

Е. В. Носова

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА УПРАВЛЕНИЯ
ДОХОДАМИ АВИАКОМПАНИИ НА УРОВНЕ РЕЙСОВ**

Описаны основные этапы управления доходами авиакомпании на уровне рейсов. Представлены различные математические методы восстановления и прогнозирования спроса, расчета оптимальных пределов бронирования. Рассмотрена модель симуляции процесса продаж, позволяющая оценить эффективность методов.

Ключевые слова: управление доходами, прогнозирование, восстановление цензурированных данных, EMSR, симуляция.

E. Nosova

MODELING AIRLINE REVENUE MANAGEMENT AT THE LEVEL OF FLIGHTS

The article describes the general stages of airline revenue management at the flight level. Mathematical methods of demand reconstruction and forecasting, and optimal booking limits calculation are presented. A sales process simulation model is presented for estimating the efficiency of the methods.

Keywords: revenue management, forecasting, EMSR, simulation.

Одним из путей максимизации прибыли в гражданской авиации является применение методов управления доходами — оптимизации продаж билетов на рейсы путем установления ограничений на количество доступных мест в различных ценовых классах. Управление доходами в авиакомпаниях России находится в начале своего развития, в то время как зарубежные перевозчики применяют его методы с момента разработки: теория управления доходами как область исследования операций зародилась в 70-е годы прошлого века в ответ на нужды авиации. Поэтому на данный момент важно понять, какие модели применительно к российской действительности дают оптимальный результат. В данной статье рассмотрены основные этапы оптимизации продаж на рейс: сбор статистических данных, построение прогноза спроса и определение оптимальных пределов продаж на примере реальных данных одной из крупнейших российских авиакомпаний.

Авиакомпания при продаже билетов на определенный маршрут устанавливает набор тарифов, отличающихся ценой и условиями применения. Эти тарифы объединяются в ценовые классы, обозначаемые специальными буквенными кодами. Так, в рассматриваемом примере на рейсе в кабине эконом-класса действуют 10 ценовых классов (f_k — средняя цена билета в классе):

Класс	Y	M	K	L	T	V	X	Q	S	U
f_k , руб.	6984	5020	6246	3446	4480	3719	1594	3138	2754	2482

1. Прогнозирование

В любых вариантах метода расчета оптимальных пределов продаж по классам исходной информацией для расчета служат вероятностный прогноз спроса и цена билета для всех ценовых классов. Под вероятностным прогнозом понимается предположение о том, что спрос на класс является случайной величиной, распределенной по некоторому, как правило, нормальному, закону распределения с заданными оценками параметров (для нормального закона — средним и среднеквадратичным отклонением, СКВО). Цель прогнози-

рования — рассчитать для каждого класса два параметра — среднее и СКВО спроса (для k -го класса μ_k и σ_k).

Для прогнозирования спроса на рейс можно опираться на различные наборы статистических данных, отражающие зависимости объема бронирований от погодных условий, имеющихся на рынке конкурентов и т. п. Но на практике авиакомпания имеет исторические данные из инвенторной системы, в которых нет дополнительной информации, кроме числа бронирований и числа доступных к продаже мест в каждом классе по нескольким аналогичным рейсам (по тому же направлению и с тем же временем вылета), выполненным в прошлом. Сбор данных для каждого рейса проводится несколько раз — несколько срезов, от момента открытия продажи на рейс до вылета. Эти срезы определяются вследствие того, что корректировку продажи на рейс нет необходимости проводить ежедневно, однако есть необходимость периодически контролировать ситуацию. Поэтому весь горизонт продаж разбивается на несколько контрольных точек, при появлении которых снимаются текущие показания о продаже на рейс и производится расчет прогнозов и пределов продаж. При этом если в какой-то момент число доступных мест равно нулю, это означает, что продажа не ведется и запросы на билеты в данном классе будут отклонены. Таким образом, в имеющихся исторических данных учтены только подтвержденные бронирования, а общее количество пассажиров, желавших приобрести билеты, неизвестно, то есть часть выборки является цензурированной. Отсюда возникает первая задача — задача восстановления реального спроса по цензурированным данным.

Пусть $z_1^n, z_2^n, \dots, z_T^n$ имеющийся набор данных по числу бронирований на класс А в срезе n , сохраненный по вылету T рейсов, часть данных, которые в дальнейшем будем выделять жирным, — усечена. Для расчета имеются данные о числе бронирований в каждом классе по пяти вылетевшим рейсам. В табл. 1 представлена часть имеющихся расчетных данных для двух классов для первого рейса:

Таблица 1

	Номер среза/ Количество дней до вылета									
Класс	1/90	2/55	3/30	4/20	5/13	6/9	7/5	8/3	9/1	10/0
S	0	0	0	0	3	5	16	32	34	34
U	0	0	2	6	9	10	10	10	10	10

Существует несколько методов восстановления усеченных данных, например, так называемые «наивные»[5]:

(N1) — заменяет все цензурированные наблюдения математическим ожиданием всех наблюдений рассматриваемой выборки;

(N2) — заменяет все цензурированные наблюдения математическим ожиданием всех нецензурированных наблюдений;

(N3) — заменяет все цензурированные наблюдения большим из рассматриваемого цензурированного наблюдения и математического ожидания всех нецензурированных наблюдений.

Метод Booking Profile (BP) может быть описан только на примере с данными по нескольким временным срезам. Наблюдения первого имеющегося рейса записываются в профиль спроса Z^* ; принимается, что все наблюдения над первым рейсом являются неусеченными. Наблюдение первого временного среза второго рейса также принимается нецен-

зурированным. Далее если наблюдение n -го временного среза z_2^n является усеченным, оно заменяется:

$$z_2'^n = z_2'^{n-1} + \max\{z_2^n - z_2^{n-1}, z_2^{*n} - z_2^{*(n-1)}\}, \quad (1)$$

где $z_2'^{n-1}$ — пересмотренное наблюдение из второго рейса для среза $n-1$; наблюдение n -го временного среза z_2^n является неусеченным, заменяется на

$$z_2'^n = z_2'^{n-1} + z_2^n - z_2^{n-1}. \quad (2)$$

Таким образом создается восстановленный спрос на второй рейс, который добавляется в существующий профиль спроса с заданным весом. Процедура проводится для всех имеющихся вылетов, и полученный в итоге профиль спроса является конечной оценкой неограниченного спроса.

На основании восстановленного набора данных о спросе необходимо рассчитать прогноз спроса на класс A во временном срезе n для рейса $T+M$ для всех действующих на рейсе классов по всем установленным временным срезам. Особенностью метода Booking Profile является то, что он уже включает в себя экспоненциальное сглаживание и полученный в итоге профиль спроса может являться прогнозом спроса для будущих рейсов. Для наборов данных о восстановленном спросе, полученных другими способами, необходимо применить один из методов прогнозирования, например, такие эвристические приемы, как экспоненциальное сглаживание с трендом и метод скользящих средних, или другие статистические методы.

Полученный прогноз спроса для k -го класса по последнему срезу примем за математическое ожидание μ_k , параметр нормального распределения спроса, σ_k рассчитаем как среднеквадратическое отклонение числа бронирований в классе k первых T рейсов на последнем срезе.

В табл. 2 представлен результат расчета профиля спроса методом ВР.

Таблица 2

Класс	Y	M	K	L	T	V	X	Q	S	U
μ_k	1	1	0,9	0,2	2,6	10,5	2,5	31,4	31,5	11,6
σ_k	0,89	1,1	1,1	0,4	2,48	6,45	2,24	12,72	9,48	4,12

Отметим, что в реальном времени на момент расчета прогнозов на рейс $T + M$ на этом рейсе уже может иметься некоторое количество подтвержденных пассажиров. Чтобы учесть эти данные, определим за какое время до вылета рассматриваемого рейса проводится расчет — т. е. на котором временном срезе он находится. Сравним имеющееся количество пассажиров со значением полученного профиля спроса в подходящем срезе, как бы определим «отклонение» этого конкретного рейса от стандартного развития и прибавим эту разницу к значению профиля спроса на последнем срезе. Полученную оценку спроса правильнее брать в качестве среднего распределения спроса μ_k для оптимизации продажи на этом конкретном рейсе. Таким образом, в реальной ситуации с течением времени появляется все больше данных, на основе которых рассчитывается прогноз спроса. Так, например, если первый расчет был проведен за 90 дней до вылета рейса $T + M$ при отсутствии на нем подтвержденного бронирования и при наличии информации о вылете всего T рейсов, то к следующему временному срезу, взятому за 55 дней до вылета, появятся, во-первых, данные о L рейсах, выполненных за прошедший 35 дней, и, во-вторых, — новые

данные о бронировании на рассматриваемом рейсе. Тогда за 55 дней восстановление спроса и расчет профиля спроса будет производиться по $T + L$ рейсам.

2. Расчет оптимальных пределов продаж

Цель оптимизации продажи — распределить имеющийся на рейсе ресурс, т. е. емкость назначенного воздушного судна (ВС) Cap, среди ценовых классов так, чтобы максимизировать общий ожидаемый доход от продаж.

Простейшая математическая модель, предложенная Литтлвудом [3]. Она рассматривает всего два ценовых класса с соотношением цен $f_1 > f_2$. Будем считать, что спрос на нижний класс формируется заранее, так как его цена меньше, и он неограничен. Задача состоит в том, чтобы решить, какое количество мест надо зарезервировать для нижнего класса до начала прихода пассажиров в верхний (более дорогой) класс.

При известном среднем спросе μ_1 для верхнего класса вероятность прихода одного покупателя в нем весьма высока. Резервируя для него место, мы получим средний доход, равный $f_1 P(\mu_1 \geq 1)$. Не делая этого, мы гарантированно получим доход f_2 . Поэтому принятие решения о резервировании следует проводить, сравнив оба этих дохода. Рассуждая аналогично, мы получим, что ожидаемая выгода от резервирования x -го места в верхнем классе составит $f_1 P(\mu_1 \geq x)$. Соответственно, имеет смысл принимать запрос нижнего класса (т.е. не резервировать это место для верхнего), только если его цена превышает возможный доход от принятия противоположного решения:

$$f_2 \geq f_1 P(\mu_1 \geq x). \quad (3)$$

Заметим, что правая сторона (3) уменьшается с ростом x . Оптимальный уровень защиты обозначим y_1 . Таким образом, мы принимаем нижний класс, если остаточная вместимость превышает y_1 , и отклоняем его, если остаточная вместимость — y_1 или меньше. То есть y_1 удовлетворяет $f_2 < f_1 P(\mu_1 \geq y_1)$ и $f_2 \geq f_1 P(\mu_1 \geq y_1 + 1)$. В случае непрерывной функции распределения $F_1(x)$ оптимальный уровень защиты y_1 может быть определен более простым выражением $f_2 = f_1 P(\mu_1 \geq y_1)$, что эквивалентно

$$F_1(x) = 1 - f_2 / f_1, \quad (4)$$

которое известно как правило Литтлвуда.

Авиакомпании на практике используют гораздо больше, чем два ценовых класса и, соответственно, более сложные модели управления ими. Обобщением модели Литтлвуда для n классов является эмпирический метод EMSR (Expected Marginal Seat Revenue) [4], имеющий различные версии.

Рассмотрим самый распространенный вариант **EMSR-b**. Алгоритм расчета уровней защиты для ценовых классов данного рейса состоит из нескольких шагов. На первом шаге рассматриваются отдельно два первых ценовых класса и по модели Литтлвуда проводится расчет уровня защиты для верхнего из них. Затем эти два класса объединяются в так называемый «суперкласс» с ценой, определяемой как средневзвешенное из цен, и с параметрами сдвига и масштаба, вычисленными как сумма и корень из суммы квадратов соответствующих параметров входящих в него классов. После этого модель Литтлвуда для «суперкласса» и третьего ценового класса используется для определения уровня защиты «суперкласса», который и принимается равным уровню защиты второго ценового класса. Далее по аналогии образуется «суперкласс» из первых трех и процесс вычислений продолжается. Последним шагом является расчет, в котором участвует «суперкласс» из всех классов, кроме нижнего, и сам этот нижний ценовой класс.

Метод EMSRr. Еще один подход не опирается на правило Литтлвуда. Данный метод использует рассчитанный на этапе подготовки прогноз спроса на нижний класс, а не предполагает, что спрос на него не ограничен, как в модели Литтлвуда.

Ожидаемый доход от резервирования одного места для пассажира класса k равен $f_k \times (1 - \Phi(\mu_k, \sigma_k, 1))$, где $\Phi(\mu_k, \sigma_k, x)$ — функция распределения нормального закона в точке x . Напомним, что значение функции распределения представляет собой вероятность того, что данная случайная величина примет значение, меньшее x . Таким образом, ожидаемый доход есть произведение стоимости билета на вероятность того, что на данный билет найдется покупатель. Ожидаемый доход от резервирования двух мест в k -м ценовом классе равен $f_k \times (1 - \Phi(\mu_k, \sigma_k, 1)) + f_k \times (1 - \Phi(\mu_k, \sigma_k, 2))$ и так далее.

В результате оказывается возможным сформулировать следующую оптимизационную задачу [5]: требуется определить количество билетов x_k , резервируемых в каждом ценовом классе $k = 1$, таким образом, чтобы обеспечить максимальное значение для общего ожидаемого дохода и не превысить указанной емкости ВС, назначенного на рейс:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^N f_k \times \sum_{m=1}^{x_k} (1 - \Phi(\mu_k, \sigma_k, m)) \rightarrow \max; \\ \sum_{k=1}^N x_k \leq Cap, \forall k x_k \in N, \end{aligned} \tag{5}$$

где Cap — емкость воздушного судна на рейсе, а N — расширенное множество натуральных чисел (т. е. все пределы бронирования x_k — целые неотрицательные числа).

Рассчитаем оптимальные пределы продаж по известному прогнозу спроса и данным ценам классов для рейса с вместимостью ВС $Cap = 68$:

Класс	Y	M	K	L	T	V	X	Q	S	U
EMSRr	1	1	1	0	2	9	0	25	23	6

3. Симуляция процесса продажи

Для определения эффективности предложенных методов оптимизации продажи билетов на рейс необходимо провести ряд испытаний при одинаковых условиях. На практике это не представляется возможным, поскольку нельзя провести продажу на реальный рейс несколько раз с разными пределами продаж по классам и несколько аналогичных рейсов сравнивать не всегда разумно, так как результаты зависят от прихода покупателей, который в точности никогда не повторяется. Поэтому возникает необходимость модельной симуляции процесса продажи билетов. Будем генерировать «реальный» спрос на рейс как случайную величину, распределенную нормально, с параметрами, определенными на основе рассчитанных параметров распределения спроса $m_k = \alpha_k^1 \mu_k$, $s_k = \alpha_k^2 \sigma_k$, где $\{\mu_k, \sigma_k\}$ — истинные параметры спроса, k — ценовой класс. Коэффициенты α_k^1 , α_k^2 характеризуют точность прогноза по среднему значению и СКВО соответственно. В случае, когда $\alpha_k^1 = 1$ и $\alpha_k^2 = 1$, первоначальный прогноз является верным, то есть параметры прогноза спроса определены точно.

Учитывая «реальный» спрос, сгенерируем «реальный» поток покупателей — список пар: время поступления запроса и ценовой класс, билет в котором желает приобрести покупатель. Комбинируя рассмотренные выше методы, определим оптимальные пределы продаж и начнем «продажу»: разобьем поток запросов на временные срезы и будем удов-

летворять запрос при наличии мест в классе в зависимости от установленных пределов продаж. В каждом новом срезе будем пересчитывать прогноз спроса на основе текущего числа подтвержденных бронирований и новых поступивших данных о вылетах аналогичных рейсов.

Предложенный модельный пример позволяет протестировать влияние применения различных методов восстановления и прогнозирования спроса, а также различных методов расчета оптимальных пределов продаж на реальные доходы авиакомпании.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Виноградов Л. В., Фридман Г. М., Шебалов С. М.* Математическое моделирование в оптимизации планирования авиационных перевозок: формулировки и методы решения типовых задач // Научный вестник МГТУГА. 2008. С. 49–57.
2. *Зенкова Н. А., Носова Е. В., Фридман Г. М.* Учет стохастической природы спроса при определении оптимальных пределов продаж авиационных билетов: Сборник научн. трудов // Экономическая кибернетика. 2008. Вып. 18. С. 65–68.
3. *Littlewood K.* Forecasting and Control of Passenger Bookings. Proceedings of the 12th AGIFORS Symposium. Nathanya, Israel. October, 1972. P. 95–117.
4. *Talluri K. T., Ryzin G. J. van.* The Theory and Practice of Revenue Management. 2005. Springer. 714 p.
5. *Weatherford L. R., Polt S.* Better unconstraining of airline demand data in revenue management systems for improved forecast accuracy and greater revenues // Journal of Revenue and Pricing Management. 2002. Vol. 1 № 3.

REFERENCES

1. *Vinogradov L. V., Fridman G. M., Shebalov S. M.* Matematicheskoe modelirovanie v optimizacii planirovanija aviacionnyh perevozk: formulirovki i metody reshenija tipovyh zadach // Nauchnyj Vestnik MGTUGA. 2008 S. 49–57.
2. *Zenkova N. A., Nosova E. V., Fridman G. M.* () Uchet stohasticheskoj prirody sprosa pri opredelenii optimal'nyh predelov prodazh aviacionnyh biletov: Sbornik nauchn. trudov // Ekonomicheskaja kibernetika. 2008. Vyp. 18. S. 65–68.
3. *Littlewood K.* Forecasting and Control of Passenger Bookings. Proceedings of the 12th AGIFORS Symposium., Nathanya, Israel. October, 1972. P. 95–117.
4. *Talluri K. T., Ryzin G. J. van.* The Theory and Practice of Revenue Management, 2005. Springer. 714 p.
5. *Weatherford L. R., Polt S.* Better unconstraining of airline demand data in revenue management systems for improved forecast accuracy and greater revenues // Journal of Revenue and Pricing Management. 2002. Vol. 1 № 3.

О. В. Лавренюк

ОПИСАНИЕ КОМПЬЮТЕРНОГО СИМУЛЯТОРА ДЛЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДОХОДАМИ АВИАКОМПАНИИ

Описывается компьютерный симулятор, позволяющий моделировать процессы управления доходами авиакомпании с целью оценки эффективности принимаемых решений.

Ключевые слова: управление доходами, симуляция процесса продаж, математическое моделирование.