

Stanislav Zelenchuk
Donetsk National Technical University
58 Artema Street, Donetsk, Ukraine, 83001
Corresponding author. E-mail: mornok@mail.ru

ИССЛЕДОВАНИЕ БОКОВОГО РАСКАЧИВАНИЯ ПОДВЕСНОЙ МОНОРЕЛЬСОВОЙ ДОРОГИ

Аннотация. В статье разработана динамическая модель бокового раскачивания подвесной монорельсовой дороги. Получены уравнения движения, проведен их анализ, определены частоты и амплитуды бокового раскачивания подвижного состава. Во время движения подвижного состава по монорельсу возникает боковое раскачивание экипажа относительно точки подвеса. На амплитуду бокового раскачивания влияют следующие параметры: скорость движения, коэффициент жесткости подвески экипажа, расстояние от центра масс до точек подвеса рамы с экипажем и масса груза. Боковое раскачивание экипажа приводит к изменению усилий в системе подвески.

1. ВВЕДЕНИЕ

При движении монорельсовой дороги в реальных условиях неизбежно возникают колебания ее составных частей [1,2]. Подвижной состав, кроме полезного движения вдоль оси монорельсового пути, совершает небольшие колебания сложной структуры. Оставаясь малыми по амплитудам, они могут сопровождаться дополнительными силами, действующими на монорельс, приводные и ходовые колеса [3]. Увеличение сил вызывает повышенный износ, деформацию пути, а, следовательно, приводит к снижению безопасности.

Между конструкцией состава, его конструктивными параметрами и условиями эксплуатации существует неразрывная связь. Масса транспортируемого груза, профиль пути, обводненность и запыленность пути и другие эксплуатационные условия оказывают существенное влияние на работу состава, что подтверждает необходимость разностороннего учета этих условий при проектировании и эксплуатации монорельсовых дорог.

2. ИССЛЕДОВАНИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассмотрим плоское движение экипажа, состоящего из материальной точки массы m и невесомого стержня длины l , на котором подвешена эта точка, в поле силы тяжести. При этом точка подвеса не закреплена, а может двигаться по некоторой (заданной или выбираемой) траектории. Предполагается отсутствие каких-либо сил трения и сопротивления. Положение экипажа будем определять углом φ . Пусть задано

некоторое положение $\varphi_0 \in (-20; 20]$ в котором он находится в начальный момент с нулевой угловой скоростью. Задача состоит в нахождении закона движения точки подвеса $(x(t), y(t))$, не позволяющего экипажу изменять положение с течением времени, т.е. обеспечить существование решения $\varphi(t) = \varphi_0$.

Уравнение движения (рис. 1) при перемещении точки подвеса по закону $(x(t), y(t))$ имеет вид

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{l} \sin \varphi + \frac{\ddot{x}(t) \cos \varphi + \ddot{y}(t) \sin \varphi}{l} = 0. \quad (1)$$

Важный частный случай возникает, когда точка подвеса колеблется вдоль некоторой оси, образующей угол α с направлением силы тяжести. Обозначив смещение точки подвеса вдоль этой оси $s(t)$, имеем

$$x(t) = s(t) \sin \alpha, \quad y(t) = -s(t) \cos \alpha \quad (2)$$

и уравнение колебаний экипажа (1) преобразуется к виду

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{l} \sin \varphi + \frac{\ddot{s}(t)}{l} \sin(\varphi - \alpha) = 0 \quad (3)$$

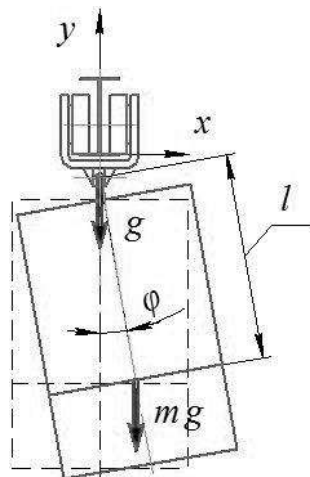


Рис.1. Расчетная схема движения экипажа

Так как верхнее $\varphi_0 = 20$ и нижнее $\varphi_0 = 0$ вертикальные экипажа являются положениями равновесия при неподвижном подвесе ($x(t) \equiv y(t) \equiv 0$), то исключим их из дальнейшего рассмотрения и будем предполагать, что $\sin \varphi_0 \neq 0$. Отметим лишь, что для сохранения вертикальных положений равновесия экипажа точка подвеса может перемещаться лишь вдоль оси O_y . Как следует из [4], верхнее положение становится устойчивым при колебаниях подвеса вдоль вертикали с частотой выше $\sqrt{2gl}/\alpha$, где α - амплитуда этих колебаний.

Условия существования равновесий. Попытаемся найти движение точки подвеса $(x(t), y(t))$ такое, что $\varphi(t) = \varphi_0 = \text{const} \neq k\pi, k \in Z$. Функции $x(t)$ и $y(t)$ могут рассматриваться как управления в уравнении (1). В качестве класса допустимых управлений рассмотрим непрерывные дважды дифференцируемые функции. Тогда, учитывая $\dot{\varphi} = \ddot{\varphi} = 0$ уравнение (1) преобразуем к виду $(g + \ddot{y}(t)) \sin \varphi_0 + \ddot{x}(t) \cos \varphi_0 = 0$.

$$\text{Откуда } y(t) = -x(t) \operatorname{ctg} \varphi_0 - \frac{gt^2}{2} + c_1 t + c_2 \quad (4)$$

где c_1, c_2 - некоторые константы, которые определяются из начальных значений скорости и положения подвеса экипажа.

Выбрав произвольным образом $x(t)$ из класса допустимых функций, из (4) получим $y(t)$, определив тем самым полностью движение точки подвеса. Таким образом, имеем семейство управлений $x(t), y(t)$, обеспечивающих наклонное равновесие экипажа. Выясним, существуют ли среди них ограниченные.

Пусть $x(t)$ - ограниченная на полуинтервале $[0, +\infty)$ функция. Тогда при $t \rightarrow \infty$ в силу ограниченности $x(t)$ величина $|y(t)|$ согласно (4) стремится к бесконечности. Следовательно, движение подвеса при $\sin \varphi_0 \neq 0$ не может быть ограниченным по обеим координатам. Тем не менее возможен режим движения ограниченный по y и неограниченный по x , позволяющий экипажу оставаться в наклонном положении (например, $x(t) = -\frac{(gt^2)}{2} \operatorname{tg} \varphi_0, y(t) = 0$).

Упростим теперь траекторию движения подвеса. Будем перемещать точку подвеса по прямой (2), но расширим класс допустимых функций $s(t)$. Этот класс будет включать функции, первые производные которых (скорости) могут иметь разрывы первого рода в некоторых точках. На промежутках между этими точками функции $s(t)$ будут, как и раньше, дважды дифференцируемыми. В указанных точках разрыва рассматриваемая механическая система будет подвергаться импульсному воздействию.

Дальнейший расчет зависимостей расписан [5], отсюда имеем, что при $\Omega \rightarrow 0$ знак Δv совпадает со знаком $\frac{\sin \varphi_0}{\sin(\varphi_0 - \alpha)}$, а при $\Omega \rightarrow \infty$ - со знаком $\cos(\varphi_0 - \alpha)$. Эти знаки различны, поскольку выполнено неравенство $\sin \varphi_0 \operatorname{ctg}(\varphi_0 - \alpha) < 0$. Значит, в силу непрерывной зависимости Δv от Ω существует некоторое значение $\Omega = \Omega_0$, при котором приращение скорости за период T будет равно нулю.

Теперь рассмотрим приращение $s(t)$, оно будет равно $\int_0^T \dot{s}(t) dt$. Очевидно, что в зависимости от начального значения скорости v_0 , мы можем получить различные приращения Δs . Выберем начальную скорость так, чтобы это приращение равнялось нулю. Обозначим $\Delta v(t) = \int_0^t \ddot{s}(t) dt$. Тогда, выбрав начальную скорость v_0 равной $-\frac{1}{T} \int_0^T \Delta v(t) dt$, получим, что приращение $s(t)$ будет нулевым.

Такие значения частоты Ω и начальной скорости для $s(t)$, что координата подвеса $s(t)$ и его скорость за период возвращаются к исходным значениям. Следовательно, при этих значениях движение подвеса $s(t)$ будет периодическим и непрерывным по t , а маятник будет совершать колебания относительно положения φ_0 по закону $\varphi(t) = \varphi_0 + \varepsilon \cos(\Omega t + \delta)$.

Возьмем расстояние от точки центра масс до точек подвеса состава длиной $l = 10$ и рассмотрим его горизонтальное положение $\varphi_0 = \pi/4$. Пусть ось, вдоль которой колеблется точка подвеса, образует угол $\alpha = 2\pi/4$ с направлением силы тяжести. Графики движения точки подвеса, обеспечивающие гармонические колебания тягового устройства около горизонтального положения с некоторой небольшой амплитудой ε , и

график зависимости частоты Ω от ε при периодическом движении $s(t)$ точки подвеса изображены на рис. 3.4.

На рис. 3.4 приведен график зависимости частоты Ω от ε при периодическом движении $s(t)$ точки подвеса. Из него видим, что частота $\Omega(\varepsilon)$ неограниченно возрастает при уменьшении амплитуды ε .

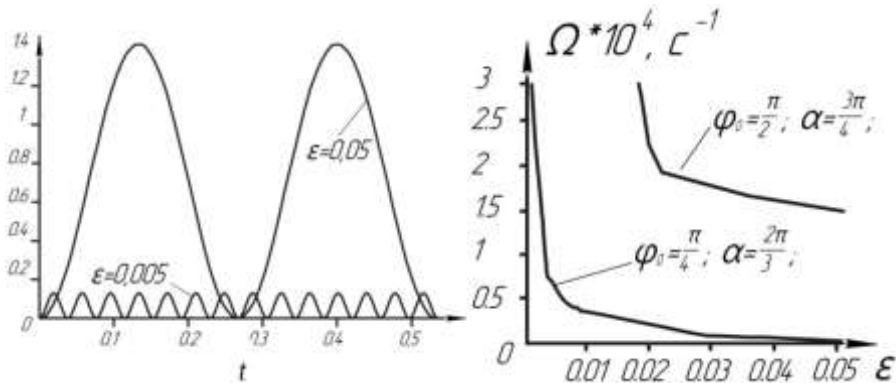


Рис.3.4. Движение подвеса $s(t)$ при $\varphi_0 = \pi/4, \alpha = 2\pi/4$ и график частоты $\Omega(\varepsilon)$.

На рис. 3.4 для $\varphi_0 = \pi/2, \alpha = 3\pi/4$ приведены для сравнения графики скорости подвеса $v(t) = \dot{s}(t)$ при $\varepsilon = 0.5$. При этом оказалось, что максимальные значения скоростей $v(t)$ предшествуют максимумам скоростей гармоника, а минимальные - запаздывают.

3. ВЫВОДЫ

Практическая ценность данной работы состоит в возможности более широкого применения монорельсового транспорта для вспомогательных работ во всех сферах транспортных перевозок и увеличения скорости движения имеющихся экипажей. На основании проведенного анализа уравнения раскачивания экипажа при движении по монорельсу следует, что наибольшее влияние на боковые отклонения оказывает масса перевозимого груза, коэффициент жесткости прижимного устройства и расстояние от центра масс до точек подвеса рамы с приводом. Другие параметры тягового устройства и монорельсового пути оказывают менее весомое влияние. Существуют периодические по времени колебания точки подвеса, при которых отклонения экипажа от заданного фиксированного наклонного положения будут сколько угодно малы.

References

1. Иванченко И.И. *Метод подконструкций в задачах динамики скоростной монорельсовой дороги* / Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. - 2008. - № 6. - С. 101-117.
2. Gutarevych V.: *Dynamic processes during monorail locomotive rocking and their impact on draw gear characteristics*. Transport Problems, vol. 6, Issue 2, 2011, p. 43-51.
3. Popp K. Schiehlen W. *Ground Vehicle Dynamics*. Springer-Verlag, Berlin, 2010.
4. Холостова О.В. *О движениях двойного маятника с вибрирующей точкой подвеса* // Изв. РАН. Механика твердого тела. - 2009. - № 2. - С. 25-40.
5. Неспирный В.Н., Королев В.А. *Стабилизация колебаний маятника с подвижной точкой подвеса относительно наклонного равновесия* / Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. - 2009. - №39- С. 195-206.