

$$\bar{n}_\lambda = \sum_{n=\lambda}^{\lambda-1} (n+1-n/M) P_{M, \lambda-1}(n). \quad (13.53)$$

Поскольку  $n_{\lambda-1} = \sum_{n=1}^{\lambda-1} n P_{M, \lambda-1}(n)$ , то из (13.53) получаем рекуррентную формулу  $\bar{n}_\lambda = \bar{n}_{\lambda-1}(1-1/M) + 1$ , причем  $\bar{n}_1 = 1$ . Вычисляя последовательно значения  $\bar{n}_k$ ,  $k=1, \lambda$ , можно найти, что

$$\bar{n}_\lambda = M(1-1/M)[1-(1-1/M)^{\lambda-1}] + 1. \quad (13.54)$$

В пределе из (13.54) имеем

$$\bar{n}_\lambda \approx M[1-(1-1/M)\exp(-(1-1/M)/M)]. \quad (13.55)$$

При  $M \gg 1$  и  $\lambda \gg 1$ , пренебрегая единицей по сравнению с этими величинами, из (13.55) получаем экспоненциальный закон (13.45). Следовательно, среднее число совпадений не зависит от выбора сигналов и совпадает со средним числом при случайных ДЧ сигналах. Дисперсия числа совпадений для оптимальных ДЧ сигналов не была найдена. Но есть основания считать, что ее закон изменения близок к изменению дисперсии (13.46). Во всяком случае с ростом  $\lambda$  дисперсия числа совпадений должна стремиться к нулю, так как вероятность поражения всех  $M$  элементов в свою очередь стремится к единице.

## 14. ОБНАРУЖЕНИЕ И АНАЛИЗ ШПС В УСЛОВИЯХ АПРИОРНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

### 14.1. Методы обнаружения и анализа ШПС в условиях априорной неопределенности

В последнее время за рубежом уделяется большое внимание обнаружению ШПС в условиях априорной неопределенности [87—90], когда ряд параметров ШПС (в том числе и закон модуляции или манипуляции) априорно неизвестен. При этом обнаружение ШПС может сочетаться с анализом (определением или измерением) неизвестных параметров ШПС. Обнаружение ШПС необходимо в тех случаях, когда надо установить факт работы широкополосной системы связи (ШСС) с ШПС, а обнаружение и анализ ШПС необходимы в тех случаях, когда надо либо извлечь передаваемую в ШСС информацию, либо создать наиболее эффективную помеху для подавления ШСС [87, 89].

Методы обнаружения и анализа ШПС во многом зависят от степени априорной неопределенности, которая имеет место в реальной задаче. Например, если неизвестны все параметры ШПС, в том числе диапазон частот, то поисковый приемник [91] должен производить поиск и обнаружение ШПС в широком диапазоне частот. В этом случае поисковый приемник представляет собой энергетический обнаружитель или радиометр. Если известна ширина спектра

ШПС, но неизвестна несущая частота, то можно применить либо одноканальный приемник с перестройкой частоты (последовательный анализ), либо многоканальный приемник (параллельный анализ) [91], причем ширина полосы канала (радиометра) должна быть равна ширине спектра ШПС. Если же известно, что в ШСС возможно применение нескольких ШПС с известной формой, то поисковый приемник будет многоканальным, а в каждом канале должен стоять согласованный фильтр для конкретного ШПС. Таким образом, методы обнаружения и анализа ШПС и их схемная реализация во многом зависят от априорной информации о ШСС. Вместе с тем основой для сравнения возможных методов обнаружения ШПС является энергетический обнаружитель или радиометр [91, 92]. Поэтому сначала будет рассмотрен именно такой обнаружитель, а затем и другие [87 ... 90].

### 14.2. Энергетический обнаружитель ШПС

Допустим, что априори известны диапазон частот, несущая частота и ширина спектра ШПС. Неизвестным является сам факт работы ШСС, а также неизвестны остальные параметры ШПС, в том числе и его форма. Положим, что мощность ШПС в точке приема  $P_c$ , а его спектральная плотность мощности

$$N_c = P_c/F. \quad (14.1)$$

Схема энергетического обнаружителя или радиометра приведена на рис. 14.1 [63, 93]. Полосовой фильтр (ПФ) имеет ширину полосы пропускания, равную ширине спектра ШПС. В качестве полосового фильтра обычно используется УПЧ. (Отметим, что на рис. 14.1 не показаны входная цепь, преобразователь частоты и гетеродин, входящие в реальный радиометр. Для выяснения особенностей обнаружения ШПС они не имеют принципиального значения.) За ПФ следует квадратичный детектор (КД), напряжение с выхода которого поступает на интегратор (И). В качестве интегратора используют фильтр нижних частот (ФНЧ). Напряжение

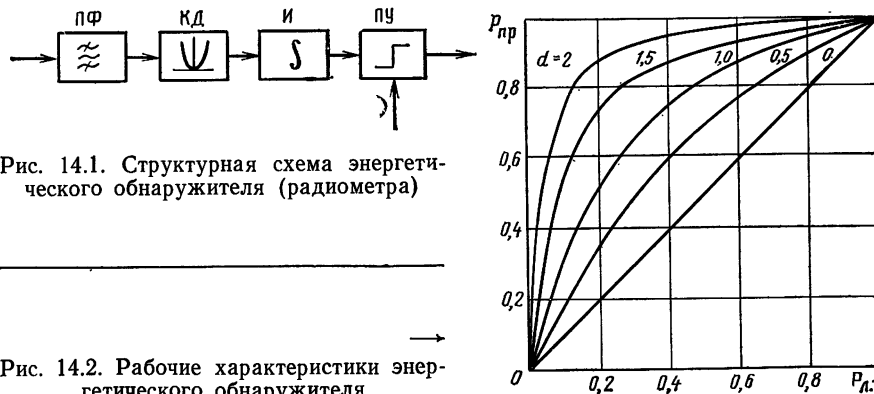


Рис. 14.1. Структурная схема энергетического обнаружителя (радиометра)

Рис. 14.2. Рабочие характеристики энергетического обнаружителя

с выхода интегратора поступает на вход порогового устройства (ПУ), где оно сравнивается с заранее установленным порогом. На выходе ПУ имеет место решение: есть ли ШПС или его нет. Постоянная времени интегратора (или постоянная времени ФНЧ) равна времени анализа  $T_a$ . С интервалом  $T_a$  производится принятие решения.

Прием ШПС производится на фоне собственных шумов радиометра, которые характеризуются спектральной плотностью мощности

$$N_0 = k T_0 (D - 1), \quad (14.2)$$

где  $k = 1,38 \cdot 10^{-13}$  Вт·с/гр — постоянная Больцмана,  $T_0 = 293^\circ \text{К}$  — комнатная температура в градусах Кельвина,  $D$  — коэффициент шума приемника.

Энергетический обнаружитель формирует величину [63, 93]

$$\xi^2 = \frac{1}{N} \int_0^{T_a} x^2(t) dt, \quad (14.3)$$

где  $x(t)$  — колебание на выходе полосового фильтра, и сравнивает величину  $\xi^2$  с некоторой константой [63]

$$\gamma^2 = 2(1 + N_0/N_c) \ln [c(1 + N_c/N_0)^{N/2}]. \quad (14.4)$$

В (14.4)  $c$  — пороговое значение, определяемое критерием приема ШПС, а

$$N = 2 F T_a \quad (14.5)$$

— число отсчетов процесса  $x(t)$  за время анализа  $T_a$ . Формула (14.5) соответствует теореме отсчетов Котельникова. По сути дела, энергетический обнаружитель производит обнаружение шумового сигнала или ШПС со спектральной плотностью мощности  $N_c$  (14.1) на фоне собственных шумов со спектральной плотностью мощности  $N_0$  (14.2).

Обнаружение ШПС при таких априорных условиях характеризуется [63] вероятностью ложных тревог и вероятностью пропуска сигнала:

$$P_{л.т} = 1 - \frac{\Gamma((N/2; \gamma^2/2))}{\Gamma(N/2)}, \quad (14.6)$$

$$P_{пр} = \frac{\Gamma\left(\frac{N}{2}, \frac{\gamma^2}{2} \cdot \frac{N_0}{N_c + N_0}\right)}{\Gamma(N/2)}, \quad (14.7)$$

где  $\Gamma(x)$ ,  $\Gamma(x, y)$  — гамма-функция и неполная гамма-функция соответственно. При малом отношении сигнал-шум на входе ( $N_c \ll N_0$ ), что обычно имеет место на практике, для уверенного обнаружения необходимо иметь большую выборку ( $N \gg 1$ ), т. е. большое время анализа. При этом формулы (14.6), (14.7) заменяются асимптотическими [63]:

$$P_{л.т} \approx 1 - F[(\gamma - \sqrt{N})\sqrt{2}], \quad (14.8)$$

$$P_{\text{пр}} \approx F \left[ \left( \gamma \sqrt{N_0 / (N_c + N_0)} - \sqrt{N} \right) \sqrt{2} \right], \quad (14.9)$$

где  $F(x)$  — интервал вероятности (7.5).

На рис. 14.2 приведены рабочие характеристики энергетического обнаружителя (зависимость правильного обнаружения ШПС  $1 - P_{\text{пр}}$  от вероятности ложных тревог  $P_{\text{лт}}$ ), которые определяются параметром обнаружения

$$d^2 = \frac{N}{2} \left( \frac{N_c}{N_0} \right)^2. \quad (14.10)$$

Параметр  $d^2$  является отношением сигнал-шум на выходе энергетического обнаружителя. Как следует из рисунка, чем больше  $d^2$ , тем больше вероятность правильного обнаружения ШПС  $1 - P_{\text{пр}}$  при заданной вероятности ложных тревог  $P_{\text{лт}}$ .

В случае критерия максимального правдоподобия порог  $c = 1$  [63], вероятности (14.8), (14.9) становятся равными друг другу и представляют собой вероятность ошибки

$$P_{\text{ош}} \approx 1 - F(d/2). \quad (14.11)$$

Чем больше  $d$ , тем меньше вероятность ошибки.

Для определения необходимого времени анализа ШПС положим, что параметр  $d$  задан. Заменим в (14.11) число отсчетов  $N$  согласно (14.5) и спектральную плотность мощности ШПС  $N_c$  согласно (14.1). В результате находим время анализа обнаружения ШПС при заданных характеристиках обнаружения

$$T_a = F d^2 (P_c / N_0)^{-2}. \quad (14.12)$$

Значение времени анализа (14.12) приведено также в работах [87, 88, 90]. Из (14.12) следует, что время анализа увеличивается с ростом ширины спектра ШПС, т. е. чем больше ширина спектра ШПС  $F$ , тем больше время анализа. Это объясняется тем, что с ростом ширины спектра ШПС уменьшается его спектральная плотность  $N_c$  в соответствии с (14.1). Хотя с ростом  $F$  растет число отсчетов (14.5), уменьшение спектральной плотности  $N_c$  изменяется согласно квадратичной зависимости (14.10). Из (14.12) следует также, что время анализа  $T_a$  увеличивается при увеличении требуемого отношения сигнал-шум на выходе  $d^2$  и при уменьшении отношения сигнал-шум на входе  $P_c / N_0$ , причем отношение  $P_c / N_0$  входит в степени «-2», что еще более увеличивает время анализа  $T_a$ . Вместе с тем отметим, что основным результатом, вытекающим из (14.12), является пропорциональное увеличение времени анализа (обнаружения) ШПС при увеличении ширины его спектра  $F$ . Таким образом, увеличение ширины спектра ШПС приводит к увеличению его энергетической скрытности. Перейдем к рассмотрению более сложных случаев обнаружения ШПС.

### 14.3. Оптимальный обнаружитель $m$ -ичной ШСС с ШПС

В работе [90] решена задача обнаружения  $m$ -ичной ШСС с ШПС. На рис. 14.3 представлена схема оптимального многоканального некогерентного обнаружителя [90] в предположении, что в