ИЗВЕСТИЯ
ПЕНЗЕНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
ПЕДАГОГИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
имени В. Г. БЕЛИНСКОГО
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ
№26 2011

IZVESTIA
PENZENSKOGO GOSUDARSTVENNOGO
PEDAGOGICHESKOGO UNIVERSITETA
IMENI V. G. BELINSKOGO
PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES
№26 2011

УДК: 004.021

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АСИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА

© Р. Д. ПРОШИНА[1], Ю. Н. СЛЕСАРЕВ[2]

[1]Пензенская государственная технологическая академия,
кафедра “Автоматизация и управление”
e-mail: proshin@pgta.ru

[2]Пензенский государственный педагогический университет им. В. Г. Белинского,
кафедра “Прикладная математика и информатика”
e-mail: slesarevun@gmail.com

Прошина Р. Д., Слесарев Ю. Н. — Математическое моделирование асинхронного электропривода // Известия ПГПУ им. В. Г. Белинского. 2011. № 26. С. 621–626. — В статье рассматривается проблема моделирования вентильно-электромеханических систем в условиях интегрированного комплекса сетевых автоматизированных лабораторий. Предложенный метод позволяет моделировать все возможные режимы электромеханической системы с асинхронным приводом и произвольной структурой вентильного преобразователя на базе простейшей системы “Тиристорный коммутатор – асинхронный двигатель” с минимальным количеством состояний системы.

Ключевые слова: Моделирование, вентильный преобразователь, электропривод

Proshina R. D., Slesarev J. N. — Mathematical modeling asynchronous electric drive // Izv. Penz. gos. pedagog. univ. im.i V. G. Belinskogo. 2011. № 26. P. 621–626. — This article discusses the problem of simulation of gate-electromechanical systems in an integrated complex network of automated laboratories. The proposed method allows to simulate all possible modes of electromechanical systems with asynchronous drive and an arbitrary structure gate converter based on a simple system "Thyristor switch - asynchronous electric drive,"with a minimal number of states of the system.

Keywords: modeling, gate converter, an electric drive

Исследования управляемых вентильно-электромеханических систем (УВЭМС) в условиях интегрированного комплекса сетевых автоматизированных лабораторий (ИКСАЛ) [1–2] опираются на методы математического моделирования вентильных преобразователей (ВП) [3] и теорию обобщённого электромеханического преобразования энергии [4] и сочетают, как физическое, так и математическое моделирование [5–6].

Многообразие структур и способов управления УВЭМС значительно усложняет задачу их анализа существующими методами и приводит к весьма громоздким решениям, малопригодным для инженерной практики. Значительное повышение эффективности моделирования систем с электромеханическими преобразователями энергии (ЭМП), к которым относятся асинхронные двигатели (АД), достигается созданием на основе представления выходного напряжения ВП единственным гармоническим колебанием с дискретно управляемой фазой [3] единых математических моделей УВЭМС, объединяющих ВП и АД в систему "ВП – АД".

Математическая модель вентильного преобразователя

Отличительная особенность предлагаемого метода моделирования состоит в том, что он позволяет моделировать все возможные режимы системы "ВП – АД" с произвольной структурой вентильного преобразователя на базе простейшей системы "Тиристорный коммутатор – асинхронный двигатель" ("ТК – АД") с минимальным количеством состояний вентильно-электромеханической системы, что значительно упрощает исследование этих систем.

Для математического моделирования выберем двухфазную систему координат, которая позволяет сократить использование вычислительных ресурсов ЭВМ. Выходное напряжение ВП – входное напряжение электрической машины в двухфазной системе координат зададим через переключающие функции амплитуды $H^2_{1a}[t], H^2_{1b}[t], H^2_{1c}[t]$ и фазы $H^2_A[t], H^2_B[t], H^2_C[t]$, моделирующие функционирование переключающих элементов (ПЭ) вентильного преобразователя во времени t, в векторной форме [5, 6]:

$$\begin{bmatrix} U_{1\alpha} \\ U_{1\beta} \end{bmatrix} = U_m \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} H^1_{1a}[t] & 0 & 0 \\ 0 & H^1_{1b}[t] & 0 \\ 0 & 0 & H^1_{1c}[t] \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} \sin\left(\omega_0 t - H^2_A[t]\,\Delta\varphi\right) \\ \sin\left(\omega_0 t - H^2_B[t]\,\Delta\varphi\right) \\ \sin\left(\omega_0 t - H^2_C[t]\,\Delta\varphi\right) \end{bmatrix}. \tag{1}$$

Здесь $U_{1\alpha}, U_{1\beta}$ – проекции обобщённого вектора напряжения статора на соответствующие оси α и β, ω_0 – круговая частота, $\Delta\varphi$ – дискретность изменения фазы.

Математическая модель состояний асинхронного двигателя

При соединении обмоток асинхронной машины звездой без нулевого провода для реализации всех возможных способов и алгоритмов управления системы "ВП – АД" необходимо моделировать следующие состояния:

- включены ПЭ во всех фазах двигателя;
- выключены ПЭ во всех фазах двигателя;
- выключены ПЭ в фазе А;
- выключены ПЭ в фазе В;
- выключены ПЭ в фазе С.

Три последних состояния системы "ТК – АД" соответствуют одному режиму работы асинхронного двигателя – двухфазному, поэтому системы уравнений, описывающих эти состояния, подобны. Первое состояние системы эквивалентно симметричному трёхфазному режиму работы АД, второе – режиму выбега. Таким образом, для обеспечения моделирования всех режимов системы "ВП – АД" необходимо и достаточно использование математических моделей для трёх режимов работы асинхронного двигателя:

- симметричный трёхфазный режим;
- двухфазный режим;
- режим выбега.

Математическая модель асинхронной машины в симметричном режиме при общепринятых допущениях в двухфазной системе координат α, β в векторно-матричной форме имеет вид [4]:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\psi_{1\alpha}}{dt} \\ \frac{d\psi_{1\beta}}{dt} \\ \frac{d\psi_{2\alpha}}{dt} \\ \frac{d\psi_{2\beta}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_1F_2 & 0 & R_1F_3 & 0 \\ 0 & -R_1F_2 & 0 & R_1F_3 \\ R_2F_3 & 0 & -R_2F_1 & -\omega_Э \\ 0 & R_2F_3 & -\omega_Э & -R_2F_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \psi_{1\alpha} \\ \psi_{1\beta} \\ \psi_{2\alpha} \\ \psi_{2\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_{1\alpha\beta} \\ U_{1\beta} \\ U_{2\alpha} \\ U_{2\beta} \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} i_{1\alpha} \\ i_{1\beta} \\ i_{2\alpha} \\ i_{2\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_2 & 0 & -F_3 & 0 \\ 0 & F_2 & 0 & -F_3 \\ -F_3 & 0 & F_1 & 0 \\ 0 & -F_3 & 0 & F_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \psi_{1\alpha} \\ \psi_{1\beta} \\ \psi_{2\alpha} \\ \psi_{2\beta} \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} i_{m\alpha} \\ i_{m\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_2 - F_3 & 0 & F_1 - F_3 & 0 \\ 0 & F_2 - F_3 & 0 & F_1 - F_3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \psi_{1\alpha} \\ \psi_{1\beta} \\ \psi_{2\alpha} \\ \psi_{2\beta} \end{bmatrix};$$

$$M = \frac{3}{2} p_{\Pi} F_3 \cdot \begin{bmatrix} -\psi_{1\alpha} & \psi_{1\beta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \psi_{2\beta} \\ \psi_{2\alpha} \end{bmatrix};$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J}\left(M - M_c \cdot sign\omega\right); \tag{2}$$

$$i_m = \sqrt{i_{m\alpha}^2 + i_{m\beta}^2}, x_m = f\left(i_m\right),$$

где: $\psi_{1\alpha}, \psi_{1\beta}$ – проекции обобщённого вектора потокосцепления статора на соответствующие оси;

$\psi_{2\alpha}, \psi_{2\beta}$–проекции обобщённого вектора потокосцепления ротора;

$i_{1\alpha},\ i_{1\beta}$ – проекции обобщённого вектора тока статора;

$i_{m\alpha},\ i_{m\beta}$ – проекции обобщённого вектора намагничивающего тока;

i_m – модуль вектора намагничивающего тока;

$R_1,\ R_2$ – активные сопротивления статорной и роторной цепей;

p_{Π} – число пар полюсов;

ω – скорость ротора;

$\omega_Э = p_{\Pi}\omega$–электрическая круговая частота;

M – электромагнитный момент;

$x_1,\ x_2,\ x_m$ – индуктивные сопротивления статора, ротора и намагничивающего контура;

$i_a,\ i_b,\ i_c$ – токи АМ в трёхфазной системе координат;

$M_c,\ J$ – момент сопротивления и момент инерции, соответственно.

Значения коэффициентов в (2) определяются по формулам [4]:

$$F_1 = \frac{\omega_0}{x_m\left(x_1 + x_2\right) + x_1x_2} \cdot \left(x_m + x_1\right);$$

$$F_2 = \frac{\omega_0}{x_m\left(x_1 + x_2\right) + x_1x_2} \cdot \left(x_m + x_2\right);$$

$$F_3 = \frac{\omega_0}{x_m\left(x_1 + x_2\right) + x_1x_2} \cdot x_m.$$

Значительное упрощение системы уравнений для двухфазного режима достигается применением метода колеблющихся координат путём совмещения обесточенной фазы с осью α. Такое совмещение осуществляется поворотом координатных осей в дискретные моменты времени на угол $\pm{}^{2\pi}/_{3}$.

В двухфазном режиме работы АД при совмещении оси α с фазой A система уравнений приводится к виду [4]:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\psi_{1\alpha}}{dt} \\ \frac{d\psi_{1\beta}}{dt} \\ \frac{d\psi_{2\alpha}}{dt} \\ \frac{d\psi_{2\beta}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_2R_2F_3 & 0 & -k_2R_2F_1 & -k_2\omega_Э \\ 0 & -R_1F_2 & 0 & R_1F_3 \\ R_2F_3 & 0 & -R_2F_1 & -\omega_Э \\ 0 & R_2F_3 & -\omega_Э & -R_2F_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \psi_{1\alpha} \\ \psi_{1\beta} \\ \psi_{2\alpha} \\ \psi_{2\beta} \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_{1\alpha} \\ U_{1\beta} \\ U_{2\alpha} \\ U_{2\beta} \end{bmatrix};$$

$$M = \frac{3}{2} p_\Pi F_3 \psi_{2\alpha} \cdot \begin{bmatrix} 1 & k_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \psi_{2\beta} \\ \psi_{2\alpha} \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} i_{1\alpha} \\ i_{1\beta} \\ i_{2\alpha} \\ i_{2\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & F_2 & 0 & -F_3 \\ 0 & 0 & F_{02} & 0 \\ 0 & -F_3 & 0 & F_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \psi_{1\alpha} \\ \psi_{1\beta} \\ \psi_{2\alpha} \\ \psi_{2\beta} \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} i_{m\alpha} \\ i_{m\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & F_{02} & 0 \\ 0 & F_2 - F_3 & 0 & F_1 - F_3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \psi_{1\alpha} \\ \psi_{1\beta} \\ \psi_{2\alpha} \\ \psi_{2\beta} \end{bmatrix};$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J}\left(M - M_c \cdot sign\omega\right);$$

$$i_m = \sqrt{i_{m\alpha}^2 + i_{m\beta}^2},\ x_m = f\left(i_m\right). \qquad (3)$$

Здесь в (3) коэффициенты k_2, F_{02} вычисляют по формулам [4]:

$$k_2 = \frac{x_m}{x_m + x_2}; \quad F_{02} = \frac{\omega_0}{x_m + x_2}.$$

Математическая модель выбега АД в векторно-матричной форме [4] принимает вид:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\psi_{2\alpha}}{dt} \\ \frac{d\psi_{2\beta}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_2F_{02} & -\omega_Э \\ \omega_Э & -R_2F_{02} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \psi_{2\alpha} \\ \psi_{2\beta} \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{1\alpha} \\ \psi_{1\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_2 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \psi_{2\alpha} \\ \psi_{2\beta} \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} i_{2\alpha} \\ i_{2\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{02} & 0 \\ 0 & F_{02} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \psi_{2\alpha} \\ \psi_{2\beta} \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} i_{1\alpha} \\ i_{1\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad M = 0; \quad \begin{bmatrix} i_{m\alpha} \\ i_{m\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{2\alpha} \\ i_{2\beta} \end{bmatrix};$$

$$i_m = \sqrt{i_{m\alpha}^2 + i_{m\beta}^2},\ x_m = f\left(i_m\right). \qquad (4)$$

Матрицы преобразования системы координат

Для перехода от одной двухфазной системы к другой введён оператор поворота w, принимающий значение равное $+1$ при повороте на $2\pi/3$ и –1 при повороте на $4\pi/3$. Тогда значения переменных $x'_\alpha,\ x'_\beta$ в новой системе координат могут быть вычислены на основе следующих формул [4]:

$$\begin{bmatrix} x'_\alpha \\ x'_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 & -w\frac{\sqrt{3}}{2} \\ w\frac{\sqrt{3}}{2} & -0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix}. \qquad (5)$$

Так как при переключении, ВП имеет мгновенную несимметрию, то его моделирование целесообразно проводить в трёхфазной системе координат, что требует пересчёта значений переменных из трёхфазной системы координат в двухфазную и обратно. Для обобщённой записи такого перехода введём множители K_A, K_B, K_C, равные единице при совмещении соответствующей фазы A, B или C с осью α, и – нулю в противном случае.

Тогда для перехода из трёхфазной системы координат в двухфазную получим выражение [4]

$$x_\alpha = K_A \cdot x_a + K_B \cdot x_b + K_C \cdot x_c;$$

$$x_\beta = \frac{K_A \cdot (x_b - x_c) + K_B \cdot (x_c - x_a) + K_C \cdot (x_a - x_b)}{\sqrt{3}}.$$

При обратном переходе значения переменных в трёхфазной системе координат x_a, x_b, x_c находятся из системы уравнений [4]

$$K_A \cdot x_a + K_B \cdot x_b + K_C \cdot x_c = x_\alpha;$$

$$K_A \cdot x_b + K_B \cdot x_c + K_C \cdot x_a = -0,5 \cdot x_\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot x_\beta;$$

$$K_A \cdot x_c + K_B \cdot x_a + K_C \cdot x_b = -0,5 \cdot x_\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot x_\beta.$$

В матричной форме эти выражения принимают вид:

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_A \; K_B \; K_C \\ \frac{(K_C - K_B)}{\sqrt{3}} \; \frac{(K_A - K_C)}{\sqrt{3}} \; \frac{(K_B - K_A)}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (6)$$

и

$$\begin{bmatrix} K_A \; K_B \; K_C \\ K_C \; K_A \; K_B \\ K_B \; K_C \; K_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -0.5 & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -0.5 & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Из последних уравнений при совмещении фазы с осью α для $K_A = 1,\ K_B = 0,\ K_C = 0$ следует: $\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \; 0 \; 0 \\ 0 \; \frac{1}{\sqrt{3}} \; -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix}$ и $\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -0.5 & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -0.5 & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix}$. (8)

Заключение

Таким образом, приведенная система уравнений (1) – (8) описывает все возможные состояния рассматриваемой УВЭМС и представляет собой математическую модель, которая обеспечивает моделирование системы “ВП – АД” как в статических, так и динамических режимах работы с минимальным количеством структур и переключающих функций. Это обеспечивает расширение функциональных возможностей и эффективности моделирования и проектирования самых распространённых в промышленности асинхронных электроприводов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Прошин И. А. Прошин Д. И., Прошина Р. Д. Концепция построения интегрированных комплексов сетевых автоматизированных лабораторий // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2009. № 2. С. 82–87.

2. Прошин И. А. Прошин Д. И., Прошина Р. Д. Интегрированный электромеханический комплекс // В мире научных открытий. 2010. № 4. С. 27–30.

3. Прошин И. А. Управление в вентильно-электромеханических системах. Пенза: ПТИ, 2003. Кн. 1. 333 с.

4. Прошин И. А. Управление в вентильно-электромеханических системах. Пенза: ПТИ, 2003. Кн. 2. 307 с.

5. Прошин И. А. Теоретические основы моделирования управляемых вентильно-электромеханических систем с непосредственными преобразователями электрической энергии // Информационные технологии в проектировании и производстве. 2000. № 4. С. 65–70.

6. Прошин И. А, Прошин А. И., Мещеряков А. С. Математическая модель асинхронного двигателя с непосредственным преобразователем энергии в цепях статора // Наука производству. 1998. № 4. С. 13–15.