

УДК 681.5

Д.А. Токарев, аспирант*Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: Tdanis@yandex.ru***ПРИМЕНЕНИЕ ДИСКРЕТНОГО ЛИНЕАРИЗАЦИОННОГО МЕТОДА
ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ РОБОТА ПО ЗАДАННОЙ ТРАЕКТОРИИ**

Продемонстрированы возможности дискретного линеаризационного метода на примере управляемого движения робота по заданной траектории. Исследования проведены для трех различных траекторий: "окружность", "угол", "квадрат".

Ключевые слова: моделирование, движение, дискретный, модель, траектория, Robotino.

В настоящее время разработано множество различных методов, позволяющих решать задачу стабилизации выхода системы. При этом алгоритмов, позволяющих эффективно решать подобные задачи для систем с векторным выходом, единицы. Мы предлагаем дискретный вариант линеаризационного метода [1] для решения задачи стабилизации выхода системы. Базовый вариант линеаризационного метода [1] разработан для управления нелинейными системами с аддитивным вхождением управления. Полученное управление минимизирует разность между выходами управляемой системы и эталонной системы. Недостатками метода являются: неизменяемая форма выхода эталонной системы (экспоненциальная), распространение только на системы, описываемые дифференциальными уравнениями с аддитивным управлением. В работах [2, 3] перечисленные недостатки устранены и предложен дискретный вариант линеаризационного метода. Целью данной статьи является апробация нового метода управления на примере решения задачи слежения для вектора выхода мобильной платформы Robotino.

В общем смысле задача стабилизации является частным случаем задачи слежения – когда слежение идет по установившейся вокруг некоторого значения траектории. Поскольку слежение является более общей задачей, чем стабилизация, мы уделяем внимание решению более общей задачи.

Вектором выхода системы является $S(t)$ – текущее положение, причем точка $S(t) = [x_c(t) \ y_c(t) \ w_c(t)]^T$, задана двумя координатами на плоскости и угловой координатой. Общая постановка задачи имеет вид

$$J(t) = J(S(t)) \rightarrow J(r_c(t)), \quad (1)$$

где $J(r_c(t))$ – желаемая траектория движения робота на шаге t , причём $r_c(t+k) = [r_x(t+k) \ r_y(t+k) \ r_w(t+k)]^T$ – точка, заданная аналогично $S(t)$ – двумя координатами на плоскости и угловой координатой.

Приведем решение задачи (1) дискретным линеаризационным методом.

Векторы скоростей, описывающие движение робота в локальных координатах, показаны на рисунке 1.

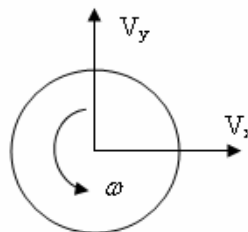


Рисунок 1 – Схематическое изображение векторов скоростей робота

Скорости вращения роторов двигателей являются измеряемым выходом системы и описываются моделью пространства состояний:

$$\begin{cases} x(t+1) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t). \end{cases} \quad (2)$$

Здесь $x \in R^{9 \times 1}$ – вектор состояния, $A \in R^{9 \times 9}$ – матрица состояния, $B \in R^{3 \times 9}$ – матрица управления, $C \in R^{9 \times 3}$ – матрица выхода.

Переход от измеряемых скоростей вращения роторов двигателей к скоростям по направлениям осуществляется с помощью невырожденной матрицы, учитывающей геометрические особенности конструкции робота

$$y_v(t) = A_2^{-1}y(t), \quad (3)$$

где

$$A_2 = \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 & 0.5 & 0.125 \\ 0 & 1 & 0.125 \\ \sqrt{3}/2 & 0.5 & 0.125 \end{bmatrix}.$$

Подставив первое уравнение из системы (2) во второе уравнение той же системы, получим следующее матричное уравнение:

$$y(t+1) = C[Ax(t) + Bu(t)]. \quad (4)$$

Раскроем скобки в (4):

$$y(t+1) = CAx(t) + CBu(t). \quad (5)$$

Умножение матриц C и B дает нулевую матрицу размерности 3×3 , из чего следует вырожденность правой части (5):

$$y(t+1) = C \times A \times x(t) + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times u(t).$$

Таким образом, справедлива следующая запись:

$$y(t+1) = CAx(t). \quad (6)$$

Для разрешения проблемы вырожденности уравнения (6) по управлению, обратимся к дискретному варианту линеаризационного метода [2, 3]. Запишем соотношение (6) для следующего шага и подставим в него $x(t+1)$ из (2):

$$\begin{aligned} y(t+2) &= CAx(t+1), \\ y(t+2) &= CA[Ax(t) + Bu(t)], \\ y(t+2) &= CAAx(t) + CABu(t). \end{aligned} \quad (7)$$

Для перехода от скоростей вращения роторов двигателей робота (7) к локальным скоростям по направлениям используем линейное преобразование (3):

$$y_v(t+2) = A_2^{-1}[CAAx(t) + CABu(t)]. \quad (8)$$

Уравнение (8) описывает изменение вектора скоростей системы в локальных координатах. Для преобразования локальных скоростей в абсолютные используем матрицу вращения:

$$y_A(t+2) = \begin{pmatrix} \cos(w_c(t+2)) & \sin(w_c(t+2)) & 0 \\ \sin(w_c(t+2)) & \cos(w_c(t+2)) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times y_v(t+2).$$

Расчет пройденного пути в абсолютных координатах производится согласно уравнению:

$$S(t+1) = S(t) + \int_t^{t+\Delta t} y_A(t) dt, \quad (9)$$

где Δt – шаг дискретизации системы.

Поскольку задача стабилизации решается для дискретной системы, интеграл в правой части (9) можно заменить умножением:

$$S(t+1) = S(t) + y_A(t) \cdot \Delta t. \quad (10)$$

Подставим в (10) вместо положения $S(t+1)$ желаемое положение $r_c(t+1)$ из (1) и получим основное расчетное уравнение для управления $u(t)$:

$$r_c(t+3) = S(t+2) + \begin{bmatrix} \cos(w_c(t+2)) & \sin(w_c(t+2)) & 0 \\ \sin(w_c(t+2)) & \cos(w_c(t+2)) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times A_2^{-1} [CAAx(t) + CABu(t)] \Delta t. \quad (11)$$

Решением уравнения (11) относительно $u(t)$ является искомое управление, отвечающее постановке задачи (1).

Выражение (11) было применено при движении робота по заданной траектории. Исследования проводились на трех различных траекториях: "окружность", "угол", "квадрат".

Траектория "окружность" наиболее наглядно демонстрирует возможности метода при управлении связанными между собой координатами выходного вектора. Данная траектория представляет также интерес в случае применения робота при фотографировании объектов для последующего построения их объемных моделей. Эталонная траектория представляет собой окружность диаметром 2 метра, угол поворота корпуса робота приводится к углу поворота корпуса робота в начальный момент времени.

При проведении эксперимента обнаружилось расхождение желаемой и действительной траектории. Ошибка расхождения $E(t) = S(t) - r_c(t)$ по трем координатам (два положения на плоскости и угол поворота относительно оси робота) изображена на рисунке 2. Точность решения задачи слежения пропорционально зависит от скорости изменения желаемой траектории. В случае нулевой скорости изменения траектории движения (задача перехода из начальной в заданную точку), ошибка рассогласования желаемой и текущей координат стремится к нулю.

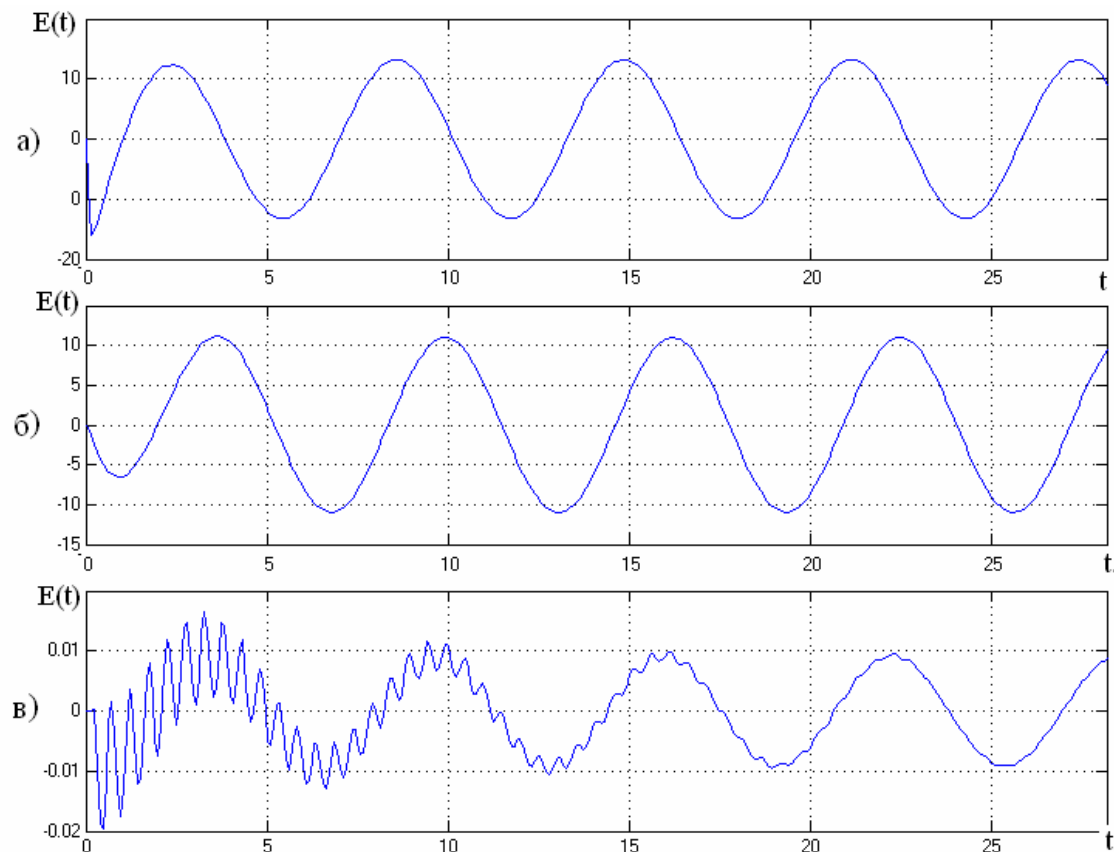


Рисунок 2 – Рассогласование выхода робота и эталонной системы при отработке траектории "окружность": а – координата x ; б – координата y ; в – координата ω

Траектория "угол" характеризует объезд некоторого препятствия, возникающего при прямолинейном движении. При движении по прямой задается отклонение на 100 мм в сторону с последующим возвратом на первоначальную траекторию. Данный маневр наиболее распространен при практическом применении платформы Robotino. На рисунке 3 изображено поведение разности желаемого и действительного векторов выхода системы.

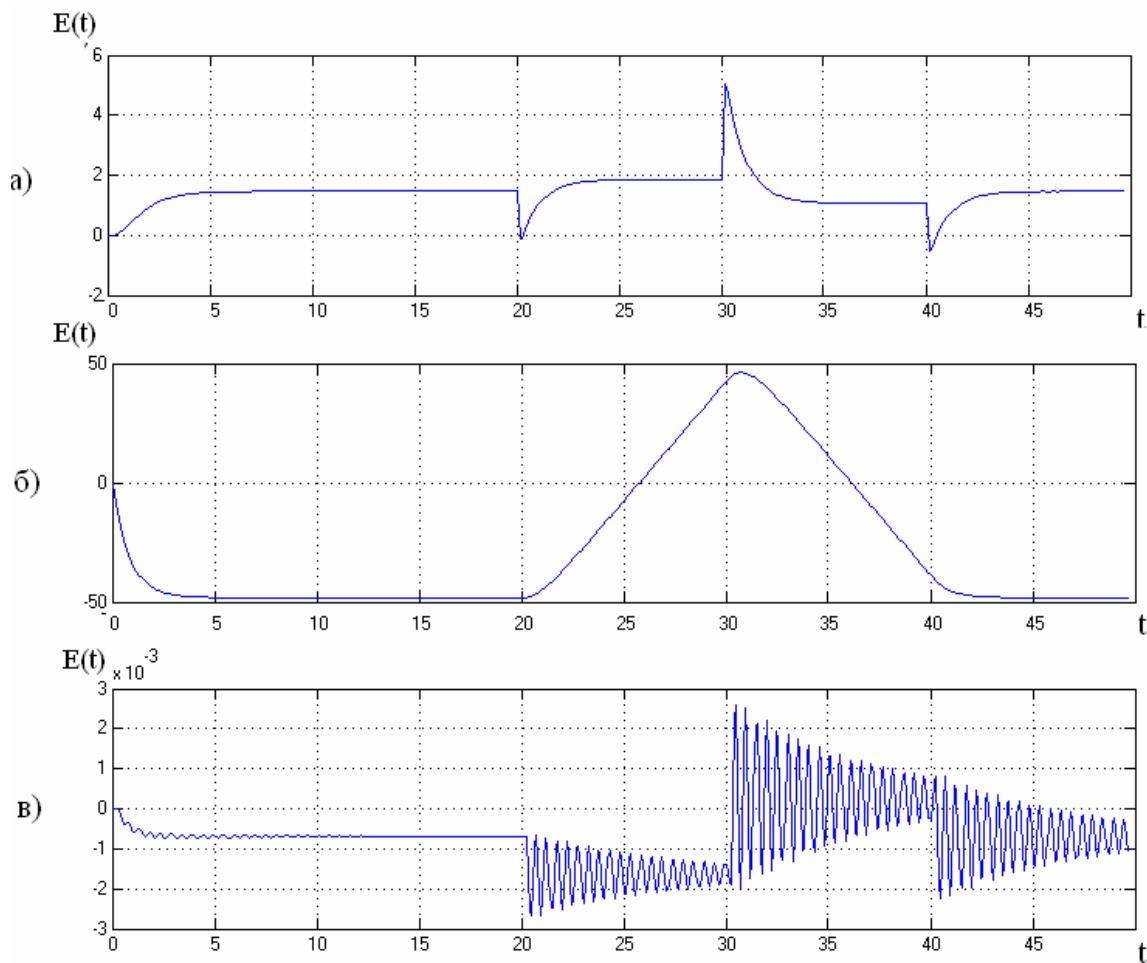


Рисунок 3 – Рассогласование выхода робота и эталонной системы при отработке траектории “угол”:
 а – координата x ; б – координата y ; в – координата ω

Полученные результаты позволяют утверждать, что ошибка воспроизведения желаемого поведения не превышает 6%.

Траектория “квадрат” встречается при решении задачи обхода исследуемого объекта по периметру. Данная траектория интересна тем, что содержит четыре точки смены скоростного режима (повороты на углах квадратного периметра). При этом от робота требуется мгновенное увеличение скорости движения в одном из направлений и мгновенное уменьшение до нуля скорости движения в другом направлении. Учитывая инерцию системы, идеальная отработка данного изменения скоростного режима не представляется возможным при любом алгоритме управления. Поэтому данный маневр позволяет оценить возможности следящего алгоритма управления на скорость и точность при скачкообразной форме желаемой траектории.

Расхождение между траекториями в виде разности между заданным и действительным векторами выхода системы изображено на рисунке 4.

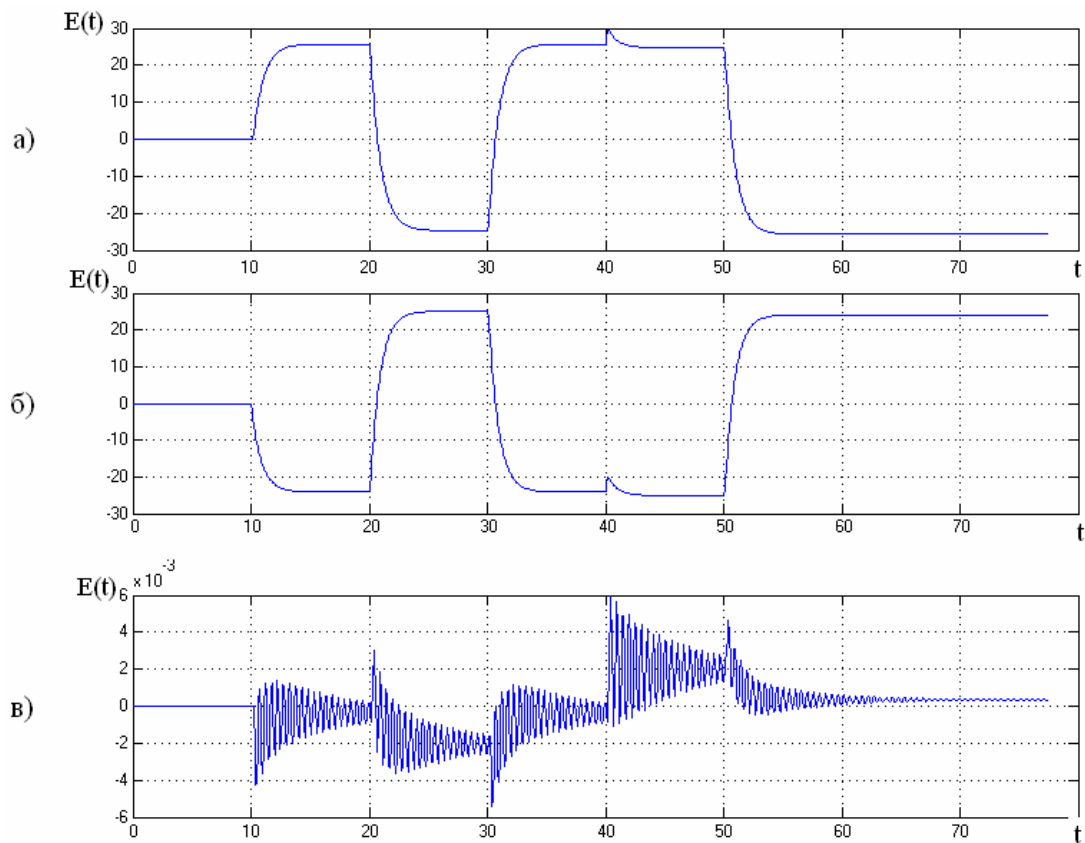


Рисунок 4 – Рассогласование выхода робота и эталонной системы при отработке траектории “квадрат”:
а – координата x ; б – координата y ; в – координата z

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что ошибка рассогласования между желаемой и действительной траекториями не превышает 9%.

Проведенные исследования демонстрируют способность дискретного варианта линеаризационного метода решать задачу слежения как обобщение задачи стабилизации. Отклонение выхода системы от выхода эталонной системы проявляется при изменении выхода эталонной системы и является следствием инертности объекта управления. При неизменном выходе эталонной системы ошибка рассогласования стремится к нулю. Следует отметить также, что в виду геометрических особенностей роботизированной платформы попытка изменения одной из координат выхода системы неизбежно приводит к изменению двух других координат. Данное утверждение наглядно продемонстрировано в виде всплесков рассогласования желаемой и действительной траекторий изображенных на рисунках 2 – 4. В целом поставленная задача успешно решена с применением дискретного варианта линеаризационного метода.

Полученные результаты можно считать одним из этапов разработки стабилизирующего метода управления дискретно-непрерывными гибридными системами. Задачей дальнейших исследований является изучение выявленной погрешность действительного и заданного движений. Также следует уделить внимание связи между формой выхода эталонной системы и полученной погрешностью заданного и действительного движений.

Библиографический список

1. Isidori A. Nonlinear Control Systems, 3rd Ed. / A. Isidori. — N.Y.: Springer Verlag, 1995. — 549 p.
2. Токарев Д.А. Сигнальная самонастройка нелинейных дискретных систем линеаризационным методом / Д.А. Токарев, Е.А. Шушляпин // Автоматика управление и окружающая среда: матер. междунар. науч.-техн. конф., Севастополь, 8 – 13 сент. 2008 г. — Севастополь, 2008. — С. 47 – 51.
3. Шушляпин Е.А. Управляемый разгон двигателя постоянного тока дискретным линеаризационным методом / Е.А. Шушляпин, Д.А. Токарев // Автоматика – 2008: докл. XV междунар. конф. по автомат. управлению, Одесса, 23 – 26 сент. 2008 г. — Одесса, 2008 — С. 671 – 674.

Поступила в редакцию 12.02.2010 г.