А. В. Воронцовский[1]

докт. экон. наук, профессор кафедры экономической кибернетики Санкт-Петербургского государственного университета

А. Ю. Дикарев[2]

аспирант кафедры экономической кибернетики Санкт-Петербургского государственного университета

Т. Д. Ахобадзе[3]

аспирант кафедры экономической кибернетики Санкт-Петербургского государственного университета

ПРИМЕНЕНИЕ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ОБОСНОВАНИЯ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОГРАММ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

В настоящее время особую актуальность приобретает развитие методов обоснования инвестиционных программ, связанное как с применением новых алгоритмов получения допустимых решений, так и учетом факторов неопределенности и риска. Одно из направлений в этой области основано на применении метолов имитационного компьютерного моделирования для определения решений и анализа их устойчивости.

В данной статье обращается внимание на применение так называемого генетического алгоритма как одного из современных методов решения сложных дискретных оптимизационных задач, который основан на применении последовательного преобразования наборов допустимых планов модели планирования инвестиционных программ в режиме имитации. Предлагаются подходы к обоснованию условий снижения влияния факторов риска. Предлагается применение методов имитационного моделирования на основе представленных экономико-математических моделей. Одна из задач работы состоит в том, чтобы показать возможности реализации предлагаемых методов и алгоритмов на примере построения оптимальной программы из нескольких инвестиционных проектов, относящихся к сфере туристического бизнеса в Северо-Западном регионе.

Генетический алгоритм как метод эффективного решения задачи формирования оптимальной инвестиционной программы

В качестве примера рассмотрим модифицированную бинарную многоступенчатую задачу формирования оптимальной инвестиционной программы, или

---

[1] Эл. адрес: a.vorontsovskiy@econ.pu.ru
[2] Эл. адрес: audpt@rambler.ru
[3] Эл. адрес: atd_spb@list.ru

распределения инвестиционно-финансовых ресурсов Хакса—Вайнгартнера (Блех, Гетце, 1997).

Предпосылки задачи формирования оптимальной инвестиционной программы подобного типа следующие: исходные данные задачи полностью определены; известно конечное число независимых, неделимых и не исключающих друг друга инвестиционных проектов, которые представлены в виде денежных потоков; компоненты денежных потоков характеризуют затраты или доходы за соответствующий период, пересчитанные к началу этого периода; заданы сроки эксплуатации инвестиционных проектов и безрисковые ставки краткосрочных финансовых инвестиций; для всех учитываемых периодов времени должно выполняться условие ликвидности; критерием оптимальности является максимизация конечного состояния инвестора. В процессе решения задачи необходимо найти порядок реализации инвестиционных проектов за указанный период и обеспечить максимум состояния финансовых средств инвестора в конце планового периода.

Для математической формулировки задачи введем следующие обозначения: T — число лет в периоде планирования; m — число рассматриваемых инвестиционных альтернатив; t — индекс периода времени, $t = 1, ..., T$; i — индекс инвестиционной альтернативы, $i = 1, ..., m$; M_0 — начальный капитал инвестора; M_t — состояние финансовых средств инвестора в момент времени t; g_t — прогнозируемая на период t безрисковая ставка процента; Z_{mT} — матрица денежных потоков по инвестиционным проектам размерности $m \times T$; z_{it} — компонента денежного потока инвестиционного проекта i в период t; x_{it} — бинарная переменная, определяющая начало реализации инвестиционного объекта i в период t в инвестиционной программе, если проект реализован, то $x_{it} = 1$, если нет, то $x_{it} = 0$; X_{mT} — матрица бинарных переменных размерности $m \times T$.

Объемы финансовых средств в различные периоды времени зависимы между собой. Для описания этой зависимости используются следующие рекуррентные соотношения:

$$M_1 = \left(M_0 + \sum_{i=1}^{m} x_{i1} z_{i1}\right)(1 + g_1); \tag{1}$$

$$M_t = \left(M_{t-1} + \sum_{k=1}^{t} \sum_{i=1}^{m} x_{i,k} z_{i,t-k+1}\right)(1 + g_t),\ t = 2, ..., T - 1. \tag{2}$$

Тогда формально задача формирования оптимальной инвестиционной программы примет следующий вид:

$$\begin{cases} M_T = M_{T-1} + \sum\limits_{k=1}^{T-1} \sum\limits_{i=1}^{m} x_{i,k} z_{i,T-k+1} \to \max; & (3) \\ M_t = \left(M_{t-1} + \sum\limits_{k=1}^{t} \sum\limits_{i=1}^{m} x_{i,k} z_{i,t-k+1}\right)(1 + g_t) \geqslant 0,\ t = 1, ..., T - 1 & (4) \\ x_{it} = \{0, 1\};\ i = 1, ..., m;\ t = 1, ..., T; & (5) \\ \sum\limits_{i=1}^{m} x_{it} \leqslant 1;\ i = 1, ..., m. & (6) \end{cases}$$

Следует отметить, что в целевой функции не используется коэффициент $(1 + g_T)$, так как он не влияет на процесс поиска решения. Оптимальный план задачи представляет собой матрицу реализации инвестиционных проектов в определенные периоды, позволяющую обеспечить инвестору наибольшее количество финансовых средств на конец рассматриваемого периода.

Предложенная задача (1)—(6), как задача целочисленного программирования с бинарными переменными, может не иметь алгоритма нахождения точного решения за определенное время. Для решения подобных задач существует множество алгоритмов поиска приближенных решений (см.: Mirchandani, Francis, 1990). На практике количество рассматриваемых одновременно инвестиционных альтернатив на длительную перспективу в пределах 10—15 лет в крупных компаниях зачастую превышает 100, а в малых и средних компаниях достигает 20—30, тогда возникает задача большой размерности и требуется применение специальных приближенных методов ее решения (Aarts, Lenstra, 1997). Среди них можно отметить семейство генетических алгоритмов, которые показали свою полезность при решении задач указанного вида (Goldberg, 1989).

Основоположниками теории генетических алгоритмов являются Д. Голланд, Д. Голдберг, К. Дежонг, Д. Грефенстетт и Г. Сесверда (Holland, 1975). Генетические алгоритмы работают с совокупностью планов, каждый из которых представляет собой возможное решение поставленной задачи. Идея генетических алгоритмов состоит в организации некоторого процесса последовательной группировки планов, целью которого является получение оптимального решения. При этом оператор алгоритма устанавливает законы группировки для наиболее быстрого достижения цели. Каждый план оценивается количественной мерой его адаптации, иллюстрирующей качество соответствующего ей решения задачи. Лучшие планы с большой вероятностью могут использоваться для получения нового плана, сочетающего в себе их определенные характеристики. Худшие планы смогут участвовать в формировании нового с меньшей вероятностью, а значит, те свойства, которыми они обладали, будут постепенно исчезать из совокупности планов в процессе пошаговой группировки. В итоге новая группа планов наиболее вероятно порождается лучшими представителями предыдущей совокупности. Данный пошаговый процесс предполагает исследование перспективных подмножеств множества допустимых планов решаемой задачи, что обеспечивает последовательное движение к оптимальному решению.

В ходе применения генетического алгоритма для решения задачи распределения инвестиционно-финансовых ресурсов следует придерживаться следующей стандартной схемы (рис. 1).

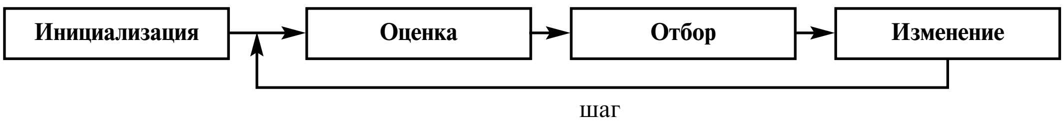


Рис. 1. Стандартная схема генетического алгоритма

На этапе инициализации проходит формирование стартового набора, или совокупности θ_0 нескольких планов задачи $\eta_1, \eta_2, ..., \eta_s$. Эти планы могут быть выбраны определенным образом или получены с помощью специальных алгоритмов (Гончаров, Кочетов, 1999; Горбачевская, Кочетов, 1998). Отметим, что определение количества планов в начальной совокупности является достаточно сложной задачей. С ростом стартового числа планов трудоемкость генетического алгоритма сильно возрастает: практически, при использовании современных вычислительных мощностей расчет даже для 10 планов является достаточно длительным. С другой стороны, малое количество планов сокращает сектор рассматриваемых допустимых планов, увеличивая вероятность потери хороших решений. Эта трудность была преодолена в 1998 г., когда К. Деб и С. Агравал (Deb, Agrawal, 1998) получили эмпирическое подтверждение оптимальности 9 планов в стартовом наборе для классического генетического алгоритма.

С учетом изложенного при решении задачи формирования оптимальной инвестиционной программы разумно остановиться на границе практической применимости генетического алгоритма, предполагающей наличие 9 планов в стартовом множестве. Согласно идеологии классического генетического алгоритма в ходе его работы этот объем совокупности планов не меняется.

Следующий этап — этап оценки полученных планов. В рамках задачи оптимизации инвестиционно-финансовых решений в качестве отмеченной выше количественной меры адаптации, обозначаемой $f(\eta)$, будет использована предложенная целевая функция — конечное состояние финансовых средств инвестора.

Этап отбора осуществляется следующим образом. С помощью специального оператора отбора из текущей совокупности выбираются два плана. В качестве рабочего оператора будем использовать вероятностный оператор пропорционального отбора, при котором вероятность на k-м шаге выбрать план η_u задается формулой вида:

$$P\{\eta_u\} = \frac{f(\eta_u)}{\sum\limits_{j\in\theta_k} f(j)},\ \eta_u \in \theta_k; f(j) > 0\ \forall j \in \theta_k. \tag{7}$$

После выбора двух исходных планов к ним применяется так называемый оператор скрещивания, который по этим решениям строит новый план η', подвергающийся впоследствии небольшим случайным модификациям. Для рассматриваемой задачи большой размерности имеет смысл использовать однородный одноточечный оператор (Aggarwal, Orlin, Tai, 1997; Balas, Niehaus, 1998), предполагающий наличие ровно двух исходных планов для получения нового решения, при котором каждому элементу матрицы нового плана присваивается с вероятностью 0,5 значение соответствующего элемента матрицы одного из исходных планов. Увеличение числа исходных допустимых планов при данной постановке задачи слабо влияет на качество получаемого решения (см.: Eiben, Raue, Ruttkay, 1994; Johnson, McGeoch, 1997).

Оператор изменения, применяемый к плану η', с заданной вероятностью $p_m \in (0, 1)$ меняет значение каждого его элемента на противоположное. Таким образом, в процессе случайного изменения решение η' может перейти с ненулевой вероятностью в любое другое решение η''. Необходимо также отметить, что модификация решения η' может состоять не только в случайном изменении его состава, но и в частичном преобразовании с помощью алгоритма локального поиска.

В применении к поставленной задаче воспользуемся достаточно распространенным малым значением оператора изменения $p_m = 0{,}01$. Кроме того, сразу же после осуществления изменений необходимо осуществить проверку полученного плана на допустимость, в том числе по условию отсутствия возможности множественной реализации инвестиционных альтернатив, т. е.

$$\sum_{t=1}^{T} x_{it} \leqslant 1,\ \forall i = 1, \ldots, m.$$

Если полученный новый план не прошел проверки на допустимость, то происходит возврат к фазе изменений. В противном случае это решение добавляется в исходную совокупность планов.

Новая группа планов может быть сформирована двумя способами: или новые планы замещают исходные, или группа составляется из совокупности исходных и новых планов выбором 9 лучших, как и в начальной группе планов. Использование второй стратегии оказывается более предпочтительным для эффективности генетического алгоритма, так как уменьшает вероятность потери лучших решений. Решение с наименьшим значением целевой функции удаляется из рассматриваемого множества. Шаг алгоритма завершается новой группой решений.

Критерием остановки алгоритма может служить заданное число шагов или такая ситуация, при которой все планы в текущем наборе (группе) почти одинаковы (критерий схождения). В такой ситуации имитация новых решений практически никак не изменяет набор, а вышедшие из этой области за счет изменения решения с большой вероятностью не входят в новые наборы решений. Иначе говоря, это означает, что найдено лучшее или близкое к нему решение. В этом случае решением задачи является план из текущей группы с наилучшим значением целевой функции.

Задача выбора необходимого количества шагов генетического алгоритма при использовании критерия фиксированного числа шагов не решена до сих пор. В настоящее время считается, что 50 итераций достаточно для решения задач размерностью до 1000 неизвестных. В ходе практических экспериментов нами было установлено, что и для поставленной задачи формирования инвестиционных программ размерностью до 400 число шагов 50 итераций также является достаточным. Отклонений в итоговых планах при увеличении числа итераций вплоть до 150 обнаружено не было. В то же время критерий схождения обеспечил несколько лучшее значение целевой функции, чем критерий задания числа шагов алгоритма, однако рассчитанное среднее превышение соответствующих значений целевых функций оказалось незначительным и составило в среднем лишь 0,28%.

С учетом того, что требуемое для расчета итогового плана время при использовании критерия схождения с увеличением размерности возрастает чрезвычайно быстро, то в процессе реализации генетического алгоритма целесообразно ориентироваться на критерий заданного числа шагов или итераций.

Следует отметить, что проблема выбора оптимального числа шагов тесно связана с выбором размера начальной совокупности планов, который, как уже было отмечено, крайне важен для успешной эксплуатации генетического алгоритма. Если размер совокупности относительно мал, то при заданном ограничении объема вычислений целевой функции, скорее всего, решение будет получено. Слишком большая совокупность начальных планов обеспечит высокую вероятность нахождения оптимального решения, но в силу ограниченности числа шагов решение может остаться недостигнутым. В этой связи сочетание из 9 планов в каждой группе и 50 итераций алгоритма является разумным в силу своей приемлемой трудоемкости.

Обобщение рассмотренных этапов применения генетического алгоритма для решения поставленной задачи — формирования оптимальной инвестиционной программы — позволяет конкретизировать общую схему генетического алгоритма, которая принимает следующий вид (рис. 2).

Рассмотрим применение данного алгоритма на конкретном реальном примере. В основу расчетов были взяты инвестиционные проекты по развитию туристического бизнеса в Северо-Западном регионе (Сборник инвестиционных предложений..., 1999, с. 28, 36, 42, 44, 46, 52). В наличии имеется шесть независимых инвестиционных проектов. Первый проект предполагает строительство туристического комплекса на берегу Финского залива на базе бывшего пионерского лагеря. Проект предполагает ремонт комплекса из 26 домиков, строительство кафе, бара и т. п. Основной источник выручки заключается в плате за проживание и использование причала с катерами. Второй проект посвящен организации туристического маршрута в зимнее время года, который включает в себя как экскурсии в г. Тихвине, так и развлекательную новогоднюю программу для детей. Следующий инвестиционный проект заключается в организации базы подводных погружений в акватории Финского залива. Основной доход предполагается получать от сдачи в аренду лодок, оборудования и снаряжения для осуществления погружений. Четвертый проект предполагает организацию туристического водного маршрута «Из варяг в греки», который будет проходить от Выборга до Новгорода через Санкт-Петербург и Старую Ладогу, имеются возможности организации гостиничного обслуживания, развлечений и дополнительных экскурсий в промежуточных населенных пунктах. Пятый проект посвящен организации нескольких мобильных туристических кемпинговых

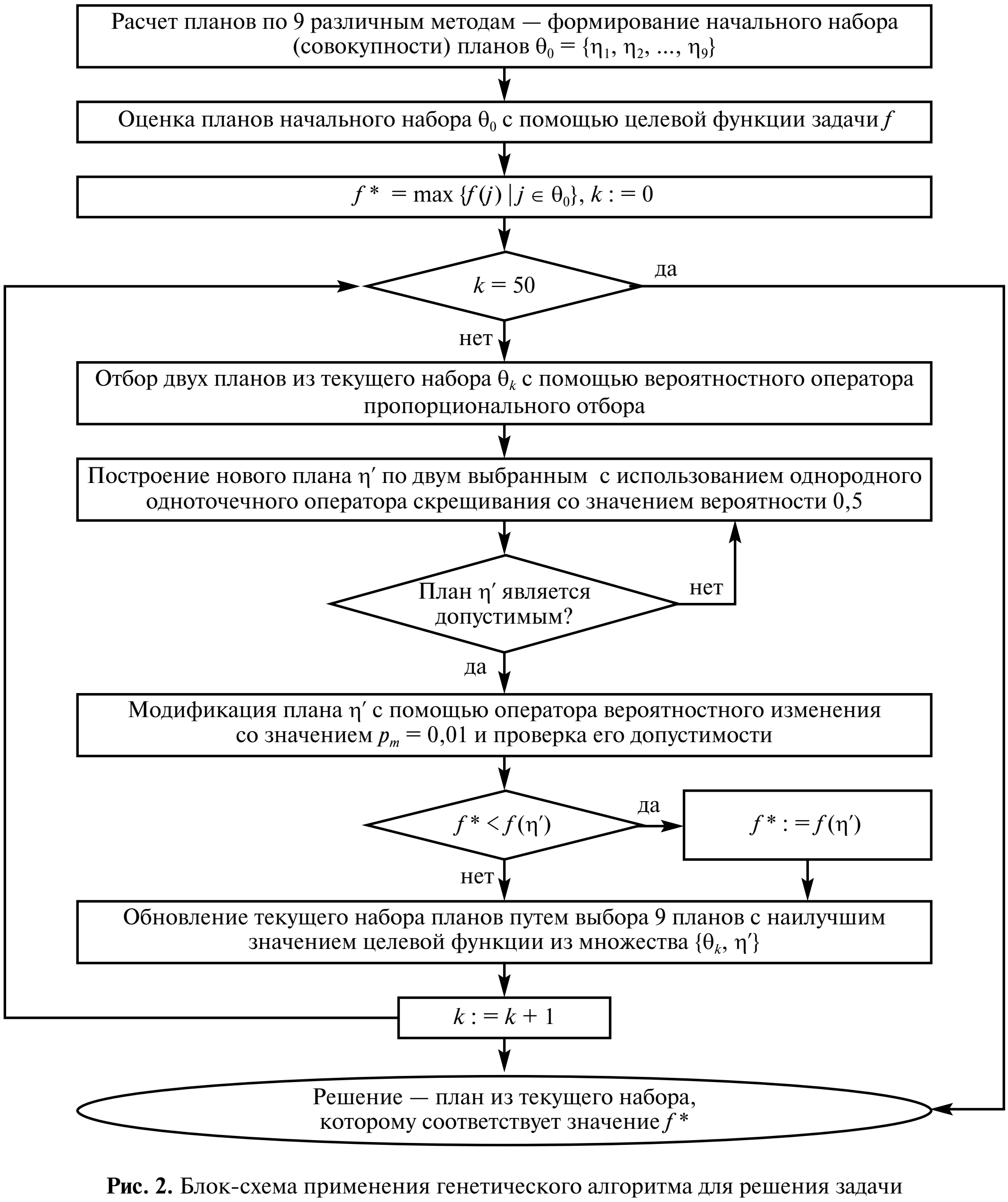


Рис. 2. Блок-схема применения генетического алгоритма для решения задачи распределения инвестиционно-финансовых ресурсов

лагерей, число и особенности организации которых могут изменяться по желанию предпринимателя. Последний проект предполагает модернизацию горнолыжного комплекса «Золотая Долина».

Основной доход планируется получать от работы горнолыжного подъемника. Также имеются возможности создания гостиниц, коттеджей и модернизации существующей инфраструктуры. Денежные потоки по проектам представлены в табл. 1.

Таблица 1

Денежные потоки по исходным инвестиционным проектам, тыс. долл.

Год	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Проект 1	–145,60	–118,00	85,20	94,30	94,30	94,30	94,30	94,30	0	0
Проект 2	–55,00	14,50	18,80	21,80	21,80	21,80	21,80	0	0	0
Проект 3	–80,80	29,80	31,60	29,80	45,30	45,30	0	0	0	0
Проект 4	–200,00	26,90	47,80	65,40	91,70	91,70	91,70	0	0	0
Проект 5	–191,20	76,10	86,40	79,40	79,40	79,40	0	0	0	0
Проект 6	–251,90	43,50	78,50	79,40	79,40	79,40	79,40	0	0	0

Решим оптимизационную задачу вида (1)—(6) с указанными инвестиционными проектами, начальным размером денежных средств в размере 450 тыс. долл., горизонтом планирования 10 лет и постоянной безрисковой ставкой 15% годовых.

В качестве стартового набора допустимых решений воспользуемся планами, полученными при помощи часто применяемых на практике методов построения инвестиционных программ: метода максимума внутренней нормы доходности (IRR), чистой настоящей стоимости (NPV) и индекса прибыльности (PI). Для каждого из рассмотренных методов выделим три подхода к его реализации, дающие по одному плану задачи (1)—(6).

Согласно первому подходу формируемый план предполагает строгую последовательность реализации инвестиционных проектов в порядке убывания выбираемого показателя: IRR, NPV или PI на каждом этапе периода планирования с учетом ресурсных ограничений. Генерация плана по второму подходу подразумевает включение в план инвестиционных проектов в порядке уменьшения выбранного показателя при выполнении ресурсных ограничений. В ходе применения третьего подхода план формируется на основе решения следующей m-мерной оптимизационной задачи для каждого года при неизменном учете системы ограничений:

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{m} x_{it} F(i) \to \max \ \forall t = 1, \ldots, T & (8) \\ \sum\limits_{l=1}^{t} x_{il} \leqslant 1, & (9) \end{cases}$$

где x_{it} — компоненты неизвестной матрицы запуска инвестиционных проектов X_{mT}; $F(i)$ — внутренняя норма доходности, чистая настоящая стоимость или индекс прибыльности i-го инвестиционного проекта в зависимости от выбранного показателя.

Применив данные походы к методам максимума внутренней нормы доходности, чистой настоящей стоимости и индекса прибыльности, можно получить 9 планов поставленной задачи, которые формируют начальный набор, необходимый для реализации генетического алгоритма.

На первом шаге алгоритма при помощи вероятностного оператора пропорционального отбора происходит выбор двух планов из текущей совокупности. Сумма значений целевых функций планов начальной совокупности составляет 24 025,18 тыс. долл. Предположим, что в ходе данного этапа отбора были выбраны планы, приведенные в табл. 2 и 3. Значения целевой функции указанных планов, рассчитываемые по рекуррентным формулам (1) и (2), равны 2631,93 и 2661,01 тыс. долл., а вероятность выбора приведенных планов согласно формуле (7) равна 10,95 и 11,08% соответственно.

Таблица 2

План задачи распределения инвестиционно-финансовых ресурсов, полученный с помощью метода максимума NPV и первого подхода

Год	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Проект 1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Проект 2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Проект 3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Проект 4	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
Проект 5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Проект 6	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0

Таблица 3

План задачи распределения инвестиционно-финансовых ресурсов, полученный с помощью метода максимума PI и второго подхода

Год	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Проект 1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Проект 2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Проект 3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Проект 4	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Проект 5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Проект 6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Эти планы участвуют в формировании нового плана с использованием оператора скрещивания. Равные между собой компоненты исходных планов останутся неизменными и перейдут в новый план (табл. 4); прочие компоненты с вероятностью 0,5 изменятся. Выбор осуществляется на основе реализации данного случайного распределения в пакете MS EXCEL с помощью встроенного генератора случайных чисел.

Таблица 4

Сохраняющиеся компоненты нового плана

Год	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Проект 1	φ_{11}^{1}	φ_{12}^{1}	0	0	0	0	0	0	0	0
Проект 2	φ_{21}^{1}	0	0	0	φ_{25}^{1}	0	0	0	0	0
Проект 3	φ_{31}^{1}	0	0	0	φ_{35}^{1}	0	0	0	0	0
Проект 4	0	0	φ_{43}^{1}	φ_{44}^{1}	0	0	0	0	0	0
Проект 5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Проект 6	0	0	0	φ_{64}^{1}	0	0	0	0	0	0

где φ_{it}^{k} — реализация бинарной случайной величины для k-го шага алгоритма, i-го инвестиционного проекта и t-го года периода планирования.

Первый новый план, построенный подобным образом и прошедший проверку на допустимость (табл. 5), обладает значением целевой функции 2686,45 тыс. долл.

Таблица 5

Полученный в результате имитации новый план, прошедший проверку на допустимость

Год	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Проект 1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Проект 2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Проект 3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Проект 4	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
Проект 5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Проект 6	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0

Предположим, что в результате последующего этапа случайной модификации ни одна компонента нового плана не изменилась. Тогда осуществляется переход к обновлению текущей группы планов, из которой новый план вытеснит решение, полученное по методу максимума NPV и первого подхода, с меньшим значением целевой функции в 2631,93 тыс. долл. Полученная совокупность из 9 планов станет текущей для следующего шага генетического алгоритма, осуществляющегося аналогично.

В конечном итоге после реализации 50 шагов алгоритма был получен следующий план (табл. 6). Соответствующее итоговому плану значение целевой функции задачи (состояние финансовых средств инвестора на конец периода планирования) составило 2696,07 ед.

Таблица 6

Итоговый план задачи распределения инвестиционно-финансовых ресурсов

Год	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Проект 1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Проект 2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Проект 3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Проект 4	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
Проект 5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Проект 6	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0

Значения целевой функции задачи на каждом из 9 начальных планов, построенных по различным методам и послуживших начальной группой, в целом меньше значения целевой функции, полученного в ходе применения генетического алгоритма. Это различие особенно заметно при больших объемах инвестирования. Аналогичные результаты были получены в процессе других экспериментов по поиску условно-оптимального конечного состояния средств инвестора для различных стартовых условий базовой задачи, включая длительность периода планирования, количество рассматриваемых инвестиционных проектов и соответствующих денежных потоков и др.

Оцененное среднее ожидаемое превышение значения целевой функции плана по генетическому алгоритму над прочими приведенными составило 7,89%. Итоговое значение целевой функции задачи при использовании генетического алгоритма превышало значения целевой функции, полученное при оптимизации показателей IRR, NPV и PI почти всюду, что отражает высокую степень эффективности генетического алгоритма. Однако в ходе расчетов была выявлена существенная колеблемость качества полученных результатов в зависимости от размерности задачи, что демонстрирует описанный эффект в зависимости от количества вычислений функции приспособленности для нахождения максимума целевой функции от множества рассматриваемых планов. Тем не менее, основываясь на результатах расчетов, можно сделать вывод о высокой практической значимости генетического алгоритма для решения рассматриваемых задач.

Учет неопределенности и обоснование инвестиционных программ с использованием реальных опционов

Описанная в первой части оптимизационная задача имеет детерминированный характер. В постановке задачи делаются сильные предположения о полной определенности и неизменности исходных данных по всем инвестиционным проектам, на основе которых строится общая программа. Предполагается, что еще до начала реализации известны все денежные потоки инвестиционных проектов, которые находят свое отражение в матрице денежных потоков Z_{mT}; допускается возможность сделать прогноз о ставках g_t в каждый момент времени $t = 1, ..., T$. Таким образом, перед инвестором стоит задача комбинаторного типа с полностью детерминированными исходными условиями.

Однако подавляющая часть инвестиционных проектов предполагает наличие различных факторов неопределенности и риска, которые следует учитывать. Ситуации риска могут возникать, например, по поводу будущих цен на продукцию или сырье, поведения контрагентов, условий рынка труда, наличия или отсутствия некоторых ресурсов и т. п. Для учета некоторых видов неопределенности и получения возможности управления риском рассматриваемых инвестиционных проектов можно воспользоваться подходом, основанным на применении реальных опционов.

Внутренние реальные опционы в рамках инвестиционных проектов представляют собой дополнительные возможности, условия или направления развития инвестиционного проекта. Они зависят от дополнительных инвестиций в проект, могут быть обусловлены наличием контрагента, под которым могут подразумеваться как торговые партнеры или подрядчики, так и работники данной фирмы. Будущие направления развития или особенности инвестиционного проекта могут быть или не быть реализованы в зависимости от того, как складываются некоторые будущие не определенные однозначно условия развития. Первоначальные инвестиции по опциону в проект называются настоящей стоимостью реального опциона. Под стоимостью базового актива и пороговой или предельной ценой исполнения могут пониматься различные параметры в зависимости от особенностей инвестиционного проекта, типа опциона и длительности рассматриваемого периода.

Классификация реальных опционов у разных авторов различна (Валдайцев, 2008, с. 304; Воронцовский, 2004, с. 194; Лимитовский, 2004, с. 360—398; Lei, Fox, 2004, p. 9; Smit, Trigeorgis, 2004, p. 108; Trigeorgis, 1996, p. 186). Например, если в качестве критерия выбрать направление действия реального опциона, т. е. то, как опцион изменяет инвестиционный проект, то можно предложить следующую классификацию реальных опционов: на отсрочку, на изменение масштабов производства, включая сокращение или увеличение масштабов производства, на временную приостановку проекта с возможностью возобновления деятельности; на полное свертывание бизнеса с уходом из данного сектора экономики, на стадийное развитие в случае с многостадийными проектами, на замену частей проектов или видов деятельности и т. д. Возможно также рассмотрение и составных опционов, предполагающих наличие в рамках одного инвестиционного проекта нескольких опционов одного или разных типов.

Поскольку в качестве исходных условий известны лишь денежные потоки, то при построении оценки настоящей стоимости реальных опционов мы можем оперировать только элементами денежных потоков, не разделяя их на отдельные части. Соответственно, на практике мы будем рассматривать только опционы на изменение масштабов производства, свертывание бизнеса, переключение и отсрочку. Это необходимо, чтобы обеспечить независимость как опционов, относящихся к разным проектам, так и самих инвестиционных проектов. При операциях с оценками, построенными на основе элементов денежного потока, также выгоднее описывать зависимость опционов одного проекта через пересчет значений стоимостей базовых активов для всех опционов данного проекта, нежели использовать корреляционные зависимости (Cortazar, Gravet, Urzua, 2005, p. 6).

Схематично алгоритм поиска оптимального плана в условиях неопределенности в имитации можно изобразить следующим образом (рис. 3).

Рассмотрим отдельные этапы предложенного алгоритма более подробно. На первом этапе алгоритма, помимо составления матрицы денежных потоков, исходные инвестиционные проекты могут быть пересмотрены на предмет выделения в них реальных опционов.

Предполагается, что значения чистых настоящих стоимостей по каждому из проектов на самом деле являются расширенными чистыми стоимостями (англ.

Рис. 3. Блок-схема поиска оптимального плана исходной задачи с учетом применения реальных опционов

Expanded Net Present Value), т. е. их значения определены при условии, что в проекты включены опционы. Выделение опционов обусловлено тем, что в исходном варианте не учитывалась возможность начинать проект с некоторой задержкой согласно плану распределения проектов во времени, что при дальнейших расчетах может привести к изменению стоимости опционов. В случае недостатка информации об инвестиционных проектах в рамках первого этапа достаточно определить матрицу денежных потоков. Для простоты построения модели будем также полагать наличие единой ставки дисконтирования по периодам: $g_1 = g_2 = \ldots = g_T = g$.

Третий и пятый этапы алгоритма предполагают рассмотрение инвестиционных проектов с точки зрения присутствующих в них факторов риска. На данных этапах необходимо определить настоящие (на начальный период оптимизационной задачи) стоимости реальных опционов. Принципиальное различие этапов 3 и 5 заключается в том, что на третьем этапе настоящие стоимости рассчитываются в первый раз для всех реальных опционов, а на пятом этапе алгоритма происходит пересчет стоимостей только для тех опционов, соответствующие инвестиционные проекты которых начинаются в другой момент времени по сравнению с предыдущим планом. Если в некотором плане i-й проект вообще не исполняется, то стоимости опционов в нем не рассчитываются. Для вновь введенных проектов все стоимости опционов в нем пересчитываются заново. В процессе вычислений также полагалось, что если согласно очередному плану опцион может быть исполнен только за горизонтом рассмотрения, то учитывать данный опцион не следует. Если изначально денег не хватает даже на стоимости опционов, то технически следует исключить ряд инвестиционных проектов из рассмотрения и не учитывать опционы в них либо полностью пересмотреть исходные условия задачи.

Введем следующее условное обозначение: через $\widehat{X}_l$ обозначим оптимальный план, полученный в результате решения l-й оптимизационной задачи; через $t_{l,i}$ — период начала исполнения i-го инвестиционного проекта в оптимальном плане на шаге l; $\tau_{l,i,d}$ — последний или единственно возможный период исполнения d-го реального опциона в i-м инвестиционном проекте после решения l-й оптимизационной задачи.

Рассмотрим реальный опцион с индексом на свертывание бизнеса, который может быть исполнен с начала периода исполнения проекта и до некоторого будущего периода. Продажа бизнеса приведет, с одной стороны, к потере части денежного дохода, а с другой — к получению некоторой выручки от продажи, которую будем рассматривать в качестве цены исполнения по опциону. Обозначим цену исполнения опциона с индексом d для i-го проекта через $S_{i,d}$, предельный период исполнения этого опциона на шаге l — через $\tau_{l,i,d}$. Такой опцион будет аналогичен опциону американского типа, но он не будет иметь возможности исполнения до начала реализации соответствующего проекта на промежутке $[t_0, t_{l,i}]$.

Оценить стоимость подобного опциона можно либо на основе модели опциона американского типа, предполагающей возможности исполнения в течение всего рассматриваемого периода, либо учитывая стоимости опционов европейского типа, относящихся к каждому подпериоду в течение указанного периода (Trigeorgis, 1996, p. 12, 242).

В статье расчеты настоящей стоимости опционов осуществляются с помощью методов имитационного моделирования. Для каждого опциона при осуществлении имитации проводится серия испытаний с номерами $h = 1, \ldots, H$, где H — общее число испытаний. Если после решения задачи (3)—(6) на шаге l при испытании h опцион американского типа с индексом d в i-м проекте будет исполнен в последний возможный период $\tau_{l,i,d}$, то стоимость опциона в этом периоде $G_h(\tau_{l,i,d})$ составит:

$$G_h(\tau_{l,i,d}) = \max(s_{i,d} - V_h(\tau_{l,i,d}); 0);\ i = 1, ..., m;\ d = 1, ..., D_i;\ h = 1, ..., H; \quad (10)$$

$$V_h(\tau_{l,i,d}) = \sum_{t=\tau_{l,i,d}}^{t_{l,i}} \frac{z_{i,t}}{(1+g)^{t-\tau_{l,i,d}}};\ i = 1, ..., m;\ d = 1, ..., D_i;\ h = 1, ..., H, \quad (11)$$

где $V_h(\tau_{l,i,d})$ — стоимость базового актива в последний период возможного исполнения реального опциона на выход из бизнеса; $t_{l,i}$ — период окончания исполнения i-го инвестиционного проекта согласно l-му оптимальному плану; D_i — число опционов в i-м инвестиционном проекте.

Если же опцион исполнится в некоторый более ранний период t, то его стоимость можно будет найти с помощью рекуррентного соотношения:

$$G_h(t) = \max\left(S_{i,d} - V_h(t);\ \frac{G_h(t+1)}{1+g}\right);\ i = 1, ..., m;$$
$$d = 1, ..., D_i;\ t = t_{l,i}, ..., \tau_{l,i,d} - 1;\ h = 1, ..., H. \quad (12)$$

Изменение стоимости базового актива происходит аналогично распространенной схеме наращивания с шагом в один год (Кузнецов, 2007, с. 618; Winston, 1999, p. 5):

$$V_h(t+1) = V_h(t)e^{(\mu_{i,d} - 0{,}5\sigma_{i,d}^2) + w\sigma_{i,d}};\ i = 1, ..., m;$$
$$d = 1, ..., D_i;\ t = t_{l,i}, ..., \tau_{l,i,d} - 1;\ h = 1, ..., H, \quad (13)$$

где w — реализация стандартной нормальной случайной величины; $\mu_{i,d}$ — трендовая компонента в динамике стоимости базового актива d-го опциона в i-м проекте; а $\sigma_{i,d}$ — соответствующая волатильность.

Отметим, что волатильность является главным способом передачи ситуации неопределенности. Непрерывная постановка требует наличия меньшего числа исходных данных, которые следует прогнозировать и оценивать. Однако волатильность является слабой стороной такой постановки, ее значение следует изначально некоторым образом получить. В данной статье в силу ограниченности исходных данных по проектам сделаем допущение об известном и постоянном значении этого показателя.

Когда для d-го опциона в i-м проекте определены все значения $G_h(t)$, можно определить период исполнения опциона в испытании с номером h на шаге l. Этот момент принимается минимально возможным. Тогда стоимость опциона «свертывание бизнеса» в этом периоде, поскольку он исполняется, будет равна:

$$C_{l,i,d,h} = S_{i,d} - V_h(t_{l,i,d,h});\ i = 1, ..., m;$$
$$d = 1, ..., D_i;\ t = t_{l,i}, ..., \tau_{l,i,d} - 1;\ h = 1, ..., H, \quad (14)$$

где $t_{l,i,d,h}$ — период исполнения опциона с индексом d в i-м проекте при проведении испытания с номером h на шаге l.

Если такое $t_{l,i,d,h}$ найти нельзя, то опцион вообще не исполняется в данном испытании и его стоимость равна нулю. Затем можно найти среднее по всем испытаниям значение настоящей стоимости d-го опциона в i-м проекте после решения l-й оптимизационной задачи, $C'_{l,i,d}$, и настоящую стоимость составного опциона $C''_{l,сост}$:

$$C'_{l,i,d} = \frac{1}{H}\sum_{h=1}^{H}(1+g)^{-(t_{l,i,d,h}-t_0)}C_{l,i,d,h}; \tag{15}$$

$$C''_{l,\text{сост}} = \sum_{i=1}^{m}\sum_{d=1}^{D_i}C'_{l,i,d}. \tag{16}$$

В случае рассмотрения нескольких опционов в одном инвестиционном проекте будем полагать, что если некоторый опцион может исполняться в пределах определенного периода времени, то его воздействие на значения стоимостей базовых активов других опционов того же проекта наступает в период исполнения этого опциона, а воздействие на элементы денежного потока наступает по истечению срока исполнения данного опциона. В противном случае стохастическое уравнение динамики стоимости базового актива задавать не имеет смысла, поскольку на любой момент времени стоимость базового актива будет рассчитываться напрямую — через расчет суммы дисконтированных изменений в элементах денежных потоков. Пересчет стоимостей базовых активов осуществляется следующим образом: при исполнении опциона с номером d_0 в i-м проекте в период $t' = t_{l,i,d_0,h}$, в рамках очередной имитации производится пересчет стоимостей базовых активов для всех остальных опционов этого инвестиционного проекта:

$$V_h^{s_1,\dots,s_q,d_0}(t') = \Phi_{i,d_0}(V_h^{s_1,\dots,s_q}(t')); \; d = 1, \dots, D_i; \; d \neq d_0; \; h = 1, \dots, H, \tag{17}$$

где $V_h^{s_1,\dots,s_q}(t')$ — стоимость базового актива опциона d в i-м инвестиционном проекте в испытании h после решения оптимизационной задачи с номером l, которая была уже пересчитана q раз при более раннем исполнении других опционов с номерами $s_1, \dots, s_q \in \{1, 2, \dots, D_i\}$ из того же инвестиционного проекта i; а Φ_{i,d_0} — функция пересчета стоимостей базовых активов при исполнении d_0-го опциона в i-м проекте.

В рамках данного исследования для простоты будем задавать данную функцию в виде коэффициента, отражающего изменение стоимости в процентах. Тогда соотношение (17) примет следующий вид:

$$V_h^{s_1,\dots,s_q,d_0}(t') = V_h^{s_1,\dots,s_q}(t')(1+\beta_{i,d_0}); \; d = 1, \dots, D_i; \; d \neq d_0; \; h = 1, \dots, H. \tag{18}$$

Будем полагать, что дополнительные инвестиции в проекты, которые требуются, чтобы получить дополнительные возможности по опционам, будут заключаться по максимально оправданной цене, поэтому в начальном году предприниматель будет вынужден заплатить сумму $C''_{l,\text{сост}}$ в совокупности по всем проектам. Эти дополнительные платежи следует учесть в оптимизационной задаче, вычитая их из начального капитала инвестора $M_0 - C''_{l,\text{сост}}$, а саму задачу следует решить заново. Обратим внимание, что в процессе решения очередной задачи оптимизации величина $C''_{l,\text{сост}}$ полагается постоянной. Таким образом, мы снова вернулись к этапу, на котором необходимо решить оптимизационную задачу. Если после нахождения нового оптимального плана $\widehat{X}_{l+1}$ мы обнаружим его совпадение с предыдущим планом $\widehat{X}_l$, то оптимальное решение, учитывающее условие неопределенности, будет найдено. Если же новый план оказался другим, то настоящие стоимости всех опционов надо пересчитывать, возвращаясь к соответствующему этапу алгоритма.

Ранее был уже получен оптимальный план исходной задачи, в котором не учитывались стоимости реальных опционов (см. табл. 6). На третьем этапе алгоритма (см. рис. 3) внедрим в данные проекты опционы для описания факторов неопределенности. В общей сложности по всем проектам было рассмотрено 8 опционов, среди которых были опционы на расширение производства, на сокращение производства, на досрочное прекращение бизнеса. В случае использования опционов американского типа для нахождения их стоимостей на первый год были использованы соотношения (10)—(12), (14)—(15). Результаты вычислений по всем опционам представлены в табл. 7.

Таблица 7

Настоящие стоимости реальных опционов, тыс. долл.

Номер проекта	1	1	2	3	4	5	5	6
Номер опциона в проекте	1	2	1	1	1	1	2	1
Стоимость опциона	12,88	26,49	6,92	34,85	60,67	93,31	49,67	35,33

При расчете стоимостей опционов учитывались зависимости опционов в рамках первого и пятого инвестиционных проектов. Учитывая настоящие стоимости реальных опционов (см. табл. 7), получим настоящую стоимость составного опциона, которая составит 320,12 тыс. долл. Полагая, что в наихудшем случае инвестору придется заплатить всю сумму за получение возможностей реализации опционов, полученную сумму следует вычесть из исходного запаса денежных средств в размере 450 тыс. долл. Тогда получим новый запас денежных средств на начальный момент — 129,88 тыс. долл. Эту сумму следует использовать при поиске оптимального плана исходной задачи на четвертом этапе алгоритма в качестве авансированного капитала. Новый оптимальный план представлен в табл. 8.

Таблица 8

Оптимальный план для второй экстремальной задачи

Год	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Проект 1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Проект 2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Проект 3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Проект 4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Проект 5	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Проект 6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Новый план реализации инвестиционных проектов не совпадает с оптимальном планом $\widehat{X}_1$, поэтому итеративный поиск следует продолжить, а стоимости опционов пересчитать заново. Новая настоящая стоимость составного реального опциона при новом оптимальном плане составит 169,99 тыс. долл. Итеративный процесс будет продолжаться аналогичным образом в течение 6 циклов, пока не будет найден следующий план (табл. 9).

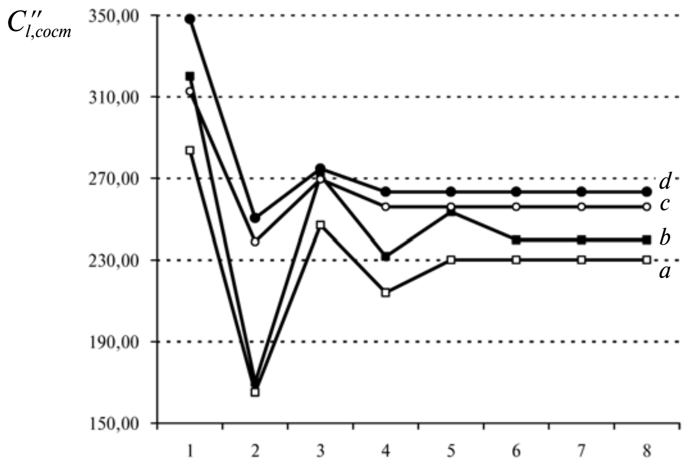
Таблица 9

Оптимальный план для четвертой экстремальной задачи

Год	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Проект 1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
Проект 2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Проект 3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Проект 4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Проект 5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Проект 6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Пересчет стоимостей опционов даст новое значение настоящей стоимости составного опциона, которая составит 239,82 тыс. долл. Поиск нового оптимального плана даст тот же план, что был представлен в табл. 9. Таким образом, найден оптимальный план, в котором учтены возможности управления риском.

Для сравнения на рис. 4 представлены значения стоимости составного опциона на настоящий момент $C''_{l,сост}$ на разных итерациях алгоритма для разных начальных значений начальных средств у инвестора M_0. Можно отметить тенденцию к сокращению числа итераций до выхода на стационарную траекторию при больших значениях начального капитала.



a — авансированный капитал M_0 = 400 тыс. долл.; *b* — M_0 = 450 тыс. долл.; *c* — M_0 = 500 тыс. долл.; *d* — M_0 = 550 тыс. долл.

Рис. 4. Значения настоящей стоимости составного опциона по итерациям для разного исходного запаса денежных средств

При поиске оптимального плана в условиях неопределенности может возникнуть зацикливание предложенного алгоритма. Следует отметить, что предложенный алгоритм не гарантирует сходимости, однако чем больше величина $C''_{l,сост}$, тем меньше капитал у предпринимателя вначале, а потому реализация инвестиционных проектов будет сдвигаться на более поздний срок, соответственно, уменьшится и настоящая стоимость отдельных реальных опционов, а следовательно, уменьшится и $C''_{l,сост}$, а у предпринимателя будет больший начальный капитал. Таким образом, существует тенденция к получению планов со средним значением настоящей стоимости составного опциона. Хотя алгоритм и допускает зацикливание, однако на очередной итерации для всех проектов, которые согласно новому плану предполагается начинать в другие моменты времени, стоимости опционов пересчитываются. В силу применения имитационного моделирования итеративное решение может выйти из цикла из последовательности планов, и конечное решение все же будет найдено. Более того, сам генетический алгоритм допускает возможность выхода из зацикливания благодаря использованию возмущений.

Проведенное исследование показало, что при условии применения генетического алгоритма и анализа реальных опционов в режиме имитации можно построить общую схему получения оптимальной инвестиционной программы, при обосновании которой появляется возможность учесть факторы риска будущего развития отдельных инвестиционных проектов. Реализация генетического алгоритма дает возможности нахождения оптимального плана исходной комбинаторной задачи, а использование реальных опционов дало возможность управления риском. При этом предложен механизм адаптации классического генетического алгоритма к модифицированной многоступенчатой задаче распределения формирования инвестиционных программ, получено эмпирическое подтверждение его применения в условиях рассматриваемой задачи, обоснованы возможности снижения риска и формирования стационарных траекторий развития бизнеса на основе применения реальных опционов. Трудности подобного подхода связаны с тем, что метод реальных опционов основывается на выделении определенных факторов риска. Предложенная методика позволяет в процессе имитационного моделирования оценить стоимость составного опциона в заданных условиях.

Источники

Блех Ю., Гетце У. Инвестиционные расчеты. Модели и методы оценки инвестиционных проектов / пер. с нем. Калининград, 1997.

Валдайцев С. В. Оценка бизнеса: учеб. 3-е изд. М., 2008.

Воронцовский А. В. Управление рисками: учеб. пособие. СПб., 2004.

Гимади Э. Х. Выбор оптимальных шкал в одном классе задач типа размещения, унификации и стандартизации // Управляемые системы. Новосибирск, 1970. Вып. 6.

Гончаров Е. Н., Кочетов Ю. А. Поведение вероятностных жадных алгоритмов для многостадийной задачи размещения // Дискретный анализ и исследование операций. Сер. 2. 1999. Т. 6. № 1. С. 12—32.

Горбачевская Л. Е., Кочетов Ю. А. Вероятностная эвристика для двухуровневой задачи размещения // Труды XI международной Байкальской школы-семинара «Методы оптимизации и их приложения». Иркутск, 1998. Т. 1. С. 249—252.

Кузнецов Д. Ф. Стохастические дифференциальные уравнения: теория и практика численного решения. СПб., 2007.

Лимитовский М. А. Инвестиционные проекты и реальные опционы на развивающихся рынках: учеб.-практ. пособие. М., 2004.

Сборник инвестиционных предложений развития инфраструктуры туризма в Ленинградской области. СПб., 1999.

Aarts E., Lenstra J. K. Local Search in Combinatorial Optimization. N. Y., 1997.

Aggarwal C. C., Orlin J. B., Tai R. P. Optimized crossover for maximum independent set // Operations Research. 1997. Vol. 45. P. 225—234.

Balas E., Niehaus W. Optimized crossover-based genetic algorithms for the maximum cardinality and maximum weight clique problems // Journal Heuristics. 1998. Vol. 4. N 4. P. 107—122.

Cortazar G., Gravet M., Urzua J. The Valuation of Multidimensional American Real Options using Computer-based Simulation. [Электронный ресурс] 2005. — Режим доступа: http://www.realoptions.org/papers2005/Cortazar_GU052RealOptionsParis.pdf

Deb K., Agrawal S. Understanding Interactions Among Genetic Algorithm Parameters. 1998.

Eiben A. E., Raue P. E., Ruttkay Zs. Genetic Algorithms with multiparent recombination // Parallel Problem Solving from Nature III. Berlin, 1994. Vol. 866. P. 78—87.

Goldberg D. E. Genetic algorithms in search, optimization and machine learning. Addison-Wesley, 1989.

Holland J. H. Adaptation in natural and artificial systems. Michigan, 1975.

Johnson D. S., McGeoch L. A. The traveling salesman problem: a case study. Local search in combinatorial optimization. Chichester, 1997. P. 215—310.

Lei M., Fox G. Operating Options and Commodity Price Processes. [Электронный ресурс]. 2004. — Режим доступа: http://www.realoptions.org/ /papers2004/LeiOperating.pdf

Mirchandani P. B., Francis R. L. Discrete Location Theory. N. Y., 1990.

Smit H. T. J., Trigeorgis L. Strategic Investment: Real Options and Games. New Jersey, 2004.

Trigeorgis L. Real options: managerial flexibility & strategy in resource allocation, Cambridge Mass, 1996.

Winston W. L. A Tutorial on Using EXCEL and EXCEL Add-ins to Value Real Options. [Электронный ресурс]. 1999. — Режим доступа: http://www.realoptions.org/papers1999/WINSTONExcel.PDF