УДК 622.625.6

В.О. Гутаревич (канд. техн. наук, доц.)
ГВУЗ «Донецкий национальный технический университет»

ВЕРТИКАЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПОДВИЖНОГО СОСТАВА ШАХТНОЙ ПОДВЕСНОЙ МОНОРЕЛЬСОВОЙ ДОРОГИ

Разработана математическая модель взаимодействия подвижного состава дороги с подвесным монорельсом переменной жесткости по его длине. На основании полученной модели определены амплитуды вертикальных колебаний, повороты тележек и кузова, которые возникают во время движения шахтной подвесной монорельсовой дороги. При этом изменение жесткости пути по длине пролета представлено в виде периодической функции, период повторения которой соответствует длине секции монорельса. Решение системы дифференциальных уравнений, описывающих разработанную математическую модель, получено с использованием классического метода Рунге-Кутты четвертого порядка. Найдено влияние изменения скорости движения подвесного экипажа, его массы и коэффициента демпфирования подвески монорельса на значения амплитуды колебаний тележек и кузова. Установлено, что подбирая жесткость подвески монорельса, возможно существенно снизить амплитуды вертикальных колебаний экипажа. Полученные результаты позволят обоснованно устанавливать параметры подвески монорельса и экипажа для усовершенствования существующих и проектирования новых шахтных подвесных монорельсовых дорог.

Ключевые слова: математическая модель, экипаж, подвесной монорельс, вертикальное перемещение, амплитуда колебаний.

Проблема и ее связь с научными и практическими задачами. Для современных подвесных монорельсовых дорог характерны вертикальные колебания, происходящие во время ее движения. Колебания обусловлены изменением мест приложений сил тяжести подвесного состава и состоянием монорельсового пути, по которому он перемещается. Поскольку монорельсовый путь имеет стыки и состоит из секций, соединенных между собой и подвешенных в местах соединений, его стыки обладают повышенной жесткостью относительно сводных участков монорельса, что приводит к изменению жесткости пути вдоль его длины. Возникающие при этом колебания носят параметрический характер и вызывают дополнительные динамические нагрузки, которые через подвеску передаются крепи горной выработки, снижая ее устойчивость. Следовательно, исследование взаимодействия подвижного состава с подвесным монорельсом является актуальной задачей.

Анализ исследований и публикаций. В работах [1, 2] исследованы динамические процессы колебаний рельсовых средств, движущихся по направляющим и взаимодействующих с основанием. Исследования [3 - 5] посвящены особенностям формирования дополнительных нагрузок на арочную крепь участковых выработок с подвесными монорельсовыми дорогами. В работах [6, 7] приведены закономерности взаимодействия колес вагонеток при наезде на стыки рельсового пути.

Постановка задачи. Настоящая статья является продолжением указанных выше работ. Целью данного исследования является изучение процесса взаимодействия подвижного экипажа с подвесным монорельсом и составление математической модели процесса взаимодействия подвижного экипажа с подвесным монорельсом для установления рациональных параметров подвески шахтной подвесной монорельсовой дороги.

Изложение материала и результаты. Для исследований колебаний подвижного состава рассмотрим вертикальные колебания кузова и тележек в продольной вертикальной плоскости симметрии (рис. 1). Считаем, что они имеют по две степени свободы, а вся модель – шесть. Кузов и тележки связаны между собой упругими и диссипативными связями. Колеса тележек перемещаются по монорельсу без отрыва от поверхностей качения на нижних полках. Неровности монорельса в местах контакта колес с левой и правой стороны примем равными. Эти неровности, являющиеся внешними возмущениями системы со стороны монорельсового пути, устанавливаются отклонениями размеров монорельса и скоростью поступательного движения кузова с тележками.

На основании исследований [1], относящихся к железнодорожному транспорту, обычно неровности рельсовых нитей аппроксимируют непрерывной синусно-косинусной периодической функцией, например,

$$\eta_1(t) = \eta_0 \sin \omega_\tau t, \tag{1}$$

где η_0 – амплитуда неровности рельса;

ω_τ – частота возмущения от неровностей рельса с длиной волны L_τ, равная $\omega_\tau = 2\pi \dfrac{V_n}{L_\tau}$;

V_n – скорость движения экипажа.

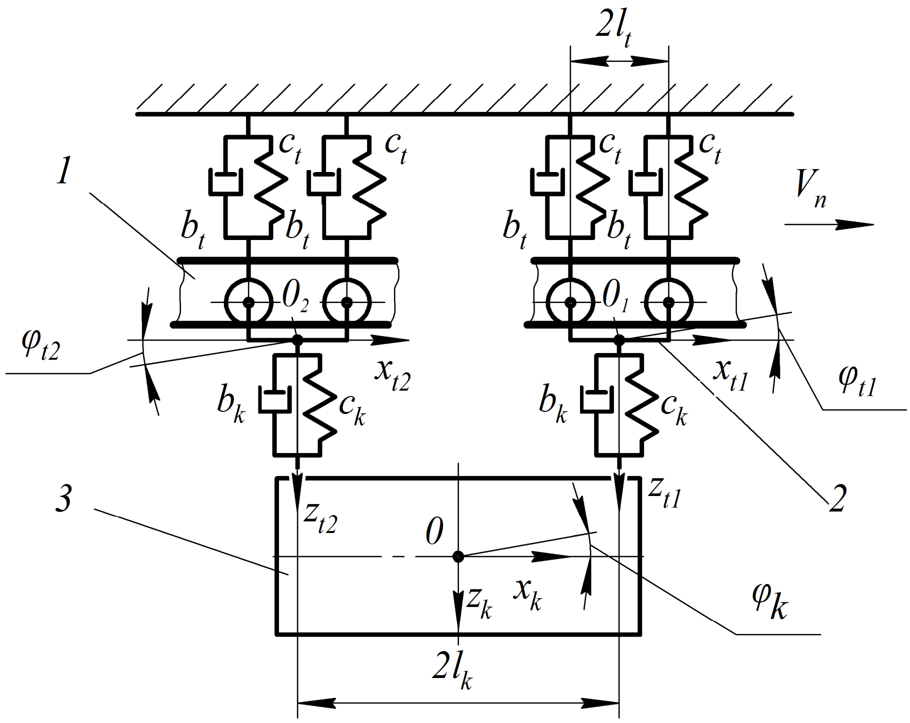

Рис.1. Расчетная схема колебаний подвесного экипажа:
1 – монорельс; *2* – ходовая тележка; *3* – кузов

Для монорельсового пути длина неровности волны соответствует длине секции монорельса, поэтому $L_\tau = L$. Однако аппроксимация (1) может быть использована для упрощенных вычислений, поскольку не учитывает наличие стыков и изгиб монорельса.

Подвесной монорельсовый путь для горных предприятий, имеющий подвеску в месте стыков, может быть аппроксимирован (рис. 2)

$$\eta(t) = \frac{1}{2}\eta_0\left(\left|\sin\omega_\tau t + \delta_m\right| + \left|\sin\omega_\tau t - \delta_m\right| - 2\delta_m\right) + \eta_m\left|\sin\omega_\tau t\right|,$$

где η_0 – наибольший прогиб секции монорельса;

δ_m – длина стыка монорельса;

η_m – высота неровности стыка соседних секций монорельсового пути.

Если неровности монорельсового пути в месте контакта первой по ходу движения колесной пары $\eta_1(t) = \eta(t)$, то в месте контакта второй по ходу движения колесной пары этой тележки, установленной на расстоянии $2l_t$, перемещение с учетом запаздывания будет

$$\eta_2(t) = \eta_1 \sin\omega_\tau\left(t - \frac{2l_t}{V_n}\right).$$

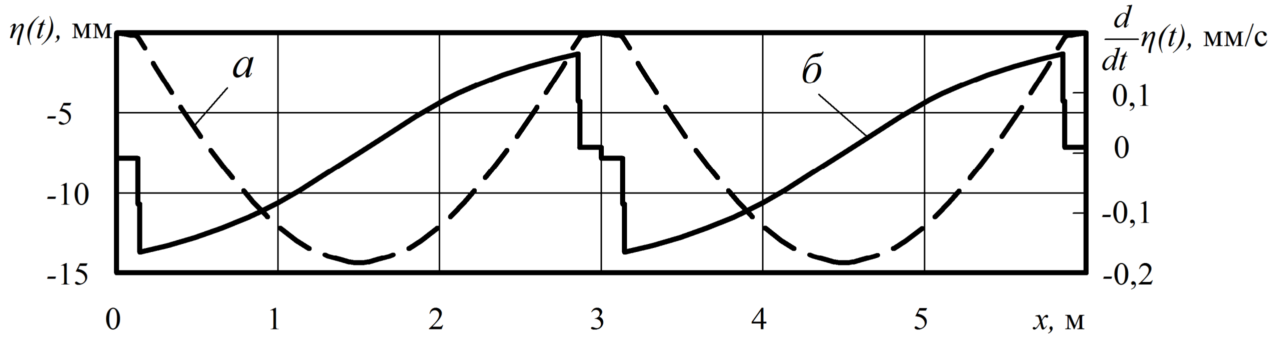

Рис.2. Вертикальные возмущения подвесного монорельсового пути (при $L=3$ м; $\eta_0=-15$ мм, $\eta_m=-1{,}5$ мм, $\delta_m=0{,}1$ м):
а – соответствующее возмущению вертикальное перемещение колесной пары;
б – производная от вертикальных возмущений

Аналогично для второй по ходу движения тележки, расположенной на расстоянии $2l_k$:

$$\eta_3(t)=\eta_1\sin\omega_\tau\left(t-\frac{2l_k}{V_n}\right) \text{ и } \eta_4(t)=\eta_1\sin\omega_\tau\left(t-\frac{2(l_t+l_k)}{V_n}\right).$$

Система дифференциальных уравнений, описывающая эти колебания, может быть представлена

$$\begin{cases} m_k\ddot{z}_k+2b_k\dot{z}_k-b_k\dot{z}_{t1}-b_k\dot{z}_{t2}+2c_kz_k-c_kz_{t1}-c_kz_{t2}=0; \\ J_k\ddot{\varphi}_k+2b_kl_k^2\dot{\varphi}_k-b_kl_k\dot{z}_{t1}+b_kl_k\dot{z}_{t2}+2c_kl_k^2\varphi_k-c_kl_kz_{t1}+c_kl_kz_{t2}=0; \\ m_t\ddot{z}_{t1}-b_k\dot{z}_k+b_k\dot{z}_{t1}+b_kl_k\dot{\varphi}_k-c_kz_k+c_kz_{t1}+c_kl_k\varphi_k+2b_t\dot{z}_{t1}+ \\ +2c_tz_{t1}=b_t\dot{\eta}_1(t)+b_t\dot{\eta}_2(t)+c_t\eta_1(t)+c_t\eta_2(t); \\ J_t\ddot{\varphi}_{t1}+2b_tl_t^2\dot{\varphi}_{t1}+2c_tl_t^2\varphi_{t1}=b_tl_t\dot{\eta}_1(t)-b_tl_t\dot{\eta}_2(t)+ \\ +c_tl_t\eta_1(t)-c_tl_t\eta_2(t); \\ m_t\ddot{z}_{t2}-b_k\dot{z}_k+b_k\dot{z}_{t2}-b_kl_k\dot{\varphi}_k-c_kz_k+c_kz_{t2}-c_kl_k\varphi_k+2b_t\dot{z}_{t2}+ \\ +2c_tz_{t2}=b_t\dot{\eta}_3(t)+b_t\dot{\eta}_4(t)+c_t\eta_3(t)+c_t\eta_4(t); \\ J_t\ddot{\varphi}_{t2}+2b_tl_t^2\dot{\varphi}_{t2}+2c_tl_t^2\varphi_{t2}=b_tl_t\dot{\eta}_3(t)-b_tl_t\dot{\eta}_4(t)+c_tl_t\eta_3(t)-c_tl_t\eta_4(t). \end{cases} \quad (2)$$

где m_k, m_t – приведенная масса кузова и приведенная масса тележки и части монорельса;

J_k, J_t – приведенный момент инерции кузова и приведенный момент тележки с частью монорельса;

z_k – линейные перемещения кузова вдоль оси Oz_k;

z_{t1}, z_{t2} – линейные перемещения тележек вдоль оси $O_1 z_{t1}$ и $O_2 z_{t2}$ (здесь и далее индекс 1 соответствует первой по ходу движения тележки, а 2 – второй);

φ_k – угловые перемещения кузова вокруг оси Ox_k;

$\varphi_{t1}, \varphi_{t2}$ – угловые перемещения тележек вокруг осей $O_1 x_{t1}$ и $O_2 x_{t2}$;

c_k, b_k – коэффициенты жесткости и вязкого сопротивления подвески кузова;

c_t, b_t – коэффициенты жесткости и вязкого сопротивления тележки и монорельса.

Первое и второе уравнения из системы (2) относятся к колебаниям кузова, третье и четвертое – колебаниям первой по ходу движения тележки, а пятое и шестое – второй по ходу движения тележки. Эти колебания являются параметрическими, поскольку во время движения тележек вдоль пролета монорельса жесткость периодически изменяется. Ближе к стыку жесткость монорельса определяется жесткостью подвески, а ближе к середине секции – изгибной жесткостью балки, из которой изготовлен монорельс. Жесткость подвески зависит от параметров применяемой круглозвенной цепи и способа ее крепления в горной выработке.

С учетом этого, изменение коэффициента жесткости c_t по длине пролета монорельса может быть представлено в виде периодической функции, период повторения которой соответствует длине секции L

$$c_t = c_m\left(1 - \frac{1}{2}k_{m1}\left(\left|\sin\omega_\tau t + \delta_m\right| + \left|\sin\omega_\tau t - \delta_m\right| - 2\delta_m\right) - k_{m2}\left|\sin\omega_\tau t\right|\right),$$

где c_m – коэффициент жесткости подвески монорельсового пути;

k_{m1} – коэффициент изменения жесткости монорельса в середине пролета секции;

k_{m2} – коэффициент изменения жесткости монорельса в зоне стыка.

Значение коэффициента изменения жесткости k_{m1} определяется отношением жесткости балки в середине пролета к жесткости подвески, а k_{m2} – отношением жесткости стыка к жесткости подвески. На рис. 3 показано как изменяется жесткость монорельса с увеличением длины пройденного пути по пролету секции. Указанная зависимость получена для следующих значений входящих параметров $c_m = 2{,}06 \cdot 10^7$ Н/м; $\delta_m = 0{,}1$ м; $k_{m1} = 0{,}5$ и $k_{m2} = 0{,}1$.

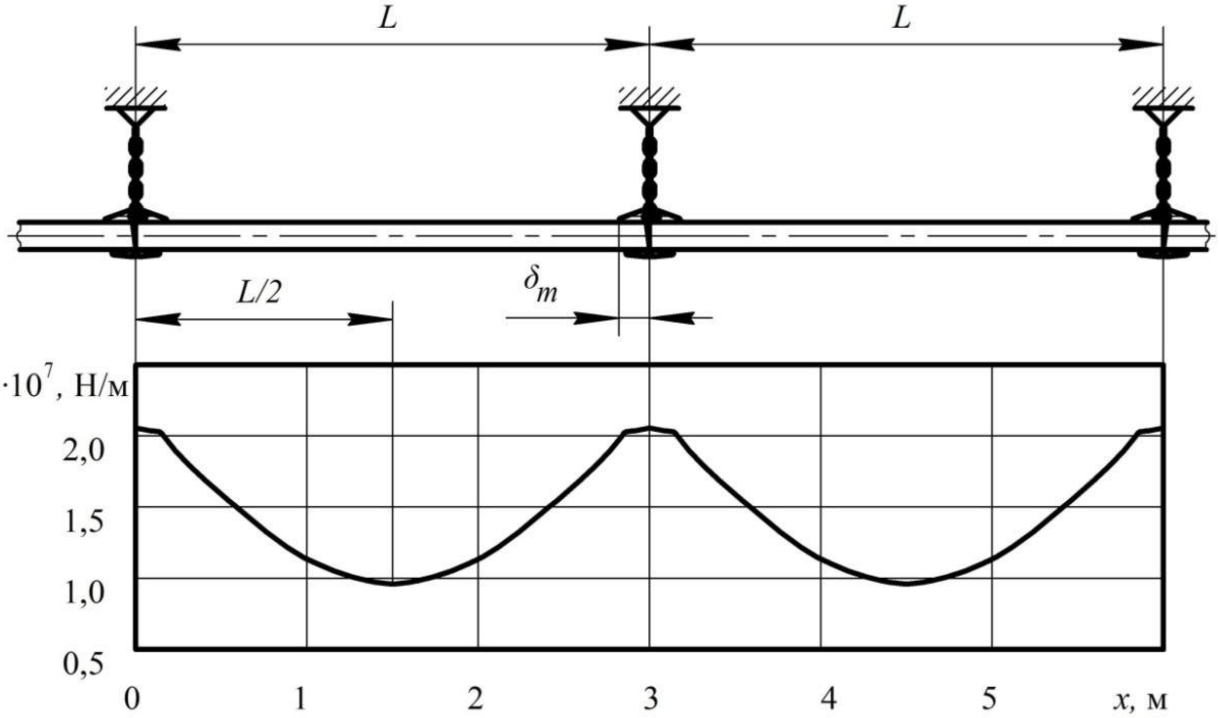

Рис.3. Изменение коэффициента жесткости монорельсового пути вдоль его пролета

Решение системы (2) с учетом периодических возмущений и изменения жесткости монорельсового пути получено с применением пакета прикладных программ Mathcad. Для решения принят метод Рунге-Кутта с автоматическим выбором шага, использующий функцию Rkadapt. Данный метод позволяет находить решения дифференциальных уравнений, содержащих плавные и быстро меняющиеся области.

Зависимости вертикальных колебаний кузова z_k, первой z_{t1} и второй z_{t2} по ходу движения тележек приведены на рис. 4. Здесь также показаны углы повороты кузова φ_k, первой φ_{t1} и второй φ_{t2} тележек. Из этого рисунка видны признаки наложений на колебания низкой частоты с большой амплитудой колебаний высокой частоты с малыми амплитудами. Анализ показывает, что высокочастотные гармоники колебаний являются следствием наложения колебаний тележек на монорельсе на колебания кузова.

Результаты решения показаны в виде фазовых диаграмм (рис. 5), представляющих зависимость скорости парциальных масс тележек и кузова от их соответствующих линейных перемещений. Полученные решения показывают, что после переходного процесса устанавливаются колебания постоянной амплитуды с частотой возмущения.

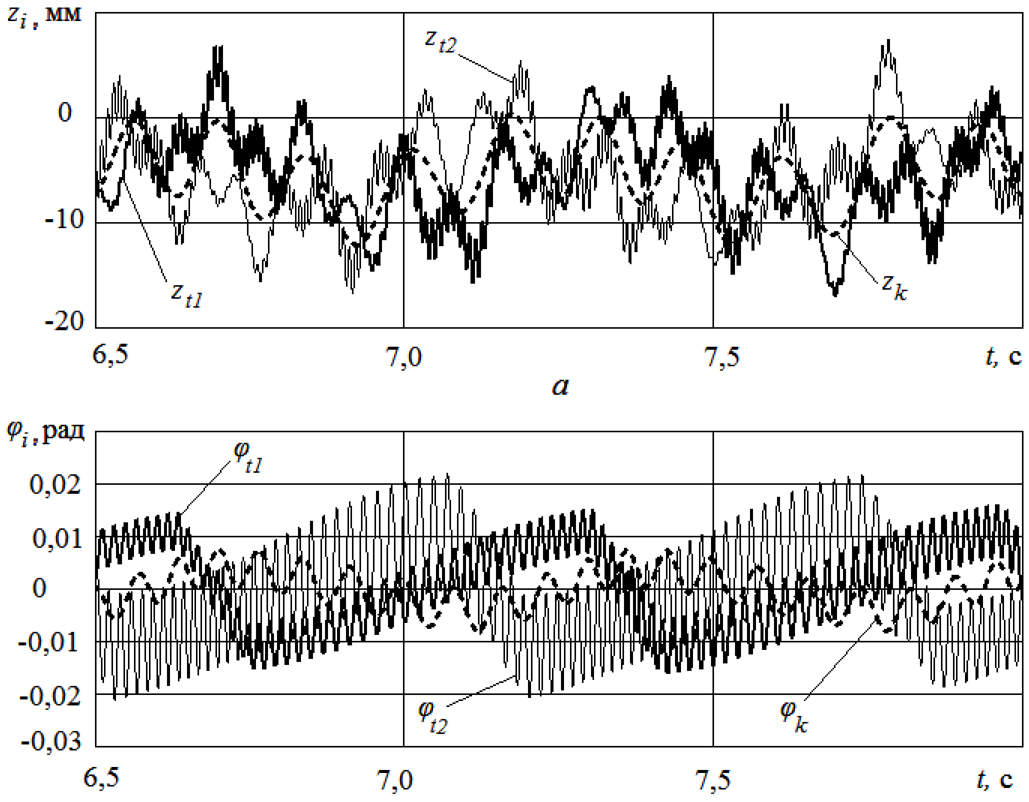

Рис.4. Зависимости вертикальных колебаний во времени: *а* – линейные перемещения; *б* – повороты

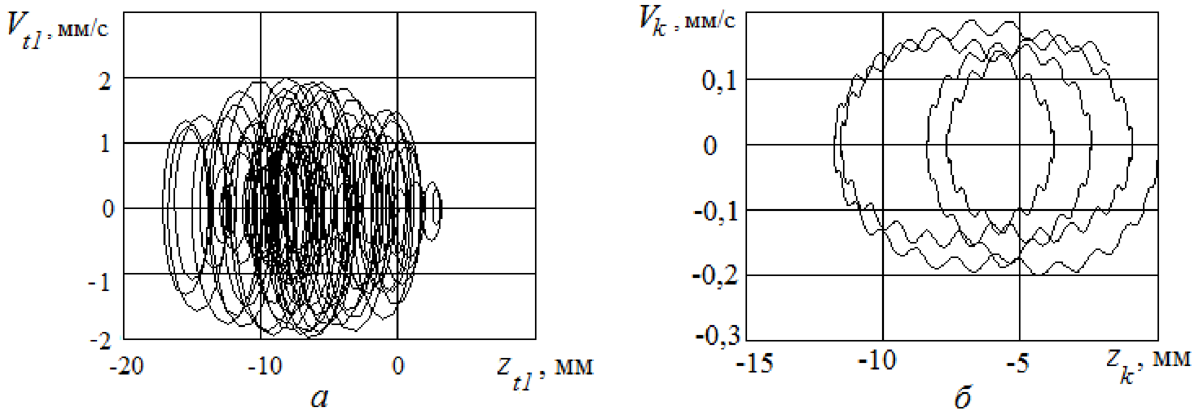

Рис.5. Фазовые диаграммы колебаний: *а* – зависимость скорости тележки V_{t1} от ее линейного перемещения z_{t1}; *б* – зависимость скорости кузова V_k от его линейного перемещения z_k

Следует отметить, что парциальная частота вертикальных колебаний тележки равна $\omega_t = \sqrt{c_t / m_t}$. Для тележки, когда $m_t = 0{,}1$ т и $c_t = 0{,}67 \cdot 10^7$ Н/м, $\omega_t = 259$ с$^{-1}$. Если не учитывать массу тележек и монорельса, то парциальная частота колебания кузова будет

$$\omega_k = \sqrt{\frac{2c_t c_k}{m_k(c_t + c_k)}}.$$

Для кузова с параметрами $m_k = 8$ т и $c_m = 3{,}0 \cdot 10^7$ Н/м парциальная частота $\omega_k = 37$ с$^{-1}$.

Значения амплитуд колебаний тележек и кузова в зависимости от скорости движения вагонетки приведены в табл. 1. Здесь амплитуды, указанные в числителе, получены для $m_k = 1$ т, а в знаменателе – $m_k = 8$ т. При выполнении расчетов скорость движения экипажа варьировалась от 1,0 до 5,0 м/с. Демпфирование в системе первоначально не учитывалось и коэффициенты демпфирования принимались равными нулю.

Табл. 1. Амплитуды колебаний тележек и кузова для различных скоростей движения

Параметр, размерность	Скорость движения, м/с				
	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
z_{t1}, мм	23,8 / 23,7	23,8 / 20,0	24,2 / 22,4	23,2 / 24,0	23,2 / 25,1
z_{t2}, мм	25,1 / 24,2	20,8 / 22,5	23,7 / 22,1	24,9 / 23,1	24,4 / 24,6
z_k, мм	13,1 / 13,0	12,5 / 12,6	13,6 / 12,6	13,3 / 11,8	13,1 / 13,9
$\varphi_{t1} \cdot 10^{-3}$, рад	32,0 / 32,0	32,0 / 32,0	37,0 / 37,0	36,0 / 36,0	32,0 / 32,0
$\varphi_{t2} \cdot 10^{-3}$, рад	38,0 / 38,0	38,0 / 38,0	38,0 / 38,0	43,0 / 43,0	41,0 / 41,0
$\varphi_k \cdot 10^{-3}$, рад	15,9 / 15,3	15,0 / 15,1	15,8 / 15,1	15,8 / 15,1	16,6 / 15,8

Из табл. 1 видно, что в рассматриваемом диапазоне скоростей движения амплитуды колебаний принимают довольно высокие значения. Для экипажа с массой кузова 1 т линейные перемещения z_{t1} изменяются от 23,2 до 24,2 мм, z_{t2} – от 20,8 до 25,1 мм, z_k – от 12,5 до 13,6 мм. Угловые перемещения φ_{t1} варьируются от 0,032 до 0,037 рад, φ_{t2} – от 0,038 до 0,043 рад и φ_{t1} – от 0,015 до 0,017 рад. Увеличение массы кузова до 8 т практически не приводит к существенному изменению угловых перемещений.

В табл. 2 показаны значения амплитуд колебаний тележек и кузова с учетом демпфирования. Масса кузова принималась равной 8 т, а скорость движения – 2,0 м/с. Указанные в числителе амплитуды получены для $b_t = 0{,}05...2{,}0$; $b_k = 0$, а в знаменателе – $b_t = 0$; $b_k = 0{,}05...2{,}0$. Первый случай соответствует упруго-демпфирующей подвеске монорельса и жесткой подвеске кузова (без подрессоривания и демпфирования), а второй – жесткой подвеске монорельса и подрессориванию кузова.

Табл. 2. Амплитуды колебаний тележек и кузова для различных значений коэффициента демпфирования подвески монорельса (при $V_n = 2$ м/с)

Параметр, размерность	Коэффициенты демпфирования b_t, b_k, кН · с / м				
	0	0,05	0,2	1,0	2,0
z_{t1}, мм	20,0	$\frac{18{,}2}{18{,}7}$	$\frac{15{,}8}{17{,}7}$	$\frac{15{,}0}{16{,}4}$	$\frac{14{,}2}{16{,}1}$
z_{t2}, мм	22,5	$\frac{20{,}8}{22{,}5}$	$\frac{18{,}9}{21{,}6}$	$\frac{16{,}9}{19{,}1}$	$\frac{15{,}6}{19{,}0}$
z_k, мм	12,6	$\frac{12{,}5}{12{,}6}$	$\frac{12{,}4}{12{,}6}$	$\frac{11{,}9}{12{,}7}$	$\frac{11{,}6}{12{,}5}$
$\varphi_{t1} \cdot 10^{-3}$, рад	32,0	$\frac{29{,}0}{32{,}0}$	$\frac{25{,}0}{32{,}0}$	$\frac{23{,}0}{32{,}0}$	$\frac{22{,}0}{32{,}0}$
$\varphi_{t2} \cdot 10^{-3}$, рад	38,0	$\frac{31{,}0}{38{,}0}$	$\frac{26{,}0}{38{,}0}$	$\frac{24{,}0}{38{,}0}$	$\frac{23{,}0}{38{,}0}$
$\varphi_k \cdot 10^{-3}$, рад	15,1	$\frac{15{,}0}{15{,}1}$	$\frac{14{,}6}{15{,}1}$	$\frac{13{,}1}{15{,}1}$	$\frac{12{,}0}{14{,}9}$

Анализ табл. 2 показывает, что увеличение коэффициентов демпфирования приводит к снижению амплитуд колебаний. Однако их влияние неравнозначно. Для первого случая, когда b_t принимает значения от 0 до 2,0 кН·с/м, амплитуды линейных перемещений уменьшаются на 9...31%, а угловые – на 21...40%. Для второго случая происходит снижение амплитуд линейных перемещений на 1...16%, а угловые перемещения остаются практически без изменений.

Выводы и направления дальнейших исследований. Разработанная математическая модель описывает процесс взаимодействия подвижного экипажа с подвесным монорельсом и учитывает изменение жесткости пути по длине пролета. Полученные результаты позволят обоснованно устанавливать параметры подвески монорельса и экипажа для усовершенствования существующих и проектирования новых шахтных подвесных монорельсовых дорог.

В дальнейшем, с целью уточнения полученных зависимостей, планируется провести экспериментальные исследования колебаний подвижного состава подвесной монорельсовой дороги в шахтных условиях.

Список литературы

1. Математическое моделирование колебаний рельсовых транспортных средств / В.Ф. Ушкалов, Л.М. Резников, В.С. Иккол, Е.Ю. Трубицкая и др.; ред. В.Ф. Ушкалов // – К.: Наук. Думка, 1989. – 240 с.
2. Мямлин С.В. Моделирование динамики рельсовых экипажей / С.В. Мямлин. – Д.: Новая идеология, 2002. – 240 с
3. Расцветаев В.А. Особенности формирования дополнительных нагрузок на арочную крепь участковых выработок с подвесными монорельсовыми дорогами / В.А. Расцветаев // Науковий вісник НГУ. – 2011. – № 4. С.35-38.
4. Ширин Л.Н. Оценка эксплуатационных параметров подвесных монорельсовых дорог / Л.Н. Ширин, Л.Н. Посунько, В.А. Расцветаев // Геотехнічна механіка: Міжвід. зб. наук. праць / Ін-т геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України. – 2008. – Вип. 76. – С. 91 – 96.
5. Кузнецов Е.В. Метод выбора параметров сталеполимерных анкеров для подвески монорельсовых дорог большой грузоподъемности в выработках / Е.В. Кузнецов // Вестник КузГТУ. – 2005. – №4. – С. 27-28.
6. Титов А.А. Анализ вариантов взаимодействия системы колесо-вагонетка при наезде на стык рельсов / А.А. Титов, В.Ф. Ганкевич, А.Н. Коцупей // Науковий вісник НГУ. – 2009. – № 3. – С. 68-71.
7. Коцупей А.Н. Обоснование параметров периодического взаимодействия колеса вагонетки со стыками протяженного рельсового пути / А.Н. Коцупей, А.А. Титов, В.Ф. Ганкевич // Науковий вісник НГУ. – 2010. – № 1. – С. 65-68.

Стаття надійшла до редакції 21.10.2013

В.О. Гутаревич. ДВНЗ «Донецький національний технічний університет»

Вертикальні коливання рухомого складу шахтної монорейкової дороги

Розроблено математичну модель взаємодії рухомого складу дороги з підвісною монорейкою, що має змінну жорсткість впродовж її прольоту. На підставі отриманої моделі визначено амплітуди вертикальних коливань, повороти візків і кузова, які виникають під час руху шахтної підвісної монорейкової дороги. При цьому зміну жорсткості шляху впродовж прольоту представлено у вигляді періодичної функції, період повторення якої відповідає довжині секції монорейки. Рішення системи диференціальних рівнянь, що описують розроблену математичну модель, отримано за допомогою класичного методу Рунге-Кутта четвертого порядку. Знайдено вплив зміни швидкості руху підвісного екіпажу, його маси та коефіцієнту демпфування підвіски монорейки на значення амплітуди коливання візків і кузову. Встановлено, що підбираючи жорсткість підвіски монорейки, можливо істотно знизити амплітуди вертикальних коливань екіпажу. Отримані результати дозволять обґрунтовано встановлювати параметри підвіски монорейки та екіпажу для удосконалення діючих і проектування нових шахтних підвісних монорейкових доріг.

Ключові слова: математична модель, екіпаж, підвісна монорейка, вертикальне переміщення, жорсткість, амплітуда коливань.

V. Gutarevych. Donetsk National Technical University

Vertical Oscillations of the Rolling Stock of Mine Suspended Monorail.

We developed a mathematical model of the interaction of the rolling stock of the road with suspended monorail of variable stiffness along its length. On the basis of this model we determined the amplitudes of vertical oscillations, carriage and body turnings which occur during the movement of the mine monorail. With this the change in stiffness of the way along the length of the span is presented in the form of the periodic function, the repetition period of which corresponds to the length of the section of the monorail. The solution of the system of differential equations describing the developed mathematical model is obtained using the classical Runge-Kutta fourth-order method. We found the effect of the speed variation of the suspended vehicle, its mass and monorail damping coefficient of suspension monorail on the values of the amplitude of the carriage and body oscillations. Choosing the stiffness of the monorail suspension one may significantly reduce the amplitudes of the vertical oscillations of the vehicle. The obtained results will allow setting reasonable parameters of the monorail and vehicle suspension, to improve existing and design new suspended monorails.

Keywords: mathematical model, vehicle, suspended monorail, vertical motion, stiffness, amplitude of oscillation.