

УДК 621.5

Т.И. Семёшина, аспирант,**Е.А. Шушляпин, профессор, д-р техн. наук***Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: tata-i-sem@mail.ru***ПРИВЕДЕНИЕ МОБИЛЬНОГО РОБОТА ROBOTINO В ЗАДАННОЕ ПОЛОЖЕНИЕ МЕТОДОМ КОНЕЧНОГО СОСТОЯНИЯ**

Рассматривается задача приведения мобильного робота Robotino в заданное положение за заданное время с помощью одного из современных методов терминального управления нелинейными системами – метода конечного состояния.

Ключевые слова: *нелинейная система, мобильный робот, метод конечного состояния, терминальное управление.*

Введение. В составе оборудования ИСТИ FESTO при СевНТУ имеются мобильные роботы Robotino [1], предназначенные для использования в учебном процессе, а также в научных исследованиях. Одной из задач исследований является проверка возможностей ранее разработанных методов для управления реальным оборудованием. Особенностью робота является то, что его математическая модель, учитывающая кинематические соотношения и динамику электропривода, описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений. Указанная особенность ограничивает набор возможных методов формирования управляющих воздействий при решении терминальных задач, к которой относится задача приведения в заданное положение. Поэтому рассматриваемая в статье задача является актуальной.

Постановка задачи. Целью статьи является разработка алгоритма управления мобильным роботом на основе использования одного из методов терминального управления нелинейными системами – метода конечного состояния [2].

Материалы исследований. В данной статье рассматривается динамическая модель робота, внешний вид которого изображен на рисунке 1, и управление на основе нелинейной модели робота.



Рисунок 1 – Внешний вид системы Robotino

Мобильный робот Robotino приводится в движение тремя независимыми всенаправленными приводами. Они установлены под углом 120° друг к другу.

Каждый из трех приводов состоит из следующих компонентов (рисунок 2): двигателя постоянного тока; зубчатой передачи с передаточным отношением 16:1; всенаправленного ролика; приводного ремня; тахометра.

На рисунке 2 номерами обозначены следующие элементы: 1 – двигатель; 2 – тахометр; 3 – всенаправленный ролик; 4 – зубчатая передача; 5 – приводной ремень.

Все отдельные компоненты присоединены к монтажному фланцу с тыльной стороны. Привод вместе с фланцем в его передней части соединен с шасси при помощи винтов.

Фактическая частота вращения двигателя может быть сравнена с желательной скоростью посредством шифратора приращений и может далее быть отрегулирована при помощи ПИД-регулятора через ввод / вывод монтажной платы.

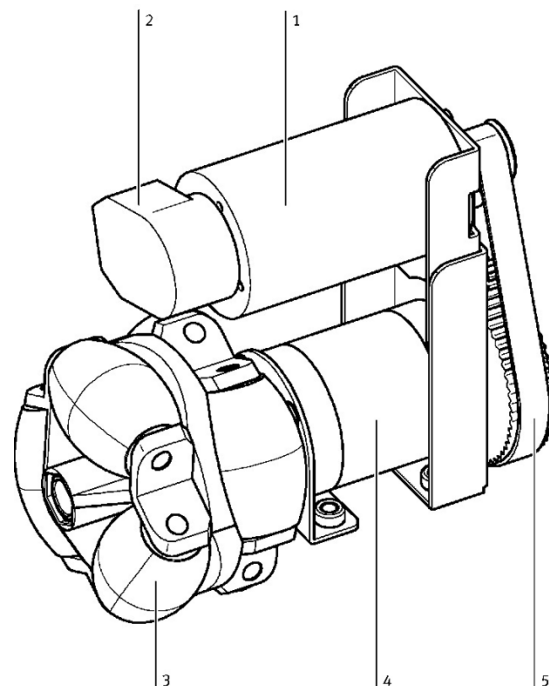


Рисунок 2 – Независимый всенаправленный привод

Всенаправленное движение робота осуществляется за счет специфического расположения трех двигателей постоянного тока (ДПТ) (оси двигателей располагаются под углом 120^0 друг к другу) и роликовой системы колес. Динамическая модель построена на основе кинематической модели и дифференциальных уравнений, учитывающих динамику ДПТ. Перейдем к формированию динамической модели, а также применению в алгоритме управления метода конечного состояния (МКС) [2].

Кинематические соотношения, согласно [1], имеют вид:

$$\begin{aligned} x_r &= a_{11}w_1 + a_{12}w_2 + a_{13}w_3, \\ y_r &= a_{21}w_1 + a_{22}w_2 + a_{23}w_3, \\ \dot{\varphi} &= a_{31}w_1 + a_{32}w_2 + a_{33}w_3. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь x_r, y_r – линейные перемещения вдоль осей, связанных с роботом; φ – угол поворота робота относительно начального; w_1, w_2, w_3 – угловые скорости всенаправленных колес (роликов).

$$\bar{A} = \{a_{ij}\} = r \begin{bmatrix} -\sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & R \\ -\sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 & R \\ -\sin \varphi_3 & \cos \varphi_3 & R \end{bmatrix}^{-1}; \quad R - \text{расстояние между колесом и центром робота; } r - \text{радиус колеса.}$$

Уравнение динамики ДПТ в предположении его включения по схеме постоянного возбуждения

$$\begin{aligned} i_g &= i_g^H, \\ \frac{di_A}{dt} &= -\frac{r_A}{L_A} i_A - \frac{K_1 i_g^H}{L_A} \omega + \frac{1}{L_A} u_A, \\ \frac{d\omega}{dt} &= -\frac{K_M}{J_M} \omega + \frac{K_2}{J_M} i_A i_g^H, \end{aligned} \quad (2)$$

где i_g, i_A – токи возбуждения и якоря двигателя; ω – скорость двигателя; u_A – управляющее напряжение на якоре двигателя; r_A, L_A – сопротивление и индуктивность якоря; K_1, K_2 – электрические и механические постоянные; K_M – коэффициент пропорциональности момента нагрузки и скорости; J_M – момент инерции. В случае разгона начальные условия нулевые.

Введя обозначения $R_\gamma = r_A, L_\gamma = L_A, i_\gamma = i_A, K_{\text{ЭМ}} = K_1 i_g^H = K_2 i_g^H, u_\gamma = u_A, f = K_M, J = J_M$, перепишем (2) в виде:

$$\begin{cases} \dot{i}_\gamma = -\frac{R_\gamma}{L_\gamma} i_\gamma - \frac{K_{\text{ЭМ}}}{L_\gamma} \omega + \frac{1}{L_\gamma} u_\gamma, \\ \dot{\omega} = \frac{K_{\text{ЭМ}}}{J} i_\gamma - \frac{f}{J} \omega. \end{cases} \quad (3)$$

Объединяя уравнения кинематики (1) с уравнениями динамики (3) для трех ДПТ (все они предполагаются одинаковыми), получаем следующую математическую модель, где верхними индексами в круглых скобках обозначены номера ДПТ.

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dx_r}{dt} &= \overline{a_{11}} K_{ред} \omega^{(1)} + \overline{a_{12}} K_{ред} \omega^{(2)} + \overline{a_{13}} K_{ред} \omega^{(3)}, \\ \frac{dy_r}{dt} &= \overline{a_{21}} K_{ред} \omega^{(1)} + \overline{a_{22}} K_{ред} \omega^{(2)} + \overline{a_{23}} K_{ред} \omega^{(3)}, \\ \frac{d\varphi}{dt} &= \overline{a_{31}} K_{ред} \omega^{(1)} + \overline{a_{32}} K_{ред} \omega^{(2)} + \overline{a_{33}} K_{ред} \omega^{(3)}, \\ \frac{di_{я}^{(1)}}{dt} &= -\frac{R_{я}}{L_{я}} i_{я}^{(1)} - \frac{K_{ЭМ}}{L_{я}} \omega^{(1)} + \frac{1}{L_{я}} u_{я}^{(1)}, \\ \frac{d\omega^{(1)}}{dt} &= \frac{K_{ЭМ}}{J} i_{я}^{(1)} - \frac{f}{J} \omega^{(1)}, \\ \frac{di_{я}^{(2)}}{dt} &= -\frac{R_{я}}{L_{я}} i_{я}^{(2)} - \frac{K_{ЭМ}}{L_{я}} \omega^{(2)} + \frac{1}{L_{я}} u_{я}^{(2)}, \\ \frac{d\omega^{(2)}}{dt} &= \frac{K_{ЭМ}}{J} i_{я}^{(2)} - \frac{f}{J} \omega^{(2)}, \\ \frac{di_{я}^{(3)}}{dt} &= -\frac{R_{я}}{L_{я}} i_{я}^{(3)} - \frac{K_{ЭМ}}{L_{я}} \omega^{(3)} + \frac{1}{L_{я}} u_{я}^{(3)}, \\ \frac{d\omega^{(3)}}{dt} &= \frac{K_{ЭМ}}{J} i_{я}^{(3)} - \frac{f}{J} \omega^{(3)}. \end{aligned} \right. \quad (4)$$

Эта математическая модель записана с учетом связи между скоростями колес w_i и скоростями двигателей ω_i , связанных редукторами с передаточным числом $K_{ред}$ в виде $w_i = K_{ред} \omega_i$, $i = 1, 2, 3$.

Расчет МКС-управления [2] производится по соотношениям:

$$\begin{aligned} u(t) &= G^+ \cdot f_J(\bar{x}(t_f, t, x(t))), \quad G^+ = G^T / GG^T, \\ G &= \left. \frac{\partial J(x)}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}(t_f, t, x(t))} \cdot W(t_f, t, x(t)) B(t), \\ \frac{d\bar{x}(\vartheta, t, x(t))}{d\vartheta} &= \Phi(\vartheta, \bar{x}(\vartheta, t, x(t))), \\ \frac{dW(\vartheta, t, x(t))}{d\vartheta} &= \left. \frac{\partial \Phi(\vartheta, x)}{\partial x} \right|_{x=\bar{x}(\vartheta, t, x(t))} \cdot W(\vartheta, t, x(t)), \\ \vartheta \in [t, t_f], \quad W(t, t, x(t)) &= I, \quad \bar{x}(t, t, x(t)) = x(t), \quad t \in [t_0, t_f]. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь I – единичная матрица; f_J – правая часть дифференциального уравнения, определяющего желаемую траекторию критериальной функции времени $\bar{J}(t) = J(\bar{x}(t_f, t, x(t)))$. Например, при $f_J = \left(J^* - \bar{J}(t) \right) / T_u$ имеем соответственно экспоненциальную с постоянной времени T_u траекторию, приближающуюся при $t \rightarrow t_f$ к желаемому значению критерия J^* . В (5) входят элементы модели конечного состояния: вектор переменных конечного состояния $\bar{x}(\vartheta, t, x(t))$ (ПКС) и переходная матрица $W(\vartheta, t, x(t))$ (ПМ) как функции второго временного аргумента t . В качестве элементов вектора x в данном случае используются переменные состояния модели (4) в следующем соответствии: $x_1 \equiv x_r$; $x_2 \equiv y_r$; $x_3 \equiv \varphi$; $x_4 \equiv i_{я}^{(1)}$; $x_5 \equiv \omega^{(1)}$; $x_6 \equiv i_{я}^{(2)}$; $x_7 \equiv \omega^{(2)}$; $x_8 \equiv i_{я}^{(3)}$; $x_9 \equiv \omega^{(3)}$.

Имея в виду задачу приведения робота в заданную точку с координатами $x_r^* \equiv x_1^*$, $y_r^* \equiv x_2^*$, $\varphi^* \equiv x_3^*$, получаем в результате квадратичный критерий для задачи стабилизации:

$$J = F_1(x_1 - x_1^*)^2 + F_2(x_2 - x_2^*)^2 + F_3(x_3 - x_3^*)^2 \rightarrow J^*, \quad J^* = 0. \quad (6)$$

Метод (5) предназначен для решения терминальной задачи, в которой должно быть задано конечное время работы системы t_f . При этом можно решить задачу приведения робота в заданную точку за заданное время. Однако решение данной задачи не может быть осуществлено в реальном времени ввиду сложности расчета управления (5).

Поскольку задачи управления движением роботом могут быть сформулированы как задачи стабилизации или слежения (задача стабилизации – для случая приведения в заданную позицию, задача слежения – для реализации заданной траектории), то в данном случае целесообразно использовать МКС с сигнальной самонастройкой [3], специально предназначенный для решения задач стабилизации вида (6). Данный метод конечного состояния основан на разбиении интервала управления на участки малой длительности h , в силу чего численное интегрирование МКС производится на одном шаге h и сводится к расчету интеграла методом прямоугольников. При этом на каждом малом участке в качестве цели управления выступает отклик некоторой эталонной модели. Тем самым, фактически, вместо терминальной задачи решается задача стабилизации или слежения, в зависимости от входного воздействия на эталонную систему. Название «сигнальная самонастройка» обусловлено тем, что для слежения за откликом эталонной системы используется не параметрическая подстройка регулятора заданной структуры, а рассчитываются управляющие воздействия (сигналы).

Выражение для приводящего управления можно записать в виде:

$$\begin{aligned} u(t) &= G^+ \cdot (J^* - \bar{J}(t_f, t)) / 2Tu, \\ G^+ &= G^T (GG^T)^{-1}, \\ G &= (1 \times r) = \bar{\Delta}^T(t_f, t) \cdot F \cdot W^x(t_f, t, x(t)) \cdot B(t). \end{aligned}$$

Переменные конечного состояния (ПКС) определяются как

$$\begin{aligned} \bar{x}(t_{i+1}, t_i) &= x(t_i) + \Phi^x(t_i, x(t_i)) \cdot h, \\ W^x(t_{i+1}, t_i, x(t_i)) &= I + \left[\frac{\partial \Phi^x(t_i, x)}{\partial x} \right]_{x=x(t_i)} \cdot h. \end{aligned}$$

Аналогично для \bar{x}_z получаем

$$\bar{x}_z(t_{i+1}, t_i) = x_z(t_i) + \Phi^z(t_i, x_z(t_i)) \cdot h,$$

где элементы вектора x_z имеют такое же соответствие, как и в системе (4). В приведенных выше выражениях Φ^x обозначены правые части системы (4) без членов с управляющими воздействиями $u_{я}^{(1)}$, $u_{я}^{(2)}$, $u_{я}^{(3)}$, Φ^z – правые части эталонной системы, B – $(n \times r)$ -мерная матрица коэффициентов при управляющем воздействии, $\frac{\partial \Phi^x(t_i, x)}{\partial x}$ – Якобиан, $\Delta = \bar{x}(t_{i+1}, t_i) - \bar{y}(t_{i+1}, t_i)$, где \bar{y} – выход эталонной системы.

При этом эталонная система имеет вид: $\frac{dx_{1z}}{dt} = -\frac{1}{Tz} x_{1z}$; $\frac{dx_{2z}}{dt} = -\frac{1}{Tz} x_{2z}$; $\frac{dx_{3z}}{dt} = -\frac{1}{Tz} x_{3z}$;
 $\frac{di_{я}^{(1)z}}{dt} = 0$; $\frac{d\omega^{(1)z}}{dt} = 0$; $\frac{di_{я}^{(2)z}}{dt} = 0$; $\frac{d\omega^{(2)z}}{dt} = 0$; $\frac{di_{я}^{(3)z}}{dt} = 0$; $\frac{d\omega^{(3)z}}{dt} = 0$.

Для нашего случая критерий будет следующим:

$$\bar{J}(t_f, t) = (\bar{x}_1(t_{i+1}, t_i) - \bar{x}_{1z}(t_{i+1}, t_i))^2 + (\bar{x}_2(t_{i+1}, t_i) - \bar{x}_{2z}(t_{i+1}, t_i))^2 + (\bar{x}_3(t_{i+1}, t_i) - \bar{x}_{3z}(t_{i+1}, t_i))^2 \rightarrow \bar{J}^*.$$

Получим следующее выражение для приводящего управления:

$$u(t) = \frac{1}{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \cdot (J^* - \bar{J}(t_f, t)) / 2Tu. \quad (7)$$

Здесь

$$a = \left(x(t_i) - \frac{R_{я}}{L_{я}} i_{я}^{(1)} h - \frac{K_{ЭМ}}{L_{я}} \omega^{(1)} h - x_{Э}(t_i) \right) \left(1 - \frac{R_{я}}{L_{я}} h \right) \frac{1}{L_{я}} + \left(x(t_i) + \frac{K_{ЭМ}}{J} i_{я}^{(1)} h - \frac{f}{J} \omega^{(1)} h - x_{Э}(t_i) \right) \frac{K_{ЭМ}}{J} h \frac{1}{L_{я}},$$

$$b = \left(x(t_i) - \frac{R_{я}}{L_{я}} i_{я}^{(2)} h - \frac{K_{ЭМ}}{L_{я}} \omega^{(2)} h - x_{Э}(t_i) \right) \left(1 - \frac{R_{я}}{L_{я}} h \right) \frac{1}{L_{я}} + \left(x(t_i) + \frac{K_{ЭМ}}{J} i_{я}^{(2)} h - \frac{f}{J} \omega^{(2)} h - x_{Э}(t_i) \right) \frac{K_{ЭМ}}{J} h \frac{1}{L_{я}},$$

$$c = \left(x(t_i) - \frac{R_{я}}{L_{я}} i_{я}^{(3)} h - \frac{K_{ЭМ}}{L_{я}} \omega^{(3)} h - x_{Э}(t_i) \right) \left(1 - \frac{R_{я}}{L_{я}} h \right) \frac{1}{L_{я}} + \left(x(t_i) + \frac{K_{ЭМ}}{J} i_{я}^{(3)} h - \frac{f}{J} \omega^{(3)} h - x_{Э}(t_i) \right) \frac{K_{ЭМ}}{J} h \frac{1}{L_{я}}.$$

Выводы. Приведенный алгоритм управления, как видно из последних выражений, содержит относительно небольшое количество арифметических операций и допускает его реализацию в реальном времени. К сожалению, в технической документации для ДПТ, используемом в Robotino, отсутствуют некоторые параметры его математической модели. По этой причине применению алгоритма (7) должно предшествовать решение задачи идентификации модели ДПТ. Применение алгоритма (7), учитывающего динамику электропривода, должно улучшить качество управления роботом по сравнению с заложенным в его программном обеспечении способом управления посредством блока Omnidrive. Задачами дальнейших исследований являются:

- идентификация ДПТ;
- техническая реализация алгоритма на реальном оборудовании.

Библиографический список использованной литературы

1. Festo Robotino Manual / Festo Didactic GmbH&Co.KG, 73770. — Denkendorf, Germany, 2006. — 92 p.
2. Шушляпин Е.А. Сравнительный анализ двух двойственных задач и методов управления нелинейными системами / Е.А. Шушляпин // Вестник СевГТУ. Сер. Автоматизация процессов и управление: сб. науч. тр. — Севастополь, 2007. — Вып. 83. — С. 27–32.
3. Шушляпин Е.А. Модели конечного состояния и их применение в задачах анализа и синтеза систем управления: дис.... д-ра техн. наук: 05.13.03: защищена 03.10.02: утв. 09.04.03 / Шушляпин Евгений Андреевич. — Севастополь, 2003. — 323 с. — Инв. № 0408U002219.

Поступила в редакцию 11.10.2011 г.

Семьошина Т.І., Шушляпін Є.А. Приведення мобільного робота Robotino в задане положення методом кінцевого стану

Розглядається завдання приведення мобільного робота Robotino в задане положення за заданий час за допомогою одного з сучасних методів термінального управління нелінійними системами – методу кінцевого стану.

Ключові слова: нелінійна система, мобільний робот, метод кінцевого стану, термінальне управління.

Semyoshina T.I., Shyshlyapin E.A. The mobile robot Robotino moving to the defined position by implementing the method of terminal state

The task of the mobile robot Robotino moving to the defined position in specified time is considered by implementing the method of terminal state as one of the modern methods of terminal control of nonlinear systems.

Keywords: nonlinear system, mobile robot, method of terminal states, terminal control.