правил при принятом виде области Ω_1. Эффективность локально-минимаксного правила и правила обнаружения сильных сигналов практически не отличаются от минимаксного, а решающие правила отношения максимального правдоподобия и его аналога с упрощенным нелинейным преобразованием имеют практически совпадающую эффективность и уступают в пороговом отношении сигнал-помеха минимаксному правилу в рассматриваемых условиях примерно 1 дБ. Аналогичные свойства имеют и многовыборочные обнаружители сигналов.

Глава 7.

ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ СЛУЧАЙНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ ПОМЕХ С НЕИЗВЕСТНЫМ СПЕКТРОМ МОЩНОСТИ

7.1. Предварительные замечания

Повышение помехозащищенности радиосистем в условиях интенсивных узкополосных пассивных и активных помех с неизвестным спектром мощности представляет собой важную техническую задачу. Подавление узкополосных помех, мощность которых нередко на десятки децибел превышает мощность полезного сигнала, а спектральные различия помехи и сигнала малы, возможно при параметрическом описании узкополосных помех и точной оценке неизвестных параметров действующих помех.

Стационарность узкополосных случайных помех обусловливает специфическую структуру матрицы ковариаций, позволяющую при малом объеме выборки получать эффективные оценки неизвестных параметров помех.

Распределение случайных узкополосных помех полагается гауссовским, учет негауссовской широкополосной компоненты помех приводит к необходимости объединения параметрического и непараметрического методов синтеза решающих правил.

7.2. Методы обнаружения сигналов на фоне случайных помех с неизвестным спектром мощности

Проблема обнаружения сигналов в условиях узкополосных помех с неизвестным спектром мощности стала особенно актуальной в последнее время в связи с отчетливо наметившейся тенденцией перегрузки практически всех диапазонов радиоволн различными радиотехническими средствами. Аналогичная проблема имеет место в радио- и гидролокации в условиях интенсивных пассивных помех.

Оптимальный по критерию отношения правдоподобия алгоритм обнаружения квазидетерминированного заданного вектором **a** сигнала на фоне случайных помех с неравномерным, но известным спектром мощности либо известной матрицей корреляции $\mathbf{A}_п$ по входной выборке $\mathbf{X}$ размера N имеет вид

$$|\mathbf{a}^*\mathbf{A}^{-1}_п\mathbf{X}| \geqslant C.$$

Однако использование такого рода обнаружителя в условиях случайных стационарных помех с неизвестным спектром мощности оказывается невозможным, так как неизвестной оказывается матрица $\mathbf{A}_п$ корреляций помехи. Для общего случая нестационарных помех с неизвестной корреляционной матрицей оптимальные обнаружители рассмотрены в [7, 34, 37, 73].

Узкополосные случайные помехи, например, типа мешающих излучений радиосредств, пассивных помех радио- и гидролокации, как правило, могут полагаться стационарными на интервалах, соизмеримых с интервалом когерентности полезного сигнала. Для статистического описания такого рода помех используется аппарат теплицевых матриц корреляции (см. § 7.3).

Из-за трудности синтеза оптимальных обнаружителей сигналов на фоне стационарных помех с неизвестным спектром мощности (неизвестными параметрами теплицевой корреляционной матрицы) даже при нормальной аппроксимации наблюдаемых выборочных значений применяют различные квазиоптимальные методы. Эти методы можно разделить на две основные группы — *спектральные* и *временные*. Спектральные методы основаны на той или иной оценке спектра мощности, а временные — на тех или иных оценках корреляционных функций случайных процессов. Синтез спектральных алгоритмов обнаружения сигналов базируется на асимптотическом (при большом объеме выборки N) свойстве собственных векторов теплицевых матриц: при $N\to\infty$ собственные вектора указанных матриц являются экспоненциальными гармоническими функциями вида

$$h_{nk} = \exp\left(\mathrm{i}\,2\pi\frac{k}{N-1}\,n\right), \quad k=0,\dots,N-1,\ n=0,\dots,N-1,$$

а собственными значениями — отсчеты спектра мощности $S_п$ стационарного случайного процесса. Следовательно, производя спектральный анализ случайного сигнала, наблюдатель извлекает всю доступную информацию и на ее основе делает статистические выводы о присутствии сигнала в наблюдаемой выборке. Спектральный анализ представляет собой невырожденное линейное преобразование входного вектора $\mathbf{X}$ размерности N

$$Y = \mathbf{\Phi}\mathbf{X},$$

где $\mathbf{\Phi}$—$N\times M$ матрица фурье-преобразования, формирующего гребенку из N фильтров. Вектор **a** полезного сигнала преобразуется к виду $\mathbf{S}=\mathbf{\Phi}\mathbf{a}$. Корреляционная матрица помехи преобразуется к виду $\mathbf{A}_1=\mathbf{\Phi}\mathbf{A}_п\mathbf{\Phi}^*$ и асимптотически (при $N\to\infty$) становится диагональной: $\mathbf{A}_1\to D=(d_i)$. Таким образом, задача обнаружения квазидетерминированного сигнала **a** на фоне случайной стационарной помехи с неизвестным спектром мощности асимптотически сводится к задаче обнаружения квазидетерминированного сигнала $\mathbf{S}=\mathbf{\Phi a}$ на фоне случайной нестационарной некоррелированной помехи с неизвестными дисперсиями выходных значений фильтров. При ограниченном объеме выборки N применяется взвешенное дискретное преобразование Фурье (ВДПФ), формирующее набор из N фильтров с заданным уровнем боковых лепестков амплитудно-частотных характеристик.

Для известных дисперсий d_i оптимальный алгоритм обнаружения квазидетерминированного сигнала s_i, $i=1, ..., N$,

$$\left|\sum_{i=1}^{N} s_i^* y_i/d_i\right| \geqslant C. \tag{7.1}$$

Решающее правило (7.1) является основой для получения различных квазиоптимальных алгоритмов на основе спектрального анализа. Как видно, решающее правило (7.1) предписывает практическое исключение из обработки фильтровых каналов с большими значениями спектральных отсчетов действующей помехи.

Спектральные алгоритмы режекции узкополосных помех включают в свой состав набор N параллельных узкополосных фильтров с полосами пропускания $\Delta f=\Delta f_c/N$, где Δf_c — ширина спектра сигнала, с последующими нелинейными элементами в каждом канале. Возможно либо полное подавление (режекция) узкополосных помех с отключением фильтрового канала, забитого узкополосной помехой, либо ограничение до заданного уровня. В некоторых случаях в канале, пораженном узкополосной помехой, применяется интерполирование.

Режекции участка спектра в полосе полезного сигнала приводят к потерям в эффективности обнаружения или различения сигналов, а также к деформации корреляционной функции полезного сигнала, что, в свою очередь, ухудшает разрешающую способность и точность оценки параметров полезных сигналов [5, 16].

При режекции части спектра полезного сигнала происходит уменьшение амплитуды основного пика корреляционной функции, пропорциональное энергии режектируемого участка, и расширение основного пика корреляционной функции, обусловленное снижением эффективной полосы частот сигнала.

Следует отметить, что при ограниченных интервалах наблюдения (малых значениях N) выходные значения фильтровых каналов являются зависимыми, что снижает эффективность алгоритмов подавления узкополосных помех, рассчитанных на независимые выходные значения. Спектральные методы подавления узкополосных помех являются непараметрическими в том смысле, что относительно формы спектра мощности узкополосных помех не делается никаких априорных предположений.

При использовании ЛЧМ сигналов иногда используется специфический квазиоптимальный метод подавления узкополосных помех [51]. Этот метод заключается в предварительном преобразовании ЛЧМ сигнала в отрезок гармонического колебания, а узкополосной помехи — в ЛЧМ колебания. Это преобразование производится с помощью ЛЧМ гетеродина и перемножителя. После прохождения дисперсионной линии задержки узкополосная помеха превращается в импульсную, которая эффективно подавляется в ограничителе. В [51] указывается, что в подобной схеме мощность узкополосной помехи ослабляется в $\Delta f_c T_c$ раз, где Δf_c, T_c — соответственно ширина спектра и длительность полезного сигнала.

Примыкающим к спектральному методу является метод, основанный на представлении случайных стационарных помех с неизвестной формой спектра в виде набора квазидетерминированных помех, известных с точностью до амплитуды либо до амплитуды и начальной фазы. Здесь, как и в спектральном методе, используется разложение по системе базисных функций. В качестве последних могут быть взяты не обязательно гармонические функции. Иногда для представления как сигнала, так и помехи используется один и тот же ортогональный базис [52].

Представление случайных узкополосных помех в виде совокупности квазидетерминированных составляющих приводит к алгоритмам обнаружения сигналов компенсационного типа [27]. В компенсационных алгоритмах оценивается действительная либо комплексная амплитуда квазидетерминированных составляющих помехи с последующим вычитанием этих составляющих из наблюдаемых случайных величин.

Метод синтеза адаптивного нерекурсивного режекторного фильтра на основе данных спектрального анализа изложен в [53]. Вектор $\mathbf{G}'=(g_1, \ldots, g_N)$ весовых коэффициентов применительно к комплексному представлению процессов определяется как решение системы линейных уравнений

$$\mathbf{\Lambda}^* \mathbf{\Lambda} \mathbf{G} = \mathbf{\Lambda}^* \mathbf{R},$$

где

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} 1 & e^{j\omega_1 T} & \ldots & e^{j\omega_1 (N-1) T} \\ 1 & e^{j\omega_2 T} & \ldots & e^{j\omega_2 (N-1) T} \\ \cdot & & \cdot & \\ \cdot & & \cdot & \\ 1 & e^{j\omega_M T} & \ldots & e^{j\omega_M (N-1) T} \end{bmatrix}$$

— прямоугольная матрица размером $M\times N$.

$\mathbf{R}'=(R_1, \ldots, R_M)$ — M — вектор с компонентами

$R_k=1/S_k$, S_k — оценки энергетического спектра помехи на частотах ω_k, $k=1, \ldots, M$,

T — период дискретизации в фильтре.

Вектор $\mathbf{G}$ минимизирует средний квадрат модуля отклонения амплитудно-частотной характеристики режекторного фильтра от характеристики обратной спектру узкополосных помех. Этот метод может быть использован при неравномерном задании отсчетов спектра узкополосных помех.

Эффективность спектральных методов, как отмечается в [54], прямо пропорциональна длине отрезка анализируемого ряда. Следует отметить, что в последнее время наряду с традиционными непараметрическими методами оценки энергетического спектра случайных процессов, основанными на взвешенном дискретном преобразовании Фурье, применяются методы оценки спектров на основе временного анализа [55]. Эти методы, включая и метод максимальной энтропии, так или иначе сводятся к параметрическому представлению наблюдаемых случайных процессов в виде процессов авторегрессии [15] либо смешанных процессов авторегрессии-скользящего среднего (АРСС). В [56] отмечается высокая разрешающая способность оценки спектра методом максимальной энтропии, в [57] показана возможность повышения разрешающей способности при использовании более сложной модели АРСС.

Разрешающая способность параметрических методов спектрального анализа может быть сделана как угодно высокой и определяется отношением мощностей разрешаемых сигналов и шума [56].

Более высокие показатели разрешающей способности параметрических методов оценки спектров мощности случайных процессов по сравнению с методами, использующими ВДПФ, объясняются тем, что в параметрических методах учитывается априорная информация относительно наличия в спектре ярко выраженных экстремумов, обусловленных, например, гармоническими компонентами. Анализируя выражение для спектра мощности АР процесса, можно видеть, что для значений θ_k, удовлетворяющих для заданной частоты ω_0 условию $1-\sum_{k=1}^{W}\theta_k e^{-j\omega_0 k}\to 0$, наблюдаются резко выраженные экстремумы в спектре мощности. Так, для АР процесса первого порядка и частоты ω_0 пик спектра наблюдается при $\theta\to\exp j\omega_0$.

Высокая разрешающая способность параметрических методов спектрального анализа привлекла к ним внимание специалистов в области обнаружения сигналов [58]. Однако оказалось, что алгоритмы обнаружения гармонических сигналов на фоне белого шума с использованием спектрального анализа по методу максимальной энтропии уступают алгоритмам обнаружения на основе дискретного преобразования Фурье (ДПФ), причем потери возрастают с увеличением объема выборки. Действительно, алгоритм обнаружения гармонического сигнала на основе ДПФ является оптимальным алгоритмом по критерию отношения правдоподобия. При обнаружении гармонических сигналов на фоне небелого шума алгоритмы с использованием нелинейных параметрических методов спектрального анализа могут по эффективности превзойти алгоритмы обнаружения на основе ВДПФ, но их характеристики обнаружения весьма далеки от предельных.

Параметрическое представление стационарных случайных процессов в виде процессов АР либо АРСС позволяет с использова-

нием временного подхода решить задачу оптимального обнаружения сигналов на фоне указанных помех. Преимущества временного подхода при синтезе алгоритмов обнаружения сигналов на фоне помех с неизвестным спектром мощности по сравнению со спектральным проявляется при ограниченном объеме выборки и при условии, что предполагаемая модель узкополосных помех адекватно описывает реальные помехи.

В [59] рассмотрена задача обнаружения полностью известного сигнала на фоне окрашенного шума, моделируемого действительным процессом авторегрессии с неизвестными параметрами, по критерию максимального правдоподобия. В этой же работе дано сопоставление оптимального алгоритма с алгоритмом типа оценки-подстановки, в котором в решающую функцию алгоритма при известной корреляционной матрице помехи подставляется ее оценка. Алгоритм максимального правдоподобия для АР помехи первого порядка обеспечивает выигрыш 1 ... 5 дБ в значении порогового отношения сигнал-помеха по сравнению с алгоритмом «оценка-подстановка».

В [60] для задачи обнаружения некогерентных радиосигналов на фоне односвязной марковской помехи с неизвестными параметрами предложено решающее правило, обеспечивающее практическую стабилизацию ВЛО независимо от коэффициента корреляции помехи.

Структура асимптотически оптимального подобного алгоритма обнаружения гармонического сигнала с известной начальной фазой в нормальном шуме с неизвестными параметрами энергетического спектра дана в [11].

В случае негауссовского распределения узкополосных помех в алгоритмах, основанных на временном представлении сигналов и помех, линейный декоррелятор помех заменяется нелинейным [27], при этом выигрыш в пороговом отношении сигнал-помеха для логнормальной помехи может составлять 8 дБ и более. Как спектральный, так и временной подходы к синтезу алгоритмов обнаружения сигналов на фоне случайных помех с неизвестным спектром мощности интенсивно развиваются. Стимулом для развития спектральных методов послужило открытие и применение быстрого преобразования Фурье (БПФ). Однако и временные методы обработки сигналов получили на вооружение мощные вычислительные методы, например рекуррентную процедуру быстрого обращения теплицевых матриц корреляции[1].

7.3. Представление стационарных случайных помех с неизвестным спектром мощности

Теплицева ковариационная матрица. Пусть имеется дискретная конечная выборка $\mathbf{X}'=(X_1, \ldots, X_N)$ из стационарного комплексного нормального случайного процесса. Для многих практических случаев среднее значение такого процесса $M(X_i)=$

[1] **Trench W. F.** An algorithm for the inversion of finite Toeplitz matrices//J. Soc. Indust. Appl. Math. — 1964. — Vol. 12, N 3. — P. 515—522.