



## **АДАПТИВНО-РАЦИОНАЛЬНОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ: СУЩНОСТЬ, ЭТАПЫ, МОДЕЛИ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ**

**В.И. Тинякова**

ADAPTIVE-RATIONAL FORECASTING:  
ESSENCE, STAGES, MODELS  
OF TRANSIENT PROCESSES

Tinyakova V.I.

*The main ideas of an adaptive-rational forecasting of socio-economic processes are presented in the article. The mathematical apparatus providing its realization is suggested. One of the most important components of this apparatus is adaptive models of transient processes. The design level of reliability of forecasting estimations, computing with the help of these models, is reached by means of simultaneous using of factual and subjective information.*

*Излагаются основные идеи адаптивно-рационального подхода к прогнозированию социально-экономических процессов. Предлагается математический аппарат, обеспечивающий его реализацию. Важнейшей составляющей этого аппарата являются адаптивные модели переходных процессов. Требуемый уровень надежности получаемых с их помощью прогнозных оценок достигается за счет совместного использования информации фактографической и субъективной природы.*

УДК 681.3.07

### **1. Сущность адаптивно-рационального подхода к прогнозированию, актуальность его разработки**

Традиционно прогноз как вероятностное представление о перспективах изучаемого объекта в будущем позволял и позволяет менеджерам разных уровней увидеть основные ориентиры происходящих перемен, что дает им возможность своевременно оценить опасность рисков и угроз, а следовательно, принять упреждающие меры для избежания негативных последствий.

В настоящее время круг задач прогнозирования существенно расширился. Прогноз стал средством определения основных характеристик, приоритетов и направлений государственной экономической и социальной политики. Более того, в современных условиях на федеральном и региональном уровнях прогнозные разработки стали доминировать над плановыми. Об этом, в частности, свидетельствует Федеральный Закон «О государственном прогнозировании и программах социально-экономического развития Российской Федерации» от 20 июля 1995 года, который является правовым основанием для разработки прогнозов на всех уровнях управления.

Логическим следствием усиления роли прогнозирования в решении задач современного управления явилось повышение требований к обоснованности и надежности прогнозных оценок. Применение традиционных методов прогнозирования не обеспе-



чивает необходимого уровня надежности. Барьером для его достижения является неопределенность и отсутствие стабильности в социально-экономическом развитии России. В подобной ситуации адекватность в описании процессов достигается с помощью моделей, построение которых основано на адаптивных принципах. В отличие от традиционных, эти модели при отражении текущего состояния изучаемого объекта способны учитывать медленное, «в темпе дрейфа», изменение его динамических характеристик. Это превращает их в эффективный инструмент для прогнозирования и анализа процессов, характеризующих современную экономику.

Теоретическим фундаментом для построения методов адаптивного управления стали исследования Я.З. Цыпкина [11], В.Г. Сраговича [10], В.Н. Фомина, А.Л. Фрадкова, В.А. Якубовича [12], П.В. Куропаткина [5] и других. Предназначенные в основном для решения технических задач эти методы не могли корректно применяться в социально-экономическом прогнозировании. Создание аппарата адаптивного моделирования социально-экономических процессов было начато Р. Брауном, Р.Майером [13] и продолжено Н.С. Райбманом, В.М. Чадеевым [9], В.П. Бородюком, Э.К. Лецким [2], Ю.П. Лукашиным [7], Е.М. Левицким [6], П.А. Ивашенко [4], В.В. Давнисом [3] и другими.

Однако модели, наделенные адаптивными свойствами, решают вопросы надежности лишь в краткосрочных прогнозах. В оценках же долгосрочной перспективы должна присутствовать информация о тенденциях, которые динамика моделируемых процессов пока не отражает, но проявление этих тенденций ожидается. Информация подобного рода, как правило, качественная, а ее носителем является человек, обладающий способностью генерировать свои рациональные ожидания относительно будущего. Поэтому *требуемый уровень надежности можно обеспечить только с помощью тех адаптивных моделей, в которые инкорпорирована информация экспертного характера*. Аппарат, реализующий идею построения прогнозных моделей на основе

комбинирования адаптивного подхода и рациональных ожиданий (т.е. адаптивно-рациональный подход) до настоящего времени не разрабатывался. Заметим, что сам термин «адаптивно-рациональный» нами интерпретируется как «приспосабливающийся к разумному», а в практических расчетах в качестве рациональных ожиданий используются экспертные оценки относительно возможных вариантов развития прогнозируемого процесса.

### Этапы адаптивно-рационального моделирования прогнозных оценок

В укрупненном виде схема адаптивно-рационального моделирования реализуется в три этапа. *Первый этап* предполагает построение адаптивно-имитационной модели и проведение с ее помощью имитационных расчетов, результатом которых являются оценки эмпирических вероятностей правдоподобности альтернативных вариантов ожидаемых уровней прогнозируемого процесса.

После получения этих оценок начинается *второй этап* прогнозных расчетов, на котором применяется процедура экспертного опроса для формирования рациональных ожиданий. Существует несколько методов получения экспертной информации: дискуссия, анкетирование и интервьюирование, метод Дельфы, мозговой штурм. Для наших целей наиболее пригодным, пожалуй, является анкетирование, позволяющее провести независимый опрос экспертов по методике парного сравнения. Эта методика значительно упрощает работу эксперта. С ее помощью удастся получить наиболее объективную экспертную информацию относительно предпочтительности вариантов, полученных с помощью имитационных экспериментов. Кроме того, она удобна для компьютерной реализации, что является немаловажным фактом, так как экспертный опрос представляет собой обязательный элемент адаптивно-рационального моделирования и в компьютерном варианте рассматриваемой здесь модели должен осуществляться в интерактивном режиме.

*Третий этап* есть этап применения адаптивной модели для построения тракто-



рии, в которой в соответствии с заданной степенью доверия комбинируются прогнозные оценки фактографической и субъективной природы. На самом деле, адаптивность и рациональное разнообразие представлений о будущем превращают адаптивно-рациональную модель в гибкий инструмент для разработки прогнозных решений.

Таким образом, *составляющими* адаптивно-рационального моделирования являются: 1) адаптивно-имитационные модели [3]; 2) процедуры экспертного опроса [1]; 3) адаптивные модели переходных процессов. Математический аппарат, обеспечивающий практическую реализацию первых двух составляющих можно считать известным. Что касается третьей составляющей, то модели, позволяющие реализовать адаптивный переход с экстраполяционной траектории на ожидаемую экспертами (т.е. адаптивные модели переходных процессов) до настоящего времени в прогностике не разрабатывались.

### 3. Адаптивные модели переходных процессов

*Ключевой проблемой* в реализации идеи адаптивно-рационального прогнозирования является задача моделирования переходных процессов таким образом, чтобы степень доверия комбинированным прогнозным оценкам оставалась на максимально возможном уровне. Решение этой задачи, прежде всего, связано с формулировкой экстремальной задачи, в функционале которой предусматривалась бы возможность построения адаптивного механизма, обеспечивающего получение комбинированной прогнозной траектории с требуемым свойством.

**3.1. Адаптивная модель с количественными оценками рациональных ожиданий.** Положим, что в результате обработки исходных данных и дополнительных исследований мы имеем две последовательности прогнозных оценок  $\{y_i\}$  и  $\{\tilde{y}_i\}$ . Первая из них является итогом экстраполяционных расчетов и с течением времени степень доверия к ним снижается, а вторая – экспертного оценивания, к результатам которого степень доверия с увеличением глубины упреждения возрастает. Тогда экстремальную задачу, соответствующую этим предпо-

жениям, можно записать следующим образом:

$$\hat{\mathbf{B}}(t) = \text{Argmin} \left\{ \sum_{j=1}^t I^j a^{t-j} [y_j - \mathbf{x}_j \mathbf{B}(t)]^2 + \sum_{j=1}^t (1 - I^j) a^{t-j} [\tilde{y}_j - \mathbf{x}_j \mathbf{B}(t)]^2 \right\}, \quad (1)$$

где  $I$  – параметр, регулирующий степень доверия комбинированному прогнозу в зависимости от глубины упреждения ( $0 \leq I \leq 1$ );

$a$  – параметр экспоненциального сглаживания ( $0 < a < 1$ );

$\mathbf{x}_j = (1, x_{1j}, x_{2j}, \mathbf{K}, x_{mj})$  – вектор-строка значений фактор в момент времени  $j$ ;

$\mathbf{B}(t) = (b_0(t), b_1(t), \mathbf{K}, b_m(t))'$  – вектор-столбец коэффициентов адаптивной модели.

Первое слагаемое функционала задачи (1) представляет собой дважды взвешенную сумму квадратов отклонений расчетных значений от данных экстраполяционной траектории. С помощью параметра  $a$  в нем реализуется механизм «затухающей памяти» относительно старых тенденций, а с помощью параметра  $I$  – механизм, позволяющий постепенно с течением времени снижать долю «присутствия» экстраполяционной траектории в комбинированной.

Второе слагаемое устроено аналогично первому. В нем минимизируются отклонения расчетных значений от данных рациональных ожиданий. Причем, параметр  $I$  служит для постепенного увеличения степени влияния экспертных оценок на тенденции, реализуемые в комбинированной траектории.

Дифференцируя выражение в фигурных скобках (1) по  $\mathbf{B}(t)$  и приравнявая результат к нулю, получаем систему из  $m+1$  уравнения

$$-2 \sum_{j=1}^t g^j a^{t-j} [y_j - \mathbf{x}_j \mathbf{B}(t)] \mathbf{x}_j' - 2 \sum_{j=1}^t (1 - I^j) a^{t-j} [\tilde{y}_j - \mathbf{x}_j \mathbf{B}(t)] \mathbf{x}_j' = 0. \quad (2)$$



Преобразуем систему, перенеся в правую часть те слагаемые, которые не содержат оцениваемых параметров, и после перегруппировки запишем ее следующим образом:

$$\sum_{j=1}^t a^{t-j} \mathbf{x}'_j \mathbf{x}_j \mathbf{B}(t) = \sum_{j=1}^t a^{t-j} \mathbf{x}'_j [I^j y_j + (1-I^j) \tilde{y}_j]. \quad (3)$$

Если ввести обозначения

$$\mathbf{Y}_t = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \mathbf{M} \\ y_t \end{pmatrix}, \quad \mathbf{X}_t = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & \mathbf{L} & x_{1m} \\ 1 & x_{21} & \mathbf{L} & x_{2m} \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ 1 & x_{t1} & \mathbf{L} & x_{tm} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$\mathbf{L}_t = \begin{pmatrix} a^{t-1} & 0 & \mathbf{L} & 0 \\ 0 & a^{t-2} & \mathbf{L} & 0 \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ 0 & 0 & \mathbf{L} & a^0 \end{pmatrix},$$

$$\Lambda_t = \begin{pmatrix} I^1 & 0 & \mathbf{L} & 0 \\ 0 & I^2 & \mathbf{L} & 0 \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ 0 & 0 & \mathbf{L} & I^t \end{pmatrix}, \quad (5)$$

то в матричной форме система (3) переписывается в виде:

$$(\mathbf{X}'_t \mathbf{L}_t \mathbf{X}_t) \mathbf{B}(t) = \mathbf{X}'_t \mathbf{L}_t [\Lambda_t \mathbf{Y}_t + (\mathbf{I} - \Lambda_t) \tilde{\mathbf{Y}}_t]. \quad (6)$$

Ее решение можно представить как

$$\hat{\mathbf{B}}(t) = (\mathbf{X}'_t \mathbf{L}_t \mathbf{X}_t)^{-1} \{ \mathbf{X}'_t \mathbf{L}_t [\Lambda_t \mathbf{Y}_t + (\mathbf{I} - \Lambda_t) \tilde{\mathbf{Y}}_t] \}. \quad (7)$$

Выделив последнее наблюдение в отдельное слагаемое и используя формулу рекуррентного обращения матриц Шермана – Мориссона [8], запишем формулу для оценивания коэффициентов адаптивной модели переходного процесса

$$\hat{\mathbf{B}}(t) = \left[ \frac{1}{a} \mathbf{C}_{t-1}^{-1} - \frac{1}{a^2} \frac{\mathbf{C}_{t-1}^{-1} \mathbf{x}'_t \mathbf{x}_t \mathbf{C}_{t-1}^{-1}}{\mathbf{x}_t \mathbf{C}_{t-1}^{-1} \mathbf{x}'_t + 1} \right] \times$$

$$\times \left\{ a \mathbf{X}'_{t-1} \Lambda_{t-1} [\Lambda_{t-1} \mathbf{Y}_{t-1} + (\mathbf{I} - \Lambda_{t-1}) \tilde{\mathbf{Y}}_{t-1}] + \right. \quad (8)$$

$$\left. + \mathbf{x}'_t [I^t y_t + (1-I^t) \tilde{y}_t] \right\},$$

где  $\mathbf{C}_{t-1} = \mathbf{X}'_{t-1} \mathbf{L}_{t-1} \mathbf{X}_{t-1}$ .

После несложных преобразований (8) получаем окончательную формулу для ре-

куррентного вычисления коэффициентов  $\mathbf{B}(t)$ :

$$\hat{\mathbf{B}}(t) = \hat{\mathbf{B}}(t-1) + \frac{\mathbf{C}_{t-1}^{-1} \mathbf{x}'_t}{\mathbf{x}_t \mathbf{C}_{t-1}^{-1} \mathbf{x}'_t} \times$$

$$\times \left\{ [I^t y_t + (1-I^t) \tilde{y}_t] - \mathbf{x}_t \hat{\mathbf{B}}(t-1) \right\} \quad (9)$$

Начальные значения  $\mathbf{B}(0)$  и  $\mathbf{C}_0^{-1}$  определяются по данным ретроспективного периода с помощью МНК. Оптимальное значение параметра сглаживания  $a$  подбирается с использованием постпрогнозных расчетов на контрольной выборке, в качестве которой, как правило, используются последние наблюдения ретроспективного ряда. Задача подбора оптимального значения параметра  $I$  не может быть решена по аналогии с параметром  $a$ , так как, в принципе, нельзя получить данные для сравнения с постпрогнозными расчетами.

Четких рекомендаций по его подбору нет. Однако если предположить, что степень доверия экстраполяционным данным в начале упреждающего периода равна степени доверия рациональным ожиданиям в конце упреждающего периода, то значение параметра  $I$  определяется из уравнения  $1-I^t = I$ , где  $t$  – длина периода упреждения. В тех случаях, когда абсолютным доверием пользуется только одна из траекторий,  $I$  принимает соответственно значения 0 или 1.

Таким образом, в общем виде адаптивная модель для расчета комбинированной траектории выглядит следующим образом:

$$\hat{y}_{t+1} = \mathbf{x}_{t+1} \hat{\mathbf{B}}(t) \quad (10)$$

$$\hat{\mathbf{B}}(t+1) = \hat{\mathbf{B}}(t) +$$

$$\hat{\mathbf{B}}(t+1) = \hat{\mathbf{B}}(t) + \frac{\mathbf{C}_t^{-1} \mathbf{x}'_{t+1}}{\mathbf{x}_{t+1} \mathbf{C}_t^{-1} \mathbf{x}'_{t+1} + a} \times$$

$$\times \left\{ [I^{t+1} y_{t+1} + (1-I^{t+1}) \tilde{y}_{t+1}] - \mathbf{x}_{t+1} \hat{\mathbf{B}}(t) \right\} \quad (11)$$

$$\mathbf{C}_{t+1}^{-1} = \frac{1}{a} \left[ \mathbf{C}_t^{-1} - \frac{\mathbf{C}_t^{-1} \mathbf{x}'_{t+1} \mathbf{x}_{t+1} \mathbf{C}_t^{-1}}{\mathbf{x}_{t+1} \mathbf{C}_t^{-1} \mathbf{x}'_{t+1} + a} \right]. \quad (12)$$



**3.2. Адаптивная модель с рациональными ожиданиями в виде регрессионной зависимости.** Модель (10)-(12) используется для адаптивно-рационального моделирования прогнозных оценок в тех случаях, когда в качестве рациональных ожиданий непосредственно рассматриваются экспертные оценки. Если же считать, что в своих оценках эксперты руководствовались некой моделью и в адаптивно-рациональных прогнозах следует учесть не сами экспертные оценки, а тенденцию, в соответствии с которой они были сформированы, то возникает проблема восстановления этой тенденции. Такая ситуация обычна для регрессионного анализа и при наличии достаточных информационных возможностей экспертные оценки могут аппроксимироваться регрессионным уравнением

$$y_t = \mathbf{x}_t \hat{\mathbf{B}}, \quad t = \overline{1, t}, \quad (13)$$

которое используется при построении адаптивно-рациональной модели.

Модель, ориентированная на использование тенденций, в соответствии с которыми формировались рациональные ожидания, естественно, должна отличаться от только что рассмотренной. Это отличие, прежде всего, касается второго слагаемого квадратичного функционала. Оно, по идее, должно представлять собой дважды взвешенную сумму квадратов отклонений расчетных значений от соответствующих значений, определяемых построенным уравнением регрессии (13), а саму экстремальную задачу можно записать в виде

$$\hat{\mathbf{B}}(t) = \text{Argmin} \left\{ \sum_{j=1}^t I^j a^{t-j} [y_j - \mathbf{x}_j \mathbf{B}(t)]^2 + \sum_{j=1}^t (1 - I^j) a^{t-j} [\mathbf{x}_j \hat{\mathbf{B}} - \mathbf{x}_j \mathbf{B}(t)]^2 \right\}. \quad (14)$$

При записи этого функционала использованы те же самые обозначения, что и в функционале (1), кроме вектора  $\hat{\mathbf{B}}$ , который представляет собой коэффициенты регрессионного уравнения (13).

Полученная после дифференцирования (14) система линейных уравнений может быть переписана с использованием обозна-

чений (4), (5) в виде

$$(\mathbf{X}'_t \mathbf{L}_t \mathbf{X}_t) \mathbf{B}(t) = \mathbf{X}'_t \mathbf{L}_t \mathbf{Y}_t + \mathbf{X}'_t (\mathbf{I} - \mathbf{L}_t) \mathbf{L}_t \mathbf{X}_t \hat{\mathbf{B}}. \quad (19)$$

Проводя преобразования, аналогичные рассмотренным выше, получим выражение

$$\hat{\mathbf{B}}(t) = \hat{\mathbf{B}}(t-1) + \frac{1}{a} \mathbf{C}_{t-1}^{-1} \mathbf{x}'_t \left[ 1 - \frac{\mathbf{x}_t \mathbf{C}_{t-1}^{-1} \mathbf{x}'_t}{\mathbf{x}_t \mathbf{C}_{t-1}^{-1} \mathbf{x}'_t + a} \right] \times \\ \times [I^t y_t + (1 - I^t) \mathbf{x}_t \hat{\mathbf{B}}] - \\ - \frac{\mathbf{C}_{t-1}^{-1} \mathbf{x}'_t}{\mathbf{x}_t \mathbf{C}_{t-1}^{-1} \mathbf{x}'_t + a} \mathbf{x}_t \hat{\mathbf{B}}(t-1), \quad (20)$$

которое после приведения к общему знаменателю и представления  $\mathbf{x}_t \hat{\mathbf{B}}(t-1)$  в виде

$$\mathbf{x}_t \hat{\mathbf{B}}(t-1) = I^t \mathbf{x}_t \hat{\mathbf{B}}(t-1) + (1 - I^t) \mathbf{x}_t \hat{\mathbf{B}}(t-1) \quad (21)$$

позволяет записать окончательную формулу для пересчета текущих коэффициентов регрессии

$$\hat{\mathbf{B}}(t) = \hat{\mathbf{B}}(t-1) + I^t \frac{\mathbf{C}_{t-1}^{-1} \mathbf{x}'_t}{\mathbf{x}_t \mathbf{C}_{t-1}^{-1} \mathbf{x}'_t + a} [y_t - \mathbf{x}_t \hat{\mathbf{B}}(t-1)] + \\ + (1 - I^t) \frac{\mathbf{C}_{t-1}^{-1} \mathbf{x}'_t}{\mathbf{x}_t \mathbf{C}_{t-1}^{-1} \mathbf{x}'_t + a} [\mathbf{x}_t (\hat{\mathbf{B}} - \hat{\mathbf{B}}(t-1))]. \quad (22)$$

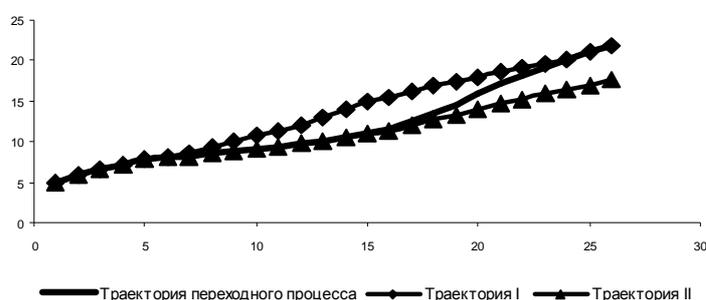
Полученная рекуррентная формула адаптивного механизма регрессионной модели содержит два корректирующих слагаемых, первое из которых является реакцией модели на ошибку прогнозирования, а второе – реакцией на несовпадение текущих коэффициентов с коэффициентами модели экспертных ожиданий. Адаптивная модель для этого случая имеет вид

$$\hat{y}_{t+1} = \mathbf{x}_{t+1} \hat{\mathbf{B}}(t) \quad (23)$$

$$\hat{\mathbf{B}}(t+1) = \hat{\mathbf{B}}(t) + I^{t+1} \frac{\mathbf{C}_t^{-1} \mathbf{x}'_{t+1}}{\mathbf{x}_{t+1} \mathbf{C}_t^{-1} \mathbf{x}'_{t+1} + a} [y_{t+1} - \mathbf{x}_{t+1} \hat{\mathbf{B}}(t)] + \\ + (1 - I^{t+1}) \frac{\mathbf{C}_t^{-1} \mathbf{x}'_{t+1}}{\mathbf{x}_{t+1} \mathbf{C}_t^{-1} \mathbf{x}'_{t+1} + a} [\mathbf{x}_{t+1} (\hat{\mathbf{B}} - \hat{\mathbf{B}}(t))] \quad (24)$$

$$\mathbf{C}_{t+1}^{-1} = \frac{1}{a} \left[ \mathbf{C}_t^{-1} - \frac{\mathbf{C}_t^{-1} \mathbf{x}'_{t+1} \mathbf{x}_{t+1} \mathbf{C}_t^{-1}}{\mathbf{x}_{t+1} \mathbf{C}_t^{-1} \mathbf{x}'_{t+1} + a} \right]. \quad (25)$$

**3.3. Графическая иллюстрация результатов моделирования.** Графическая иллюстрация результатов моделирования переходного процесса, полученных с использованием выведенных здесь рекуррентных соотношений, представлена на рис. 1.



**Рис. 1. Прогнозные траектории развития экономического процесса**

На представленном графике легко выделяются четыре участка: ретроспективный и три прогнозных, характеризующих ожидаемые траектории развития экономического процесса. На первом из трех прогнозных абсолютным доверием пользуется экстраполяция, на втором – предпочтение отдается траектории, реализующей переходной процесс, и, наконец, на третьем участке абсолютное доверие смещается к экспертным оценкам.

#### 4. Сравнительные расчеты по адаптивным моделям переходных процессов

Несмотря на то, что в основу построения моделей (10)-(12) и (23)-(25) положены одни и те же идеи, применяются они в разных ситуациях. Первая модель, как правило,

используется в тех случаях, когда не удастся получить формального представления о тенденциях рациональных ожиданий, а сами рациональные ожидания не что иное, как количественные оценки прогнозируемых показателей. Вторую модель рекомендуется использовать там, где, в принципе, количественные оценки могут даже отсутствовать, но есть модель, которой якобы руководствуются эксперты. Чтобы убедиться в том, что эти модели, действительно, могут приводить к разным результатам при использо-

вании ~~однако~~ ~~одного~~ ~~набора~~ ~~данных~~, ~~проблема~~ ~~дем~~ сравнительные расчеты на условном примере. Исходные данные, характеризующие динамику величины чистой прибыли и затратных факторов торговой компании, представлены в табл. 1.

Первые семь наблюдений исходных данных были использованы для получения начальных значений адаптивной многофакторной регрессионной модели

$$B(0) = \begin{pmatrix} 231,9220 \\ 1,3900 \\ -0,0701 \end{pmatrix},$$

$$C_0 = \begin{pmatrix} 4,3258 & -0,0323 & 0,0180 \\ -0,0323 & 0,0005 & -0,0005 \\ 0,0180 & -0,0005 & 0,0006 \end{pmatrix}.$$

Таблица 1

#### Динамика показателей торговой компании

| № периода | Чистая прибыль, тыс. руб. | Затраты на рекламу, тыс. руб. | Затраты на хранение, тыс. руб. |
|-----------|---------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 1         | 488,23                    | 190,99                        | 130,82                         |
| 2         | 451,42                    | 161,66                        | 74,36                          |
| 3         | 510,41                    | 207,32                        | 138,24                         |
| 4         | 553,23                    | 238,29                        | 141,44                         |
| 5         | 548,93                    | 235,95                        | 156,32                         |
| 6         | 568,88                    | 251,99                        | 189,92                         |
| 7         | 412,29                    | 134,49                        | 93,74                          |
| 8         | 576,93                    | 192,97                        | 114,06                         |
| 9         | 708,64                    | 232,85                        | 135,29                         |
| 10        | 602,91                    | 167,39                        | 94,25                          |



По оставшимся трем наблюдениям с использованием постпрогнозных расчетов был настроен параметр адаптации  $a$ . Его оптимальное значение оказалось равным 0,01. Динамика коэффициентов адаптивной регрессионной модели, рассчитанных при  $a^* = 0,01$ , приведена в табл.

Таблица 2

**Динамика коэффициентов адаптивной  
многофакторной модели**

| Параметры | Время    |          |          |
|-----------|----------|----------|----------|
|           | $t = 8$  | $t = 9$  | $t = 10$ |
| $b_0$     | 285,5876 | 174,0371 | 285,3286 |
| $b_1$     | 2,8947   | 4,7260   | 4,3583   |
| $b_2$     | -2,3765  | -4,1878  | -4,3743  |

Коэффициенты адаптивной регрессии для  $t = 10$  были приняты за начальные значения адаптивной модели переходных процессов, а само регрессионное уравнение использовалось для получения экстраполяционных прогнозных оценок. В качестве факторов при проведении этих расчетов были приняты плановые затраты на хранения и рекламу. Все эти величины приведены в табл. 3. Кроме того, в эту таблицу включены

экспертные оценки I и II. Экспертные оценки I представляют собой обобщенные результаты экспертного опроса относительно ожидаемого уровня чистой прибыли, а экспертные оценки II являются расчетными значениями уравнения

$$y = 266,1523 + 3,3577x_1 - 1,8878x_2,$$

полученного как регрессия ожидаемой экспертами прибыли на планируемые затраты.

Данные табл. 3 использовались в качестве исходных для расчета коэффициентов адаптивной модели переходных процессов, динамика которых представлена в табл. 4. В модели переходных процессов с помощью дополнительного параметра  $g = 0,7$  [3] регулировался уровень реакции на ошибки прогнозирования.

Фактически в табл. 4 представлены значения текущих коэффициентов четырех моделей. Две первых применялись для расчета прогноза с начальным уровнем доверия экстраполяционным оценкам  $I = 0,6$ , а две последних – с уровнем доверия  $I = 0,9$ . При каждом уровне доверия для получения комбинированной траектории использовались модель I (10)-(12) и модель II (23)-(25).

Таблица 3

**Исходные данные для построения адаптивной модели переходного процесса**

| Время    | Затраты на рекламу, тыс. руб. | Затраты на хранение, тыс. руб. | Ожидаемая чистая прибыль, тыс. руб. |                     |                      |
|----------|-------------------------------|--------------------------------|-------------------------------------|---------------------|----------------------|
|          |                               |                                | Экстраполяционные оценки            | Экспертные оценки I | Экспертные оценки II |
| $t = 11$ | 204,93                        | 127,92                         | 618,91                              | 698,23              | 712,77               |
| $t = 12$ | 198,56                        | 102,51                         | 648,30                              | 722,89              | 739,35               |
| $t = 13$ | 234,71                        | 131,56                         | 660,78                              | 786,67              | 805,89               |
| $t = 14$ | 211,71                        | 119,57                         | 684,99                              | 796,44              | 751,30               |
| $t = 15$ | 236,74                        | 133,57                         | 732,83                              | 813,99              | 808,91               |



Таблица 4

## Динамика коэффициентов адаптивной модели переходных процессов

| Уровень доверия | Модель | Параметры | Время    |          |          |          |          |
|-----------------|--------|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|
|                 |        |           | $t = 11$ | $t = 12$ | $t = 13$ | $t = 14$ | $t = 15$ |
| $I = 0,6$       | I      | $b_0$     | 300,9379 | 269,7979 | 180,7640 | 722,0867 | 415,5484 |
|                 |        | $b_1$     | 3,1105   | 3,6103   | 4,1225   | -3,3627  | -10,3667 |
|                 |        | $b_2$     | -2,3237  | -2,8810  | -3,0046  | 6,2349   | 21,1998  |
|                 | II     | $b_0$     | 303,8024 | 243,7292 | 135,9068 | 386,4274 | 186,1166 |
|                 |        | $b_1$     | 2,8815   | 3,8457   | 4,4660   | 1,0019   | -3,5749  |
|                 |        | $b_2$     | -1,9474  | -3,0225  | -3,1722  | 1,1038   | 10,8828  |
| $I = 0,9$       | I      | $b_0$     | 291,0117 | 354,2388 | 392,0664 | 749,0811 | 336,9973 |
|                 |        | $b_1$     | 3,9040   | 2,8891   | 2,6715   | -2,2652  | -11,6807 |
|                 |        | $b_2$     | -3,6277  | -2,4962  | -2,4437  | 3,6500   | 23,7675  |
|                 | II     | $b_0$     | 291,7254 | 346,7635 | 462,4788 | 736,6041 | 267,3906 |
|                 |        | $b_1$     | 3,8470   | 2,9635   | 2,2978   | -1,4927  | -12,2135 |
|                 |        | $b_2$     | -3,5340  | -2,5490  | -2,3884  | 2,2905   | 25,1970  |

Таблица 5

## Результаты расчетов ожидаемой чистой прибыли, тыс. руб. (модели I, II)

| Уровень доверия | № варианта | Время    |          |          |          |          |
|-----------------|------------|----------|----------|----------|----------|----------|
|                 |            | $t = 11$ | $t = 12$ | $t = 13$ | $t = 14$ | $t = 15$ |
| $I = 0,6$       | I          | 641,12   | 691,33   | 753,07   | 755,68   | 793,01   |
|                 | II         | 645,19   | 697,50   | 766,79   | 730,52   | 793,41   |
| $I = 0,9$       | I          | 627,00   | 672,02   | 697,61   | 705,96   | 746,35   |
|                 | II         | 628,01   | 673,91   | 687,59   | 694,46   | 741,53   |

Окончательные результаты в виде четырех вариантов прогнозных расчетов приведены в табл. 5.

Анализ результатов показывает, что от параметра уровня доверия в значительной степени зависят прогнозные оценки. Это различие легко обнаруживается на графиках рис. 2 и рис. 3, отражающих динамику ожидаемой чистой прибыли. При  $I = 0,6$  прогнозные оценки переходных процессов достаточно быстро достигают тенденции развития, предсказанной экспертами, в то время как при  $I = 0,9$  в комбинированной траектории продолжает доминировать экстрапо-

ляционная тенденция. Поэтому вопросу определения значения этого параметра следует уделять пристальное внимание, тем более что формальная процедура его оптимального выбора, практически, отсутствует.

Расчеты, полученные по первой и второй модели, отличаются друг от друга незначительно. И все же между прогнозными траекториями этих моделей есть различие, и есть объяснение этому различию. Суть его сводится к тому, что в экспертных оценках II учитывается возможное влияние факторов, а это равносильно использованию дополнительной информации, способствующей повышению их объективности.

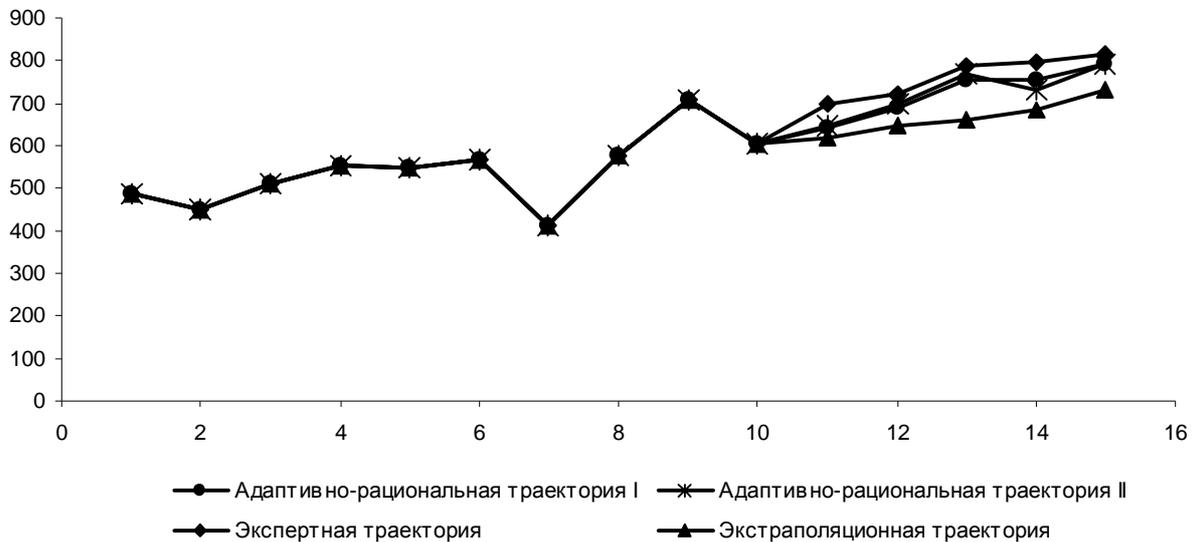


Рис. 2. Динамика ожидаемой чистой прибыли ( $I = 0,6$ ).

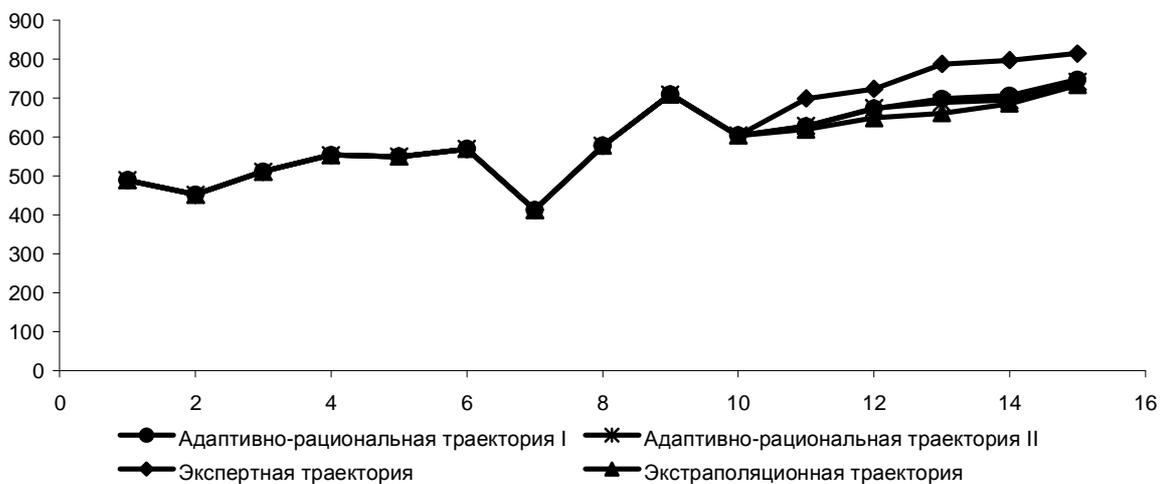


Рис. 3. Динамика ожидаемой чистой прибыли ( $I = 0,9$ ).

### 5. Выводы

Обобщая результаты проведенного вычислительного эксперимента, следует сделать ряд выводов относительно возможности использования разработанных нами моделей для построения комбинированных прогнозных траекторий.

Во-первых, с помощью введенного в эти модели параметра  $I$ , регулирующего степень доверия, удается достаточно эффек-

тивно управлять процессом комбинирования инерционных тенденций и тенденций рациональных ожиданий. В тоже время специфическая роль этого параметра и отсутствие объективной информации, позволяющей оптимизировать выбор  $I$ , ориентирует на проведение большого числа экспериментальных расчетов, оставляя пока вопрос о его определении в субъективной плоскости.

Во-вторых, несмотря на то, что обе разработанные модели дают, практически,



одни и те же прогнозные оценки, однако условия их применения различны. Первая модель (10)-(12) применяется в тех ситуациях, когда удастся получить экспертные оценки непосредственно в количественном виде. В отличие от первой, вторая модель (23)-(25) позволяет проводить расчеты тогда, когда исследователь располагает не количественными оценками, а некой параметрической моделью рациональных ожиданий относительно тенденций изменения прогнозируемого показателя. Обычно эта модель представляет собой регрессионную зависимость, отражающую отличные от ретроспективного периода закономерности развития моделируемого процесса.

В-третьих, адаптивность разработанных моделей позволяет эффективно реализовать процедуру получения прогнозных оценок для тех перспективных периодов, в которых ожидается смена тенденций.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бешелев С.Д. Математико-статистические методы экспертных оценок / С.Д. Бешелев, Ф.Г. Гурвич. – М.: Статистика, 1980. – 263 с.
2. Бородюк В.П. Статистическое описание промышленных объектов / В.П. Бородюк, Э.К. Лецкий. – М.: Энергия, 1971. – 112 с.
3. Давнис В.В. Адаптивное прогнозирование: модели и методы / В.В. Давнис. – Воронеж: Изд-во Воронежского госуниверситета, 1997. – 196 с.
4. Иващенко П.А. Адаптация в экономике / П.А. Иващенко. – Х.: Вища шк. Изд-во при Харьк. ун-те, 1986. – 144 с.
5. Куропаткин П.В. Оптимальные и адаптивные системы / П.В. Куропаткин. – М.: Высш. школа, 1980. – 287 с.
6. Левицкий Е.М. Адаптация и моделирование экономических систем / Е.М. Левицкий. – Новосибирск: Наука, 1978. – 208 с.
7. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов / Ю.П. Лукашин. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 416 с.
8. Ортега Дж. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными / Дж. Ортега, В. Рейнболдт. – М.: Мир, 1975.
9. Райбман Н.С. Адаптивные модели в системах управления / Н.С. Райбман, В.М. Чадаев. – М.: Советское радио, 1966. – 157 с.
10. Срагович В.Г. Теория адаптивных систем / В.Г. Срагович. – М.: Наука, 1976. – 320 с.
11. Цыпкин Я.З. Адаптация и обучение в автоматических системах / Я.З. Цыпкин. – М.: Наука, 1968. – 400 с.
12. Фомин В.Н. Адаптивное управление динамическими объектами / А.Л. Фрадков, В.А. Якубович. – М.: Наука, 1981. – 448 с.
13. Brown R.G., Meyer R.F. The Fundamental Theorem of Exponential Smoothing // Operation Research. – 1961. – Vol. 5. – № 5.

#### Об авторе

**Тинякова Виктория Ивановна**, кандидат экономических наук, преподаватель кафедры информационных технологий и математических методов в экономике экономического факультета Воронежского государственного университета.