ЛИТЕРАТУРА

1. Мориц Г. Теория Молоденского и GPS (Памяти М.С.Молоденского)//Геодезия и картография.— 2001.— № 6.— С. 7—17.
2. Шимбирев Б.П. Теория фигуры Земли.— М.: Недра, 1975.— С. 432.
3. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Т. 1.— М.: Наука, 1978.

Поступила 10 июля 2006 г.
Рекомендована кафедрой управления земельными ресурсами НовГУ.

УДК 528.063.1:528.48

Московский государственный университет
геодезии и картографии
Аспирант *Мануэль Трехо Сото*
(Мексика)

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ТОПОЦЕНТРИЧЕСКИХ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ КООРДИНАТ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДЕФОРМАЦИЙ КРУПНЫХ ИНЖЕНЕРНЫХ СООРУЖЕНИЙ СПУТНИКОВЫМИ МЕТОДАМИ

Официальная система координат GPS — общеземная геодезическая координатная система 1984 г. (WGS-84). При использовании спутниковой навигационной системы GPS, координаты земных объектов получены в той же самой системе координат [1, 2, 3]. При выполнении геодезических работ обычно используются местные системы координат. При обработке результатов спутниковых измерений при наблюдениях за деформациями инженерных сооружений возникает необходимость разделить осадки наблюдаемых объектов от горизонтальных смещений, поэтому система координат WGS-84 не полностью отвечает поставленным задачам. При наблюдениях за деформациями инженерных сооружений целесообразно использовать топоцентрическую систему координат. В связи с этим в работе рассмотрен процесс определения средних квадратических ошибок топоцентрических координат.

С этой целью установим зависимость между малыми изменениями декартовых топоцентрических координат ξ, η и ζ и геоцентрических координат исходной точки *1* и наблюдаемой точки *2*.

Соотношения между декартовыми топоцентрическими и декартовыми геоцентрическими координатами имеют вид [4]:

$$\xi_{12} = \left(Z_2 + e^2 N_1 \sin B_1\right)\cos B_1 - \left(X_2 \cos L_1 + Y_2 \sin L_1\right)\sin B_1; \quad (1)$$

$$\eta_{12} = Y_2 \cos L_1 - X_2 \sin L_1; \quad (2)$$

$$\begin{gathered}\zeta_{12} = \left(Z_2 + e^2 N_1 \sin B_1\right)\sin B_1 + \\ + \left(X_2 \cos L_1 + Y_2 \sin L_1\right)\cos B_1 - \left(N_1 + H_1\right).\end{gathered} \quad (3)$$

Продифференцируем сначала равенство

$$\xi_{12} = \left(Z_2 + e^2 N_1 \sin B_1\right)\cos B_1 - \left(X_2 \cos L_1 + Y_2 \sin L_1\right)\sin B_1.$$

Переменными величинами являются координаты пунктов в геоцентрической системе координат X_1, Y_1, Z_1 и X_2, Y_2, Z_2:

$$\begin{gathered}d\xi_{12} = \Big[-\sin B_1\left(Z_2 + e^2 N_1 \sin B_1\right) + e^2 N_1 \cos B_1^{\,2} - \\ - Cos B_1\left(X_2 \cos L_1 + Y_2 \sin L_1\right)\Big]\frac{dB_1}{\rho} + \\ + \left[X_2 \sin L_1 - Y_2 \cos L_1\right]\frac{dL_1}{\rho} + e^2 \sin B_1 \cos B_1 dN_1 - \\ - \cos L_1 \sin B_1 dX_2 - \sin L_1 \sin B_1 dY_2 + \cos B_1 dZ_2.\end{gathered} \quad (4)$$

Для нахождения зависимости дифференциала широты от изменений декартовых координат продифференцируем формулу Боуринга [5]:

$$\tan B_1 = \frac{Z_1}{R}\cdot\frac{r^3 + be'^2 Z_1^{\,2}}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2}, \quad (5)$$

где

$$r = \sqrt{Z^2 + \left(X^2 + Y^2\right)\left(1 - e^2\right)};$$

$$b = a\sqrt{1 - e^2}.$$

Дифференцируя уравнение (5), получим

$$\frac{dB_1}{\rho\cos^2 B_1} = d\left(\frac{Z_1}{R}\right)\cdot\frac{r^3 + be'^2 Z_1^2}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2} + \frac{Z_1}{R}\cdot d\left(\frac{r^3 + be'^2 Z_1^2}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2}\right). \quad (6)$$

В свою очередь:

$$d\left(\frac{Z_1}{R}\right) = \frac{dZ_1}{R} - \frac{Z_1}{R^2}dR. \quad (7)$$

Величину dR определим из $R = \sqrt{X^2 + Y^2} = (N + H)\cos B$:

$$dR = \frac{X_1}{R}dX_1 + \frac{Y_1}{R}dY_1,$$

следовательно:

$$d\left(\frac{Z_1}{R}\right) = \frac{dZ_1}{R} - \frac{Z_1}{R^2}\left(\frac{X_1}{R}dX_1 + \frac{Y_1}{R}dY_1\right) = -\frac{X_1Z_1}{R^3}dX_1 - \frac{Y_1Z_1}{R^3}dY_1 + \frac{dZ_1}{R}. \quad (8)$$

С учетом (8) первый член правой части уравнения (6) представим в виде

$$d\left(\frac{Z_1}{R}\right)\cdot\frac{r^3 + be'^2 Z_1^2}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2} = -\frac{X_1Z_1}{R^3}\frac{r^3 + be'^2 Z_1^2}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2}dX_1 -$$
$$-\frac{Y_1Z_1}{R^3}\frac{r^3 + be'^2 Z_1^2}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2}dY_1 + \frac{r^3 + be'^2 Z_1^2}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2}\cdot\frac{dZ_1}{R}. \quad (9)$$

Продифференцируем второй член уравнения (6)

$$\left(\frac{Z_1}{R}\right)d\left(\frac{r^3 + be'^2 Z_1^2}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2}\right) = \left(\frac{Z_1}{R}\right)\frac{d\left(r^3 + be'^2 Z_1^2\right)}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2} -$$
$$-\left(\frac{Z_1}{R}\right)\left(\frac{r^3 + be'^2 Z_1^2}{\left(r^3 - be^2(1-e^2)R^2\right)^2}\right)d\left(r^3 - be^2(1-e^2)R^2\right), \quad (10)$$

где

$$d\left(r^3\right) = 3r^2dr = 3r\,X_1\,dX_1\left(1-e^2\right) + 3r\,Y_1\,dY_1\left(1-e^2\right) + 3r\,Z_1\,dZ_1. \quad (11)$$

В свою очередь:

$$d\left(be'^2 Z_1^2\right) = 2be'^2 Z_1 dZ_1,$$

следовательно:

$$\begin{gathered} d\left(r^3 + be'^2 Z_1^2\right) = 3r\ X_1\left(1-e^2\right)dX_1 + \\ + 3r\,Y_1\left(1-e^2\right)dY_1 + \left(3r\,Z_1 + 2be'^2 Z_1\right)dZ_1. \end{gathered} \tag{12}$$

С учетом (10) и (12) получим результат первого слагаемого уравнения (10)

$$\begin{gathered} \left(\frac{Z_1}{R}\right)\frac{d\left(r^3 + be'^2 Z^2\right)}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2} = \left(\frac{Z_1}{R}\right)\frac{3r\left(1-e^2\right)}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2}X_1 dX_1 + \\ + \left(\frac{Z_1}{R}\right)\frac{3r\left(1-e^2\right)}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2}Y_1 dY_1 + \left(\frac{Z_1}{R}\right)\frac{\left(3r\,Z_1 + 2be'^2 Z_1\right)}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2}dZ_1. \end{gathered} \tag{13}$$

Продифференцируем второй компонент уравнения (10):

$$\left(\frac{Z_1}{R}\right)\left(\frac{r^3 + be'^2 Z_1^2}{\left(r^3 - be^2(1-e^2)R^2\right)^2}\right)d\left(r^3 - be^2(1-e^2)R^2\right),$$

где

$$\begin{gathered} d\left(r^3 - be^2(1-e^2)R^2\right) = \left[3r\left(1-e^2\right) - 2be^2\left(1-e^2\right)\right]\cdot X_1 dX_1 + \\ + \left[3r\left(1-e^2\right) - 2be^2\left(1-e^2\right)\right]Y_1 dY_1 + 3r\,Z_1\,dZ_1. \end{gathered} \tag{14}$$

С учетом (14) второй компонент уравнения (10) представим в виде

$$
\left(\frac{Z_1}{R}\right)\left(\frac{r^3 + be'^2 Z^2}{\left(r^3 - be^2(1-e^2)R^2\right)^2}\right) d\left(r^3 - be^2(1-e^2)R^2\right) =
$$

$$
= \left(\frac{Z_1}{R}\right)\left(\frac{r^3 + be'^2 Z^2}{\left(r^3 - be^2(1-e^2)R^2\right)^2}\right)\left[3r\left(1-e^2\right) - 2be^2\left(1-e^2\right)\right]\times
$$

$$
\times X_1 dX_1 + \left[3r\left(1-e^2\right) - 2be^2\left(1-e^2\right)\right] Y_1 dY_1 + 3r Z_1\, dZ_1 .
$$

После всех необходимых преобразований получим выражение второго компонента уравнения (10):

$$
\left(\frac{Z_1}{R}\right)\left(\frac{r^3 + be'^2 Z_1^2}{\left(r^3 - be^2(1-e^2)R^2\right)^2}\right) d\left(r^3 - be^2(1-e^2)R^2\right) =
$$

$$
= \left[\left(\frac{Z_1}{R}\right)\left(\frac{r^3 + be'^2 Z_1^2}{\left(r^3 - be^2(1-e^2)R^2\right)^2}\right)\left[3r\left(1-e^2\right) - 2be^2\left(1-e^2\right)\right]\right] X_1 dX_1 +
$$

$$
+ \left[\left(\frac{Z_1}{R}\right)\left(\frac{r^3 + be'^2 Z_1^2}{\left(r^3 - be^2(1-e^2)R^2\right)^2}\right)\left[3r\left(1-e^2\right) - 2be^2\left(1-e^2\right)\right]\right] Y_1 dY_1 + \qquad (15)
$$

$$
+ \left[\left(\frac{Z_1}{R}\right)\left(\frac{r^3 + be'^2 Z_1^2}{\left(r^3 - be^2(1-e^2)R^2\right)^2}\right)(3r)\right] Z_1 dZ_1 .
$$

Совместное влияние обоих слагаемых (11) и (15) уравнения (10) имет вид

$$
\begin{aligned}
&\left(\frac{Z_1}{R}\right) d\left(\frac{r^3 + be'^2 Z_1^2}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2}\right) = \left[\left(\frac{Z_1}{R}\right)\frac{3r\left(1-e^2\right)}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2}\right] - \\
&-\left[\left(\frac{Z_1}{R}\right)\left(\frac{r^3 + be'^2 Z_1^2}{\left(r^3 - be^2(1-e^2)R^2\right)^2}\right)\left[3r\left(1-e^2\right) - 2be^2\left(1-e^2\right)\right]\right] X_1\, dX_1 + \\
&+\left[\left(\frac{Z_1}{R}\right)\frac{3r\left(1-e^2\right)}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2}\right] - \\
&-\left[\left(\frac{Z_1}{R}\right)\left(\frac{r^3 + be'^2 Z_1^2}{\left(r^3 - be^2(1-e^2)R^2\right)^2}\right)\left[3r\left(1-e^2\right) - 2be^2\left(1-e^2\right)\right]\right] Y_1\, dY_1 + \\
&+\left[\left(\frac{Z_1}{R}\right)\frac{3r\left(1-e^2\right)}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2}\right] - \left[\left(\frac{Z_1}{R}\right)\left(\frac{r^3 + be'^2 Z_1^2}{\left(r^3 - be^2(1-e^2)R^2\right)^2}\right) 3r\right] Z_1\, dZ_1.
\end{aligned}
\qquad (16)
$$

Примем следующие обозначения:

$$
a(x) = \left[\left(\frac{Z_1}{R}\right)\frac{3r\left(1-e^2\right)}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2}\right] -
$$

$$
-\left[\left(\frac{Z_1}{R}\right)\left(\frac{r^3 + be'^2 Z_1^2}{\left(r^3 - be^2(1-e^2)R^2\right)^2}\right)\left[3r\left(1-e^2\right) - 2be^2\left(1-e^2\right)\right]\right];
$$

$$
a(y) = \left[\left(\frac{Z_1}{R}\right)\frac{3r\left(1-e^2\right)}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2}\right] -
$$

$$
-\left[\left(\frac{Z_1}{R}\right)\left(\frac{r^3 + be'^2 Z_1^2}{\left(r^3 - be^2(1-e^2)R^2\right)^2}\right)\left[3r\left(1-e^2\right) - 2be^2\left(1-e^2\right)\right]\right];
$$

$$a(z)=\left[\left(\frac{Z_1}{R}\right)\frac{3r\left(1-e^2\right)}{r^3-be^2(1-e^2)R^2}\right]-\left[\left(\frac{Z_1}{R}\right)\left(\frac{r^3+be'^2Z_1^2}{\left(r^3-be^2(1-e^2)R^2\right)^2}\right)3r\right].$$

Зависимость изменения широты пункта от изменений декартовых координат окончательно представим в виде

$$\begin{aligned}\frac{dB_1}{\rho}=&\left[\left[-\frac{Z_1}{R^3}\frac{r^3+be'^2Z_1^2}{r^3-be^2(1-e^2)R^2}\right]+a(x)\right]\cos B_1^2X_1dX_1+\\&+\left[\left[-\frac{Z_1}{R^3}\frac{r^3+be'^2Z_1^2}{r^3-be^2(1-e^2)R^2}\right]+a(y)\right]\cos B_1^2Y_1dY_1+\\&+\left[\left[\frac{1}{RZ_1}\frac{r^3+be'^2Z_1^2}{r^3-be^2(1-e^2)R^2}\right]+a(z)\right]\cos B_1^2Z_1dZ_1.\end{aligned}\qquad(17)$$

Представим формулу (17) более компактно, с этой целью введем обозначения:

$$\begin{aligned}A&=\left[\left[-\frac{Z_1}{R^3}\frac{r^3+be'^2Z_1^2}{r^3-be^2(1-e^2)R^2}\right]+a(x)\right]\cos^2B_1X_1;\\B&=\left[\left[-\frac{Z_1}{R^3}\frac{r^3+be'^2Z_1^2}{r^3-be^2(1-e^2)R^2}\right]+a(y)\right]\cos^2B_1Y_1;\\C&=\left[\left[\frac{1}{RZ_1}\frac{r^3+be'^2Z_1^2}{r^3-be^2(1-e^2)R^2}\right]+a(z)\right]\cos^2B_1Z_1.\end{aligned}\qquad(18)$$

С учетом (18) формулу (17) представим в виде

$$\frac{dB_1}{\rho}=AdX_1+BdY_1+CdZ_1.\qquad(19)$$

Для нахождения изменения долготы дифференцируем формулу $\tan L=\dfrac{Y}{X}$:

$$\frac{dL_1}{\rho} = \frac{\cos^2 L_1}{X_1} dY_1 - \frac{Y_1 \cos^2 L_1}{X_1^{\,2}} dX_1. \qquad (20)$$

Зависимость изменения радиуса кривизна первого вертикала найдем из

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}};$$

$$dN_1 = -\frac{a}{2\left(1 - e^2 \sin^2 B_1\right)^{\frac{3}{2}}} d\left(1 - e^2 \sin^2 B_1\right),$$

где

$$d\left(1 - e^2 \sin^2 B_1\right) = -2e^2 \sin B_1 \cdot \cos B_1 \frac{dB_1}{\rho}.$$

Следовательно:

$$dN_1 = \frac{a\, e^2 \sin B_1 \cos B_1}{\left(1 - e^2 \sin^2 B_1\right)^{3/2}} \cdot \frac{dB_1}{\rho} = \frac{a\, e^2 \sin 2B_1}{\left(1 - e^2 \sin^2 B_1\right)^{3/2}} \cdot \frac{dB_1}{\rho}. \qquad (21)$$

Поставив значения dB_1, dL_2 и dN_1 в уравнение (4), имеем дифференциал $d\xi_{1,2}$ (1):

$$d\xi_{12} = Ax\, dX_1 + Bx\, dY_1 + Cx\, dZ_1 + Dx\, dX_2 + Ex\, dY_2 + Fx\, dZ_2, \qquad (22)$$

где

$$A_\xi = \Big[-\sin B_1 \left(Z_2 + e^2 N_1 \sin B_1\right) + e^2 N_1 \cos B_1^{\,2} - \\ - \cos B_1 \left(X_2 \cos L_1 + Y_2 \sin L_1\right)\Big] A -$$

$$-\left[\left[X_2 \sin L_1 - Y_2 \cos L_1\right] \sin B_1 \frac{Y_1 \cos^2 L_1}{X_1^{\,2}}\right]_1 + \frac{a\left[\,e^2 \sin 2B_1\,\right]^2}{\left(1 - e^2 \sin^2 B_1\right)^{3/2}} A;$$

$$B_\xi = \Big[-\sin B_1 \left(Z_2 + e^2 N_1 \sin B_1 \right) + e^2 N_1 \cos B_1^{\,2} -$$
$$- \cos B_1 \left(X_2 \cos L_1 + Y_2 \sin L_1 \right) \Big] B +$$
$$+ \left[\left[X_2 \sin L_1 - Y_2 \cos L_1 \right] \sin B_1 \frac{\cos^2 L_1}{X_1} \right] + \frac{a \left[e^2 \sin 2B_1 \right]^2}{\left(1 - e^2 \sin^2 B_1 \right)^{3/2}} B;$$

$$C_\xi = \Big[-\sin B_1 \left(Z_2 + e^2 N_1 \sin B_1 \right) + e^2 N_1 \cos B_1^{\,2} -$$
$$- \cos B_1 \left(X_2 \cos L_1 + Y_2 \sin L_1 \right) \Big] C + \frac{a \left[e^2 \sin 2B_1 \right]^2}{\left(1 - e^2 \sin^2 B_1 \right)^{3/2}} C;$$

$$D_\xi = -\cos L_1 \sin B_1;$$
$$E_\xi = -\sin L_1 \sin B_1;$$
$$F_\xi = \cos B_1.$$

Аналогично дифференцируем равенство (2):

$$d\eta_{12} = dY_2 \cos L_1 - Y_2 \sin L_1 \, dL_1 - dX_2 \sin L_1 - X_2 \cos L_1 \, dL_1. \qquad (23)$$

С учетом (20) представим (23) в следующем виде

$$d\eta_{12} = \left[\frac{Y_1 X_2 \cos^3 L_1}{X_1^{\,2}} + \frac{Y_1 Y_2 \sin L_1 \cos^2 L_1}{X_1^{\,2}} \right] dX_1 +$$
$$+ \left[-\frac{X_2 \cos^3 L_1}{X_1} - \frac{Y_2 \sin L_1 \cos^2 L_1}{X_1} \right] dY_1 - \sin L_1 dX_2 + \cos L_1 dY_2.$$

Введем обозначения и представим (23) в виде

$$d\eta_{12} = Ay \, dX_1 + By \, dY_1 + Cy \, dX_2 + Dy \, dY_2, \qquad (24)$$

где

$$A_\eta = \left[\frac{Y_1 X_2 \cos^3 L_1}{X_1^{\,2}} + \frac{Y_1 Y_2 \sin L_1 \cos^2 L_1}{X_1^{\,2}} \right];$$

$$B_{\eta} = \left[-\frac{X_2 \cos^3 L_1}{X_1} - \frac{Y_2 \sin L_1 \cos^2 L_1}{X_1} \right];$$

$$C_{\eta} = -\sin L_1;$$

$$D_{\eta} = \cos L_1.$$

Дифференцируя уравнение (3), получим

$$d\zeta_{12} = \Big[\cos B_1 \left(Z_2 + e^2 N_1 \sin B_1 \right) + e^2 N_1 \sin B_1 \cos B_1 - \\ - \sin B_1 \left(X_2 \cos L_1 + Y_2 \sin L_1 \right) \Big] \frac{dB_1}{\rho} + \\ + \left[-X_2 \cos B_1 \sin L_1 + Y_2 \cos B_1 \cos B_1 \right] \frac{dL_1}{\rho} + e^2 \sin^2 B_1 dN_1 + \\ + \cos L_1 \cos B_1 dX_2 + \sin L_1 \cos B_1 dY_2 + \sin B_1 dZ_2 - dN_1 - dH_1 . \tag{25}$$

Для определения величины dH_1 дифференцируем уравнение $H = \frac{R}{\cos B} - N$:

$$dH_1 = d\left(\frac{R}{\cos B_1} \right) - dN_1,$$

где

$$d\left(\frac{R}{\cos B_1} \right) = \frac{dR}{\cos B_1} - \frac{R}{\cos^2 B_1} d\left(\cos B_1 \right) = \frac{dR}{\cos B_1} + \frac{\sin B_1 R}{\cos^2 B_1} \frac{dB_1}{\rho}.$$

Следовательно:

$$dH_1 = \frac{X_1}{R \cos B_1} dX_1 + \frac{Y_1}{R \cos B_1} dY_1 + \frac{\sin B_1 R}{\cos^2 B_1} \frac{dB_1}{\rho} - \\ - \frac{a\, e^2 \sin 2B_1}{\left(1 - e^2 \sin^2 B_1 \right)^{3/2}} \cdot \frac{dB_1}{\rho}. \tag{26}$$

Поставив значения (19), (20) и (21) в уравнение (25), имеем дифференциальную формулу (3):

$$d\zeta_{12} = Az\,dX_1 + Bz\,dY_1 + Cz\,dZ_1 + Dz\,dX_2 + Ez\,dY_2 + Fz\,dZ_2, \quad (27)$$

где

$$A_\zeta = \Big[\cos B_1 \left(Z_2 + e^2 N_1 \sin B_1\right) + e^2 N_1 \sin B_1 \cos B_1 -$$
$$- \sin B_1 \left(X_2 \cos L_1 + Y_2 \sin L_1\right)\Big] A -$$
$$- \left[-X_2 \cos B_1 \sin L_1 + Y_2 \cos B_1 \cos B_1\right] \frac{Y_1 \cos^2 L_1}{X_1^2} +$$
$$e^2 \sin^2 B_1 \frac{a e^2 \sin 2B_1}{\left(1 - e^2 \sin^2 B_1\right)^{3/2}} A + \left[\frac{X_1}{R \cos B_1} - \frac{A \sin B_1 R}{\cos^2 B_1}\right];$$

$$B_\zeta = \Big[\cos B_1 \left(Z_2 + e^2 N_1 \sin B_1\right) + e^2 N_1 \sin B_1 \cos B_1 -$$
$$- \sin B_1 \left(X_2 \cos L_1 + Y_2 \sin L_1\right)\Big] B +$$
$$+ \left[-X_2 \cos B_1 \sin L_1 + Y_2 \cos B_1 \cos B_1\right] \frac{\cos^2 L_1}{X_1} +$$
$$+ e^2 \sin^2 B_1 \frac{a e^2 \sin 2B_1}{\left(1 - e^2 \sin^2 B_1\right)^{3/2}} B + \left[-\frac{X_1}{R \cos B_1} - \frac{B \sin B_1 R}{\cos^2 B_1}\right];$$

$$C_\zeta = \Big[\cos B_1 \left(Z_2 + e^2 N_1 \sin B_1\right) + e^2 N_1 \sin B_1 \cos B_1 -$$
$$- \sin B_1 \left(X_2 \cos L_1 + Y_2 \sin L_1\right)\Big] C +$$
$$+ e^2 \sin^2 B_1 \frac{a e^2 \sin 2B_1}{\left(1 - e^2 \sin^2 B_1\right)^{3/2}} C - \frac{C \sin B_1 R}{\cos^2 B_1};$$

$$D_\zeta = \cos L_1 \cos B_1;$$
$$E_\zeta = \sin L_1 \cos B_1;$$
$$F_\zeta = \sin B_1.$$

Используя ранее полученные выражения (22), (24) и (27), получим следующие дифференциальные формулы:

$$
\begin{aligned}
d\xi_{12} &= A\xi\, dX_1 + B\xi\, dY_1 + C\xi\, dZ_1 + D\xi\, dX_2 + E\xi\, dY_2 + F\xi\, dZ_2;\\
d\eta_{12} &= A\eta\, dX_1 + B\eta\, dY_1 + C\eta\, dX_2 + D\eta\, dY_2;\\
d\zeta_{12} &= A\zeta\, dX_1 + B\zeta\, dY_1 + C\zeta\, dZ_1 + D\zeta\, dX_2 + E\zeta\, dY_2 + F\zeta\, dZ_2.
\end{aligned} \tag{28}
$$

Переходя к средним квадратическим ошибкам, запишем

$$
\begin{aligned}
m\xi_{12}^2 &= A\xi^2 m_{X_1}^2 + B\xi^2 m_{Y_1}^2 + C\xi^2 m_{Z_1}^2 + D\xi^2 m_{X_2}^2 + E\xi^2 m_{Y_2}^2 + F\xi^2 m_{Z_2}^2;\\
m\eta_{12}^2 &= A\eta^2 m_{X_1}^2 + B\eta^2 m_{Y_1}^2 + C\eta^2 m_{Z_1}^2 + D\eta^2 m_{Y_2}^2;\\
m\zeta_{12}^2 &= A\zeta^2 m_{X_1}^2 + B\zeta^2 m_{Y_1}^2 + C\zeta^2 m_{Z_1}^2 + D\zeta^2 m_{X_2}^2 + E\zeta^2 m_{Y_2}^2 + F\zeta^2 m_{Z_2}^2.
\end{aligned} \tag{29}
$$

Характерной особенностью этих формул является то, что в них используются, кроме геодезических координат B_1, L_1, H_1 исходной точки, координаты пунктов *1* и *2* в геоцентрической системе координат X_1, Y_1, Z_1 и X_2, Y_2, Z_2. Этим они отличаются от других дифференциальных формул, встречающихся в геодезической литературе, в которых используются азимуты и зенитные расстояния. Точность этих формул зависит только от величины средних квадратических ошибок геоцентрических прямоугольных координат пунктов *1* и *2*.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баранов В.Н., Бойко Е.Г., Краснорылов И.И. Космическая Геодезия: Учебник для вузов.— М.: Недра, 1986.— 407 с.
2. B.Hofmann-Wellenhof, H.Lichtenegger and J.Collins. GPS-Theory and Practice. Springer Wien New York. Fifth, revised edition. 2001.
3. Генике А.А., Побединский Г.Г. Глобальные спутниковые системы определения местоположения и их применение в геодезии. Изд. 2-е, перераб. и доп.— М.: Картгеоцентр, 2004.— 355 с.
4. Морозов В.П. Курс сфероидической геодезии. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Недра, 1979. 189 с.
5. Клюшин Е.Б., Куприянов А.О., Шлапак В.В. Спутниковые методы измерений в геодезии. (Ч. 1): Учебное пособие. М.:. МИИГАиК, УПП «Репография», 2006.

Поступила 20 июня 2006 г.
Рекомендована кафедрой прикладной геодезии МИИГАиК.