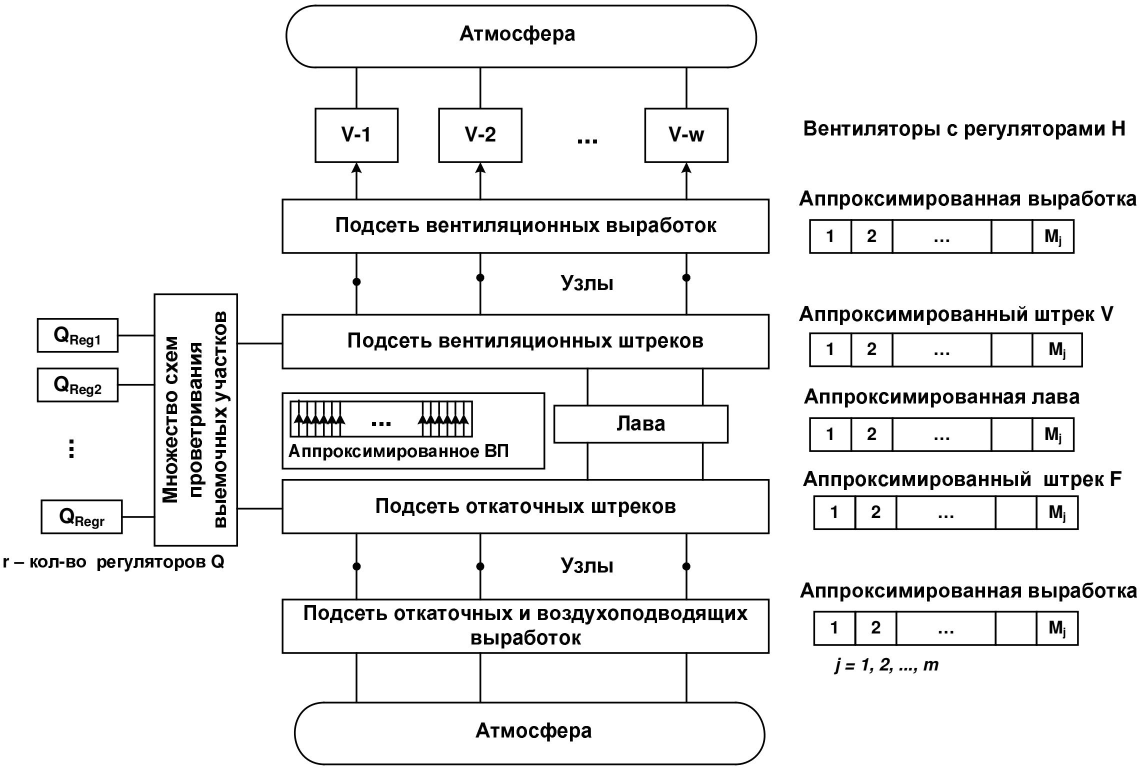

Рис.1. Основные компоненты ШВС и их дискретизация

Аппроксимируя уравнение (1) по методу прямых с пространственным шагом $\Delta\xi$, получим для k-го элемента j-ой ветви систему уравнений:

$$-\frac{P_{jk}-P_{j,k+1}}{\Delta\xi_{jk}}=\frac{\rho}{F_{jk}}\frac{dQ_{jk}}{dt}+r_{jk}\,Q_{jk}\left|Q_{jk}\right|+r_{jk}(\xi_p,\,t)\;Q_{jk}\left|Q_{jk}\right|;\qquad(2)$$

$$-\frac{Q_{jk}-Q_{j,k+1}}{\Delta\xi_{jk}}=\frac{F_{jk}}{\rho a^2}\frac{dP_{j,k+1}}{dt}\,.$$

Внутренние граничные условия аппроксимируются уравнением:

$$-\frac{dP_{j,k+1}}{dt}=\frac{\rho a^2}{F_{jk}}\frac{Q_{jk}-\sum_i Q_{il}}{\Delta\xi_{jk}}\,,\qquad(3)$$

где $\sum_i Q_{il}$ – алгебраическая сумма потоков в элементах ветвей, инцидентных граничному узлу, i – номер ветви, l = $\begin{cases}1, если\ ветвь\ выходит\ из\ узла\\ M_i, если\ ветвь\ входит\ в\ узел\end{cases}$, где M_i – число элементов i-ой ветви.

Для ШВС как объекта с распределенными параметрами каждая ветвь представляется двумя векторами Q_j, P_j $(j\ =\ 1\ldots M_j)$: $Q_j=(Q_{j1},Q_{j2},\ldots,Q_{jMj})^T$ – поток воздуха в j-ой ветви, $P_j=(P_{j1},P_{j2},\ldots,P_{jMj+1})^T$ – давление в j-ой ветви, где M_j – количество элементов в ветвях. Переменные Q и P рассматриваются как матрицы. Элементы матриц вычисляются из следующих уравнений:

$$\begin{cases}\dot{Q}_{jk}=\alpha_j\left(P_{jk}-P_{j,k+1}\right)-\beta_j Q_{jk}\left|Q_{jk}\right|-\beta_{rj}Q_{jk}\left|Q_{jk}\right|\\ \dot{P}_{j,k+1}=g_j\left(Q_{jk}-Q_{j,k+1}\right)\end{cases}.\qquad(4)$$

Здесь α_j, β_j, β_{rj}, g_j – элементы множеств аэродинамических параметров.

Давление в узлах определяется уравнением

$$\dot{P}_{U_{j,k+1}}=g_j(Q_{jk}-\sum_i Q_{il}).\qquad(5)$$

Формируются матрицы разностей с элементами $\Delta Q_{jk}=Q_{jk}-Q_{j,k+1}$, $\Delta P_{jk}=P_{jk}-P_{j,k+1}$ и матрица ZQ с элементами $ZQ_{jk}=Q_{jk}\,|Q_{jk}|$, система уравнений (4) принимает следующую матрично-векторную форму [2]:

$$\begin{cases}\mathbf{\dot{Q}}=\alpha\cdot\Delta\mathbf{P}-\beta\cdot\mathbf{ZQ}-\beta_{\mathbf{r}}\cdot\mathbf{ZQ}\\ \mathbf{\dot{P}}=\mathbf{g}\cdot\Delta\mathbf{Q}\end{cases}.\qquad(6)$$

Введем вектор P_U для узловых давлений ШВС $P_U=(P_{U1},P_{U2},\ldots,P_{Un-1})^T$. Общее уравнение для вычисления элементов этого вектора как внутренних граничных условий имеет такой вид:

$$\mathbf{\dot{P}_U}=G(sumRows(Q_U)).\qquad(7)$$

Здесь **G** – диагональная матрица параметров типа g ветвей, инцидентных узлам; *sumRows* определяет операцию построкового суммирования элементов матрицы $\mathbf{Q}_U$; $\mathbf{Q}_U$ – матрица с элементами Q_{Ujk}, зависящими от A_{jk}. Последний этап генерирования граничных условий заключается в замещении в матрице $\mathbf{P}$ граничных элементов с использованием в матрице $\mathbf{A}$ строк U_j, для которых давление P_{Uj} является условием начального или конечного узла. Приведенные выше операции объединены в разработанном алгоритме генерирования уравнений (6), (7) для метода прямых.

Были разработаны последовательные и параллельные алгоритмы и программы, которые обеспечат эффективное решение численными методами, использующимися в современных языках моделирования, системы уравнений (6), (7), сформированной генератором с учетом топологии ШВС и требований численных методов [4].

Руководствуясь структурой на рис. 1 предложены следующие уровни и подходы к распараллеливанию решателя (рис. 2) [5].

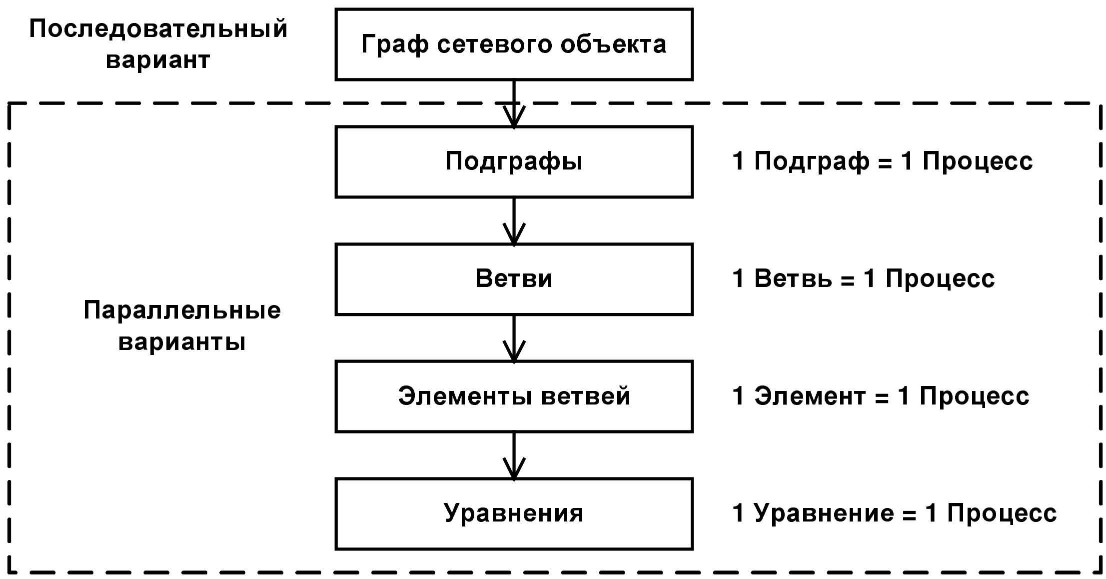

Рис. 2. Уровни виртуальных параллельных моделей

Решатели исследованы на одной выработке, тестовой ($m=8$, $n=5$) и реальной ($m=117$, $n=64$) ШВС. Экспериментальные исследования первых трех уровней распараллеливания подтвердили результаты априорного анализа. Основным резервом повышения эффективности параллельных решателей является реализация предложенных виртуальных коммутаторов. Для четвертого уровня распараллеливания проведены исследования для разного суммарного числа элементов, которыми аппроксимируются все ветви ШВС, и разного количества процессоров. При этом количество процессоров соответствует количеству фрагментов, на которые разбивался граф. Эти исследования показали, что при большом суммарном количестве элементов (*200 – 1000*) наблюдается ускорение, обусловленное распараллеливанием (табл. 1).

Таблица 1

Зависимость времени моделирования (в сек) от количества процессоров и суммарного числа элементов

К-во элементов / К-во процессоров	117	1170	5850	58500	117000
1	4,16	7,8	25,4	226,7	397,2
2	6,8	9,7	19,7	141,2	231,5
3	8,5	10,1	19,9	109,9	185,9
4	10,4	11,2	21,5	79,2	135,1
5	13,1	14	23,6	74,1	109,6

Литература

1. Абрамов Ф.А. Моделирование динамических процессов рудничной аэрологии / Абрамов Ф.А., Фельдман Л.П., Святный В.А. – К.: Наук. думка, 1981. – 284 с.
2. Молдованова О.В. Генератор уравнений параллельной модели сетевого динамического объекта с распределенными параметрами / Святный В.А., Молдованова О.В. // Проблемы моделирования и автоматизации проектирования динамических систем: Сб. научн. тр. ДонГТУ, вып. 10. – Донецк, 1999. – С. 135–141.
3. Святний В.А. Методи розпаралелювання вирішувача рівнянь MIMD-моделі мережних динамічних об’єктів / Святний В.А., Смагін О.М., Солонін О.М. // Информатика, кибернетика и вычислительная техника: Сб. научн. тр. ДонНТУ, вып. 70. – Донецк, 2003. – С. 20–29.
4. Moldovanova O.V. Problem orientierte parallele Simulationsumgebung / Moldovanova O.V., Svjatnyj V.A., Feldmann L., Resch M., Küster U. // Информатика, кибернетика и вычислительная техника: Сб. научн. тр. ДонНТУ, вып. 93. – Донецк, 2005. – С. 145–150.
5. Svjatnyj V. Virtuelle Simulationsmodelle und ein Devirtualisierungsvorgang für die Entwicklung der parallelen Simulatoren von komplexen dynamischen Systemen / Svjatnyj V., Moldovanova O., Smagin A., Resch M., Keller R., Rabenseifner R. // Проблемы моделирования и автоматизации проектирования динамических систем: Сб. научн. тр. ДонНТУ, вып. 5 (116). – Донецк, 2006. – С. 36–43.

22.04.2008