

Рис. 3. Результаты вычисления геометрии стальных трёхгранных сооружений

ренным горизонтальным углам (8). Функция «ВертРёбер» вычисляет отклонение точки от вертикальной плоскости, заданной двумя точками (20), (21). Функция «ПрямолСост» вычисляет пять элементов отклонения точки от прямой линии, заданной обозначениями точек в начале и конце прямой линии (14–19).

Закключение. В разработанной методике определений крена, прямолинейности и кручения стального трёхгранного сооружения требуется снять отсчёты по горизонтальному кругу теодолита (тахеометра) на три вершины каждого яруса (треугольника) сооружения. Отсчёты

затем вставляют в соответствующие ячейки электронной таблицы «Excel». Результаты измерений автоматически отображаются в соответствующих графах табл. 1 и на рис. 3.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Справочник геодезиста.* В 2-х книгах. Кн. 2 / Под ред. В.Д.Большакова и Г.П.Левчука. –3-е изд., перераб. и доп. –М.: Недра, 1985. –440 с.
2. *Г. Корн, Т. Корн.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. –М.: Наука, 1970. –720 с.
3. *Справочная система Microsoft Office Excel 2003.*

*Поступила 25 марта 2010 г.
Рекомендована кафедрой
кадастра и геоинженерии КубГТУ*

**ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЯ ДЕФОРМАЦИЙ СООРУЖЕНИЙ
ПО РЕЗУЛЬТАТАМ СПУТНИКОВЫХ НАБЛЮДЕНИЙ**

Аспирант **Нгуен Вьет Ха**

Московский государственный университет геодезии и картографии

E-mail: geodesi@yandex.ru

Аннотация. Геодезические декартовы системы координат, используемые в навигационных спутниковых системах без преобразования, не позволяют выделить осадки наблюдаемого объекта и горизонтальные перемещения. Для этих целей полезно использовать плоские конформные координаты в проекции Гаусса. В статье выполнена оценка точности вычисления деформаций сооружений по результатам спутниковых наблюдений.

Ключевые слова: деформация, спутниковые наблюдения, осадка, пространственные прямоугольные координаты

Abstract. Geodesic Cartesian coordinate system used in satellite navigation systems without conversion do not allow to allocate the observed object’s yielding and horizontal displacement. Flat conformal coordinates in Gauss projection is useful for such solutions. The article gives an assessment of accuracy evaluation for structures’ deformation based on satellite observations.

Keywords: monitoring, satellite observations, spatial rectangular coordinates

При наблюдениях за деформациями сооружений необходимо выделить осадки и го-

ризонтальные смещения. Геодезические декартовы системы координат, используемые

в навигационных спутниковых системах без преобразования, не позволяют выделить осадки наблюдаемого объекта и горизонтальные перемещения. Для этих целей полезно использовать плоские конформные координаты в проекции Гаусса, так как они имеют строгую математическую связь с криволинейными геодезическими координатами, а через них и с прямоугольными геодезическими системами координат. Воспользуемся известными зависимостями для оценки точности вычисления деформаций сооружений по результатам спутниковых наблюдений.

Формулы для определения конформных плоских координат x , y и H в проекции Гаусса по геодезическим координатам B и L [1] имеют вид:

$$x = D + \frac{N}{2\rho^2} l''^2 \sin B \cos B; \quad (1)$$

$$y = \frac{l''}{\rho} N \cos B; \quad (2)$$

$$H = \frac{R}{\cos B} - N, \quad (3)$$

где D — длина дуги меридиана,

$$D = a \left(1 - e^2 \left(A_d \frac{B''}{\rho} - \frac{B_d}{2} \sin 2B + \frac{C_d}{4} \sin 4B - \dots \right) \right); \quad (4)$$

$$A_d = 1 + \frac{3}{4}e^2 + \frac{45}{64}e^4 + \dots; \quad B_d = \frac{3}{4}e^2 + \frac{15}{16}e^4 + \dots; \quad C_d = \frac{15}{64}e^4 + \dots;$$

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2} = (N + H) \cos B; \quad N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}.$$

Для оценки точности выполним дифференцирование формул (1)–(3), получаем:

$$dx = dD + \frac{N}{2\rho^2} \sin 2B l dl - \frac{N}{4\rho} l^2 \sin 2B \frac{dB}{\rho} + \frac{l^2}{4\rho^2} \sin 2B dN; \quad (5)$$

$$dy = N \cos B \frac{dl}{\rho} - \frac{lN}{\rho} \sin B \frac{dB}{\rho} + \frac{l}{\rho} \cos B dN; \quad (6)$$

$$dH = \frac{1}{\cos B} dR - \frac{R \sin B}{\cos^2 B} dB - dN. \quad (7)$$

Для нахождения зависимости дифференциала широты от изменений декартовых геоцентрических координат дифференцируем формулу Боуринга [2]:

$$\operatorname{tg} B = \frac{z}{R} \frac{r^3 + be'^2 z^2}{r^3 - be^2 (1 - e^2) R^2}, \quad (8)$$

где $e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$; $e'^2 = \frac{e^2}{1 - e^2}$; $r = \sqrt{z^2 + (x^2 + y^2)(1 - e^2)}$; $b = a\sqrt{1 - e^2}$.

Дифференцируя уравнение (8), получим:

$$d(\operatorname{tg} B) = \frac{dB}{\rho \cos^2 B} = d\left(\frac{Z}{R}\right) \frac{r^3 + be'^2 Z^2}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2} + \frac{Z}{R} d\left(\frac{r^3 + be'^2 Z^2}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2}\right);$$

$$\frac{dB}{\rho} = \left[\left[-\frac{Z}{R^3} \frac{r^3 + be'^2 Z^2}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2} \right] + F(x) \right] \cos^2 B^2 X dX +$$

$$+ \left[\left[-\frac{Z}{R^3} \frac{r^3 + be'^2 Z^2}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2} \right] + F(y) \right] \cos^2 B^2 Y dY +$$

$$+ \left[\left[\frac{1}{RZ} \frac{r^3 + be'^2 Z^2}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2} \right] + F(z) \right] \cos^2 B^2 Z dZ, \quad (9)$$

где

$$F(x) = \left[\left(\frac{Z}{R} \right) \frac{3r(1-e^2)}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2} \right] - \left[\left(\frac{Z}{R} \right) \left(\frac{r^3 + be'^2 Z^2}{(r^3 - be^2(1-e^2)R^2)^2} \right) [3r(1-e^2) - 2be^2(1-e^2)] \right];$$

$$F(y) = \left[\left(\frac{Z}{R} \right) \frac{3r(1-e^2)}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2} \right] - \left[\left(\frac{Z}{R} \right) \left(\frac{r^3 + be'^2 Z^2}{(r^3 - be^2(1-e^2)R^2)^2} \right) [3r(1-e^2) - 2be^2(1-e^2)] \right];$$

$$F(z) = \left[\left(\frac{Z}{R} \right) \frac{3r(1-e^2)}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2} \right] - \left[\left(\frac{Z}{R} \right) \left(\frac{r^3 + be'^2 Z^2}{(r^3 - be^2(1-e^2)R^2)^2} \right) 3r \right].$$

Введем обозначения:

$$A = X \left[\left[-\frac{Z}{R^3} \frac{r^3 + be'^2 Z^2}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2} \right] + F(x) \right] \cos^2 B;$$

$$B = Y \left[\left[-\frac{Z}{R^3} \frac{r^3 + be'^2 Z^2}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2} \right] + F(y) \right] \cos^2 B;$$

$$C = Z \left[\left[\frac{1}{RZ} \frac{r^3 + be'^2 Z^2}{r^3 - be^2(1-e^2)R^2} \right] + F(z) \right] \cos^2 B.$$

С учетом принятых обозначений формула (9) примет вид:

$$\frac{dB}{\rho} = A dX + B dY + C dZ. \quad (10)$$

Дифференцируя уравнение (4), получим:

$$dD = a(1-e^2) \left(A_d - B_d \cos 2B + C_d \cos 4B \frac{dB}{\rho} \right). \quad (11)$$

С учетом (10) выражение (11) примет вид:

$$dD = a(1-e^2) (A_d - B_d \cos 2B + C_d \cos 4B) (A dX + B dY + C dZ). \quad (12)$$

Переходя от дифференциалов к средним квадратическим ошибкам, получим

$$m_D^2 = a^2 (1-e^2)^2 (A_d - B_d \cos 2B + C_d \cos 4B)^2 (A^2 m_X^2 + B^2 m_Y^2 + C^2 m_Z^2).$$

Для определения зависимости дифференциала долготы dl от дифференциалов декартовых координат дифференцируем $\operatorname{tg} L = \frac{Y}{X}$:

$$\frac{dl}{\rho} = \frac{\cos^2 L}{X} dY - \frac{Y \cos^2 L}{X^2} dX. \quad (13)$$

Дифференциал абсциссы в проекции Гаусса dx определим из формулы (1) с учетом dD (12), $d\beta$ (10) преобразуем к виду:

$$dx = \left[a(1-e^2)(A_d - B_d \cos 2B + C_d \cos 4B) - \frac{N}{4\rho} l^2 \sin 2B + \frac{ae^2 \sin 2B}{2(1-e^2 \sin^2 B)^{3/2}} \frac{l}{\rho} \cos B \right] \times \\ \times (A dX + B dY + C dZ) + \frac{Nl}{2\rho} \sin 2B \left(\frac{\cos^2 l}{X} dY - \frac{Y \cos^2 l}{X^2} dX \right). \quad (14)$$

Введем обозначения:

$$A_x = A \left[a(1-e^2)(A_d - B_d \cos 2B + C_d \cos 4B) - \frac{N}{2\rho} l^2 \cos 2B + \frac{ae^2 \sin 2B}{2(1-e^2 \sin^2 B)^{3/2}} \frac{l}{\rho} \cos B \right] - \\ - \frac{Nl}{2\rho} \sin 2B \frac{Y \cos^2 l}{X^2}; \quad (15)$$

$$B_x = B \left[a(1-e^2)(A_d - B_d \cos 2B + C_d \cos 4B) - \frac{N}{2\rho} l^2 \cos 2B + \frac{ae^2 \sin 2B}{2(1-e^2 \sin^2 B)^{3/2}} \frac{l}{\rho} \cos B \right] - \\ - \frac{Nl}{2\rho} \sin 2B \frac{Y \cos^2 l}{X^2}; \quad (16)$$

$$C_x = C \left[a(1-e^2)(A_d - B_d \cos 2B + C_d \cos 4B) - \frac{N}{2\rho} l^2 \cos 2B + \frac{ae^2 \sin 2B}{2(1-e^2 \sin^2 B)^{3/2}} \frac{l}{\rho} \cos B \right]. \quad (17)$$

С использованием принятых обозначений (15)–(17) формула (14) может быть записана в виде:

$$dx = A_x dX + B_x dY + C_x dZ. \quad (18)$$

Из формулы (18) переходим к средним квадратическим ошибкам:

$$m_x^2 = A_x^2 m_X^2 + B_x^2 m_Y^2 + C_x^2 m_Z^2. \quad (19)$$

Формулу (6) с учетом (10, 13) можем привести к виду:

$$dy = N \cos B \left(\frac{\cos^2 L}{X} dY - \frac{Y \cos^2 L}{X^2} dX \right) + \\ + \left(\frac{ae^2 \sin 2B}{2(1-e^2 \sin^2 B)^{3/2}} \frac{l}{\rho} \cos B - \frac{lN}{\rho} \sin B \right) (A dX + B dY + C dZ). \quad (20)$$

Примем обозначения:

$$A_y = A \frac{ae^2 \sin 2B}{2(1-e^2 \sin^2 B)^{3/2}} \frac{l}{\rho} \cos B - A \frac{lN}{\rho} \sin B - N \cos B \frac{Y \cos^2 L}{X^2}; \\ B_y = B \frac{ae^2 \sin 2B}{2(1-e^2 \sin^2 B)^{3/2}} \frac{l}{\rho} \cos B - B \frac{lN}{\rho} \sin B + N \cos B \frac{\cos^2 L}{X};$$

$$C_y = C \frac{ae^2 \sin 2B}{2(1-e^2 \sin^2 B)^{3/2}} \frac{l}{\rho} \cos B - C \frac{lN}{\rho} \sin B.$$

С учетом обозначений формулу (20) представим в виде:

$$dy = A_y dX + B_y dY + C_y dZ.$$

Переходя к средним квадратическим ошибкам, получим:

$$m_y^2 = A_y^2 m_x^2 + B_y^2 m_y^2 + C_y^2 m_z^2. \quad (21)$$

Формулу (7) с учетом (10) и [3] можем привести к виду:

$$dH = \frac{X}{R \cos B} dX + \frac{Y}{R \cos B} dY - \left[\frac{R \sin B}{\cos^2 B} + \frac{ae^2 \sin 2B}{2(1-e^2 \sin^2 B)^{3/2}} \right] (A dX + B dY + C dZ). \quad (22)$$

Примем обозначения:

$$A_H = \frac{X}{R \cos B} - \left[\frac{R \sin B}{\cos^2 B} + \frac{ae^2 \sin 2B}{2(1-e^2 \sin^2 B)^{3/2}} \right] A;$$

$$B_H = \frac{Y}{R \cos B} - \left[\frac{R \sin B}{\cos^2 B} + \frac{ae^2 \sin 2B}{2(1-e^2 \sin^2 B)^{3/2}} \right] B;$$

$$C_H = \left[\frac{R \sin B}{\cos^2 B} + \frac{ae^2 \sin 2B}{2(1-e^2 \sin^2 B)^{3/2}} \right] C.$$

С учетом обозначений формулу (22) представим в виде:

$$dH = A_H dX + B_H dY + C_H dZ. \quad (23)$$

Из формулы (23) переходим к средним квадратическим ошибкам

$$m_H^2 = A_H^2 m_x^2 + B_H^2 m_y^2 + C_H^2 m_z^2. \quad (24)$$

Формулы средних квадратических ошибок:

$$m_x^2 = A_x^2 m_x^2 + B_x^2 m_y^2 + C_x^2 m_z^2; \quad m_y^2 = A_y^2 m_x^2 + B_y^2 m_y^2 + C_y^2 m_z^2; \quad m_H^2 = A_H^2 m_x^2 + B_H^2 m_y^2 + C_H^2 m_z^2.$$

Для иллюстрации возьмем пример процесса обработки результатов измерений и оценки точности вычисления деформаций сооружений по результатам спутниковых наблюдений (рис. 1).

В сети были измерены три сеанса шестью приемниками Trimble R3 со средними квадратическими ошибками $m_s = (5 + 1.D)$ мм. Уравненные координаты сети и средние квадратические ошибки пространственных прямоугольных координат X, Y, Z (м) рабочих пунктов приведены в табл. 1.

Результаты преобразования в плоские конформные координаты в проекции Гаусса и оценки точности приведены в табл. 2.

Таблица 1

Пункт	X	m_x	Y	m_y	Z	m_z
ММ-14	-1567040,012	0,002	5689624,604	0,002	2411358,803	0,005
ММ-16	-1567148,299	0,002	5689650,485	0,002	2411228,236	0,005
ММ-20	-156695,519	0,002	5689621,847	0,002	2411320,237	0,004
ММ-21	-1567043,508	0,002	5689633,381	0,002	2411262,214	0,005
ММ-22	-1567104,783	0,002	5689647,992	0,002	2411188,368	0,004

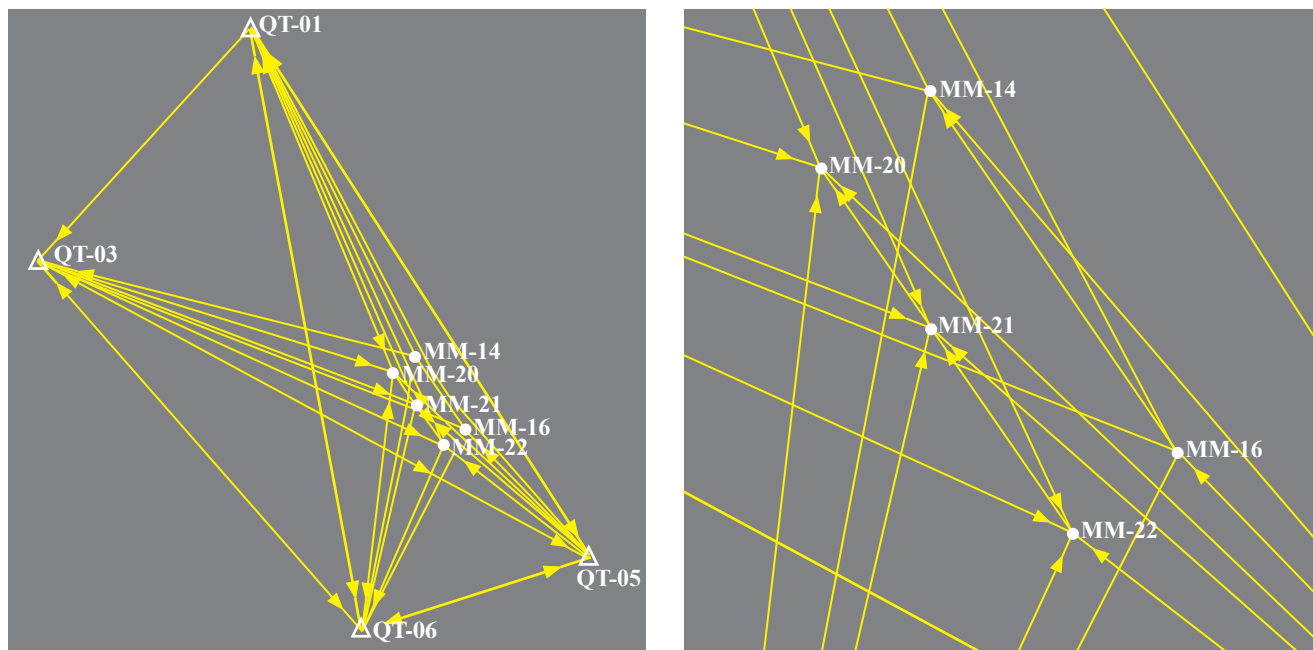


Рис. 1. Схема размещения геодезических пунктов для наблюдений за осадками и смещениями плотины «Наханг» (Вьетнам)

Таблица 2

Пункт	x	m_x	y	m_y	H	m_H
ММ-14	2473679,371	0,0044	506728,084	0,0020	50,928	0,0022
ММ-16	2473545,450	0,0044	506827,261	0,0020	69,105	0,0022
ММ-20	2473656,391	0,0036	506687,538	0,0020	41,028	0,0022
ММ-21	2473593,674	0,0044	506730,768	0,0020	41,026	0,0022
ММ-22	2473513,857	0,0036	506785,997	0,0020	41,008	0,0022

Формулы (19), (21), (24) целесообразно использовать при оценке точности вычисления деформаций сооружений по результатам спутниковых измерений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Закатов П.С. Курс высшей геодезии. –М.: Недра, 1976. –392 с.
2. Ключин Е.Б. Куприянов А.О. Шлапак В.В. Спутниковые методы измерений в геодезии (Ч. 1): Учебн. пособие. –М.: МИИГАиК, 2006. –60 с.
3. Кравчук И.М. Особенности вычисления нормальных высот по результатам спутниковых измерений // Изв. Вузов. «Геодезия и аэрофотосъемка». 2010. –№4. –С. 35–40.

Поступила 28 сентября 2010 г.
Рекомендована кафедрой прикладной геодезии МИИГАиК