

УДК 004.32.06

Математическая модель оценки ответа при дистанционном тестировании знаний

А.М.Баин

**Московский государственный институт электронной техники
(технический университет)**

В существующих системах дистанционного тестирования знаний [1, 2] итоговая оценка ответа тестируемого на тестовое задание включает только сравнение конечного ответа с эталонным ответом и вычисляется по формуле

$$Q_{\Sigma} = \varepsilon_{\text{сл}} \delta_{\text{эт}},$$

где $\varepsilon_{\text{сл}} \in [0; 1]$ – мера сложности тестового задания; $\delta_{\text{эт}}$ – степень соответствия конечного ответа на тестовое задание эталонному ответу.

Один и тот же конечный ответ на тестовое задание может быть получен при различных траекториях процесса его формирования. Поэтому динамика процесса формирования ответа должна учитываться при вычислении степени соответствия конечного ответа эталонному ответу на тестовое задание.

© А.М.Баин, 2009

Рассмотрим предложенные математические модели процесса формирования ответа на тестовые задания закрытой формы с выбором нескольких альтернативных вариантов ответов из множества.

Эталонный образ Z^k ответа на тестовое задание закрытой формы с выбором нескольких альтернативных вариантов ответов из множества определяется как

$$Z^k = \begin{bmatrix} z_1^k \\ z_2^k \\ \vdots \\ z_m^k \end{bmatrix},$$

где $z_i^k \in [0; 1]$ – дескриптор i -го альтернативного варианта ответа ($i = \overline{1, m}$); $z_i^k = 1$, если i -й альтернативный вариант ответа правильный, и $z_i^k = 0$ в противном случае; $m = n_1 + n_2$ – количество альтернативных вариантов ответа; n_1 – количество правильных альтернативных вариантов ответа; n_2 – количество неправильных альтернативных вариантов ответа.

Введем весовой коэффициент θ_i^k альтернативного варианта ответа на тестовое задание, характеризующий его значимость среди всех правильных (неправильных) альтернативных вариантов.

При гибкой оценке степени соответствия окончательного ответа весовые коэффициенты альтернативных вариантов ответов должны удовлетворять следующим условиям:

$$\sum_{i=1}^m \theta_i^k z_i^k = \sum_{i=1}^m \theta_i^k (1 - z_i^k) = 1.$$

Образ ответа $G^j(\tau_j)$ обучаемого на тестовое задание закрытой формы, полученной в момент времени τ_j , представим в виде

$$G^j(\tau_j) = \begin{bmatrix} g_1^j(\tau_j) \\ g_2^j(\tau_j) \\ \vdots \\ g_m^j(\tau_j) \end{bmatrix},$$

где $g_i^j(\tau_j) \in [0; 1]$ – дескриптор i -го альтернативного варианта ответа в образе $G_i^j(\tau_j)$, $i = \overline{1, m}$; $g_i^j(\tau_j) = 1$, если i -й альтернативный вариант ответа в образе $G_i^j(\tau_j)$ помечен как правильный и $g_i^j(\tau_j) = 0$ в противном случае.

Формульные зависимости для расчета параметров соответствия $G_i^j(\tau_j)$ эталону Z^k определяются следующим образом:

$$\alpha_{jk}(\tau_j) = \sum_{i=1}^m \theta_i^k z_i^k g_i^j(\tau_j); \quad h_{jk}(\tau_j) = \sum_{i=1}^m \theta_i^k (1 - z_i^k) g_i^j(\tau_j),$$

где $\alpha_{jk}(\tau_j)$ – доля суммы весов правильных альтернативных вариантов ответов на тестовое задание от суммарного веса всех правильных альтернативных вариантов эталонного образа; $h_{jk}(\tau_j)$ – доля суммы весов неправильных альтернативных вариантов ответов на тестовое задание.

Если $G_i^j(\tau_j) = Z^k$, то $\alpha_{jk}(\tau_j) = 1$ и $h_{jk}(\tau_j) = 0$.

Определена траектория процесса формирования ответа на тестовое задание закрытой формы с выбором нескольких альтернативных вариантов ответа из множества, соответствующая следующим условиям:

$$G^0(\tau_0) \cup G^j(\tau_j) \left| [f_{jj-1}^{(1)}(\tau_j) + f_{jj-1}^{(2)}] = 1, \quad i = \overline{1, m}; \quad j = \overline{1, n}; \right.$$

$$f_{jj-1}^{(1)}(\tau_j) = \sum_{i=1}^m (1 - g_i^{j-1}(\tau_{j-1})) g_i^j(\tau_j);$$

$$f_{jj-1}^{(2)}(\tau_j) = \sum_{i=1}^m (1 - g_i^j(\tau_j)) g_i^{j-1}(\tau_{j-1}),$$

где образ $G^0(\tau_0)$ – начальная точка траектории процесса формирования ответа на тестовое задание закрытой формы в момент времени τ_0 , удовлетворяющая следующим условиям:

$$G^0(\tau_0) = \begin{bmatrix} g_1^0(\tau_0) \\ g_2^0(\tau_0) \\ \vdots \\ g_m^0(\tau_0) \end{bmatrix}, \quad g_i^0 = 0, \quad i = \overline{1, m};$$

$f_{jj-1}^{(1)}(\tau_j)$ – количество альтернативных вариантов ответа, помеченных в образе $G_i^j(\tau_j)$ как правильные, и не помеченных как правильные в образе $G_i^{j-1}(\tau_{j-1})$; $f_{jj-1}^{(2)}(\tau_j)$ – количество альтернативных вариантов ответа, помеченных в образе $G_i^{j-1}(\tau_{j-1})$ как правильные, и не помеченных как правильные в образе $G_i^j(\tau_j)$; τ_j – точка фиксации образа ответа $G_i^j(\tau_j)$ в процессе формирования ответа $j = \overline{1, n}$.

Точкой фиксации образа ответа $G_i^j(\tau_j)$ будем называть время τ_j установления (снятия) метки о правильности альтернативного варианта ответа на тестовое задание или завершения процесса формирования траектории правильного ответа.

Определена траектория процесса формирования ответа на тестовое задание закрытой формы с выбором одного альтернативного варианта ответа из множества, соответствующая следующим условиям:

$$G^{0*}(\tau_0) \cup G^j(\tau_j) \left| [\alpha_{jj-1}(\tau_j) + \theta_{jj-1}(\tau_j)] = 1, \quad i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}; \right.$$

$$\alpha_{jk}(\tau_j) = \sum_{i=1}^m z_i^k g_i^j(\tau_j); \quad \theta_{jk}(\tau_j) = \sum_{i=1}^m (1 - z_i^k) g_i^j(\tau_j).$$

Коэффициент эффективности Θ процесса формирования конечного ответа на тестовое задание определим как

$$\Theta = \frac{\int r(t) dt}{\int r(t) dt + \int \bar{r}(t) dt}.$$

Здесь $r(t)$, $\bar{r}(t)$ – функции изменения суммы весов всех правильных (неправильных) альтернативных вариантов ответов, выбранных тестируемым в процессе формирования конечного

ответа на тестовое задание: $r(\tau) = \sum_{k=0}^j \alpha_{jk} \tau_k$; $\bar{r}(\tau) = \sum_{k=0}^j \theta_{jk} \tau_k$.

Система критериев, представленная в работе, учитывает динамику процесса формирования ответов на тестовые задания закрытой формы, что обеспечивает корректную оценку знаний при дистанционном тестировании. Математическая модель оценки ответов на тестовые задания закрытой формы отличается от существующих тем, что оценка ответа определяется динамикой процесса его формирования.

Рассмотренные математические модели и критерии положены в основу автоматизированной системы оценки качества базы тестовых заданий. Работа системы состоит в приведении исходной базы тестовых заданий к редуцированному виду. Процесс редуцирования базы тестовых заданий заключается в удалении из нее тестовых заданий, не обладающих достаточной дифференцирующей способностью (важно для тестов, используемых в итоговой и экзаменационной аттестации).

Литература

1. **Березин Н.В.** Перспективы создания системы адаптивного тестирования как элемента централизованного тестирования // Научный вестник МГТУ ГА. Сер. Информатика. – 2001. – № 38. – С. 26–30.
2. **Карташева О.В.** Использование адаптивной системы тестирования АСТ-Тест для контроля знаний при дистанционном изучении темы «Базы данных» // Материалы конф. «Информационные технологии в образовании». – 2001. – URL: <http://www.bitpro.ru/>

Поступило
29 апреля 2009 г.

Баин Александр Михайлович – кандидат технических наук, доцент кафедры информатики и программного обеспечения вычислительных систем МИЭТ. *Область научных интересов:* автоматизированные обучающие системы, системы поддержки принятия решений, информационно-поисковые системы. **E-mail:** evgen_uis@mail.ru

Уважаемые авторы и читатели!

Готовится к выходу очередной номер журнала

SEMICONDUCTORS

(Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Elektronika). –

Vol. 43, N 13, December 2009. – ISSN 1063-7826,

в котором публикуются выборочные статьи из журнала
«Известия высших учебных заведений. Электроника».

<http://www.maik.ru>

<http://www.springerlink.com>

